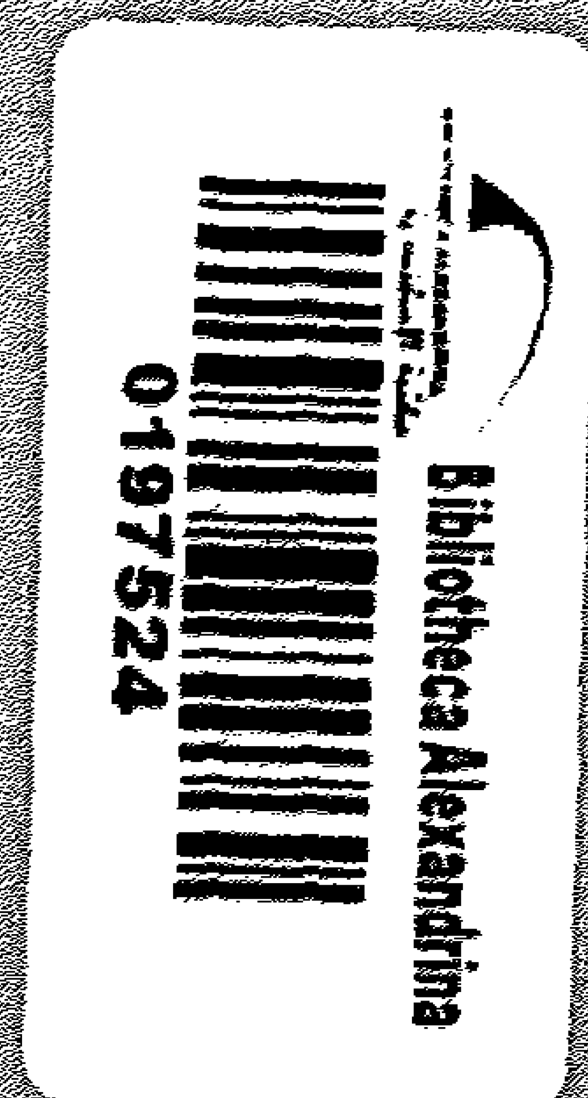
الدكتور
بسام أحمد المغربي
أستاذ في جامعة دمشق
كلية الهندسة الميكانيكية والكهربائية

الدكتور
عــدنان محاسب
أستاذ في جامعة دمشق
كلية الهندسة الميكانيكية والكهربائية

الفيزياء الحديثة

لطلاب السنة الثانية هندسة كهربائية وهندسة طبية



منشورات جامعة دمشق

١٤١٨ - ١٤١٩ هـ

١٩٩٧ - ١٩٩٨ م

الدكتور

بسام أحمد المغربي

أستاذ في جامعة دمشق

كلية الهندسة الميكانيكية والكهربائية

الدكتور

عدنان محاسب

أستاذ في جامعة دمشق

كلية الهندسة الميكانيكية والكهربائية

الفيزياء الحديثة

لطلاب السنة الثانية هندسة كهربائية وهندسة طبية

منشورات جامعة دمشق

١٤١٨ - ١٤١٩ هـ

١٩٩٧ - ١٩٩٨ م

مقدمة

يتضمن هذا الكتاب البابين التاليين :

الباب الأول : مبادىء الفيزياء الحديثة وتطبيقاتها على ذرة الهدروجين والذرات متعددة الالكترونات .

تأليف

الدكتور بسام أحمد المغربي

استاذ في قسم العلوم الأساسية من كلية الهندسة الميكانيكية والكهربائية

بجامعة دمشق

الباب الثاني : تطبيقات الفيزياء الحديثة في الفيزياء الجزيئية وفيزياء الجسم الصلب .

تأليف

الدكتور عدنان محاسب

أستاذ في قسم العلوم الأساسية من كلية الهندسة الميكانيكية والكهربائية بجامعة دمشق

ويغطي هذا الكتاب مقرر الفيزياء الحديثة لطلبة السنة الثانية (هندسة كهربائية وهندسة طبية) وفق المنهاج المعتمد بمعدل ساعتين نظريتين أسبوعياً في الفصل الأول .

– تقديم –

أُعدَّ هذا المؤلف ليكون كتاباً جامعياً لمقرر الفيزياء الحديثة لطلاب السنة الثانية (هندسة كهربائية وهندسة طبية) من كلية الهندسة الميكانيكية والكهربائية ، ولقد بُذلت جهود خاصة لإبقاء هذا الكتاب في مستوٍ معقول يُسهّل الانتقال من الفيزياء التقليدية إلى الفيزياء الحديثة .

إن الهدف الرئيس لهذا الكتاب وللمقرر الذي أُعدَّ من أجله هو حث الطالب على إدراك وتقدير أفكار وطرائق فيزياء القرن العشرين . وهو موجَّه للطلاب الذين نادراً ما يدرسون مقررات فيزيائية أخرى ، ولكنهم يشعرون بالحاجة المتزايدة للفيزياء الحديثة في تخصصاتهم المختلفة ، إذ إن مقررات الفيزياء العامة غير كافية لفهم واستيعاب الهندسة النووية أو الهندسة الالكترونية أو هندسة الكمبيوتر أو الهندسة الكيميائية وغيرها من الفروع الهندسية المختلفة .

يحتاج الطالب للحساب التفاضلي والتكاملي في معظم فصول هذا الكتاب، ولا يُفترض لديه خبرة سابقة في حل المعادلات التفاضلية ، وهناك ذكر بسيط للمتحولات العقدية والمشتقات الجزئية .

يتم التعرف على النظرية الكمومية من خلال التفاعل المتبادل بين الالكترون والفوتون ثم يتبع ذلك دراسة الخواص الموجية للجسيمات ، نتعرف بعدها على معادلة شرودينغر ومبرراتها واستخدامها في أمثلة بسيطة كالجسم الحر، والهزّاز التوافقي البسيط ، وتجاوز العتبات ، واختراق الحواجز .

ننتقل بعدها إلى تطبيق النظرية الكمومية في الفيزياء الذرية مبتدئين بذرة الهدروجين فنحدد توابعها الموجية وسويات الطاقة فيها وبنيتها الدقيقة وكذلك سبينها الداخلي ومفعول زيمان . ونعمم إلى الذرات متعددة الالكترونات فندرس الحالات الالكترونية المختلفة ، وخواص العناصر ، ثم الأشعة السينية والطيوف الضوئية ، وكيفية جمع الاندفاعات الزاوية .

ثم نتابع إلى تطبيق النظرية الكمومية في الفيزياء الجزيئية ، فنتعرف على الروابط الجزيئية وكذلك الطاقة الاهتزازية والطاقة الدورانية للجزيئات ثنائية الذرة ، ننتقل بعدها إلى دراسة بعض تطبيقات النظرية الكمومية في فيزياء الجسم الصلب فنتعرف على نظرية المناطق ، والشوائب في أنصاف النواقل ، وبعض الأجهزة .

ثم التركيز في هذا الكتاب على إظهار ما يعرفه الطالب في الفيزياء التقليدية كحالة خاصة من الفيزياء الكمومية ، وذلك وفق مبدأ التقابل ، كما يتضمن الكتاب عدداً كبيراً من المسائل المحلولة والمسائل غير المحلولة في نهاية كل فصل .

وأخيراً نأمل أن نكون قد وُفقنا في تقديم كتاب قيم ومفيد .

دمشق في ١٩٩٧/٤/٢٥

د. بسام أحمد المغربي

الباب الأول

مبادىء في الفيزياء الحديثة وتطبيقاتها على ذرة الهدروجين والذرات متعددة الالكترونات

الفصل الأول

مقدمة :

بدا في نهاية القرن التاسع عشر أن معظم ما يمكن معرفته في الفيزياء قد أُنجز. فلقد تم اختبار قوانين نيوتن بدقة وحرص ، كما تم توحيد الكهرباء والمغناطيسية في نظريات ماكسويل ، واكتشفت الأمواج الكهرطيسية التي تنبأت بها معادلات ماكسويل ، وأمّنت قوانين الترموديناميك والنظرية الحركية تفسيرات واضحة موحدة لظواهر متنوعة ومتعددة .

ولكن بعض التجارب أعطت نتائج لا يمكن أن تفسرها نظريات الميكانيك والكهرطيسية والترموديناميك . فبرغم الفهم الكامل لخواص الأمواج الكهرطيسية فإن محاولة فهم خواص الوسط الذي ينقل هذه الأمواج كانت غير ناجحة . كما أعطت تجارب إصدار الأمواج الكهرطيسية من أجسام ساخنة مضيئة نتائج لا يمكن تفسيرها استناداً إلى النظريات التقليدية في الترموديناميك والكهرطيسية . كما أن تجارب إصدار الالكترونات من السطوح المضاءة لا يمكن فهمها انطلاقاً من النظريات التقليدية .

قد لا تظهر أهمية هذه التجارب المعدودة وبخاصة بالمقارنة مع العدد الهائل من التجارب الناجحة المفهومة التي جرت في القرن التاسع عشر . ومع ذلك فلقد

كان لهذه التجارب دور وأثر مستمر ليس في علم الفيزياء فحسب بل في كل العلوم وفي البيئة السياسية لعالمنا وفي نظرتنا لأنفسنا ولموقعنا في هذا الكون . فلقد قادت هذه التجارب ، وخلال عقدين صغيرين من الزمن، إلى النظرية النسبية الخاصة والنظرية الكمومية . وأدى ذلك إلى تطور الفيزياء الذرية والفيزياء النووية وفيزياء الحالة الصلبة مع قوة اندفاع لبحوث وتطبيقات تمس حياتنا اليومية .

يطلق اصطلاح الفيزياء الحديثة على التطورات التي بدأت مع النظرية النسبية الخاصة والنظرية الكمومية ، وتتضمن تطبيقات هذه النظريات الحديثة فهم خواص الذرات والنوى والجسيمات المكونة لها ، ومجموعة الذرات والجزيئات ، والحالة الصلبة ، وكذلك المقياس الفلكي أي منشأ الكون وتطوره .

سنلقي في هذا الكتاب نظرة على التجارب التي أظهرت عجز الأفكار التقليدية للجسيمات والأمواج ، ونناقش نجاح نظرية التكميم في إزالة هذا العجز . يتطلب ميكانيك الكم رياضيات متقدمة لذلك سنعطي مقدمة محدودة في تقانة وتطبيقات ميكانيك الكم فندرس بنية وخواص الذرة ونطبق ميكانيك الكم على دراسة مجموعة من الذات والجزيئات والحالة الصلبة.

١-١- ملخص في الفيزياء التقليدية :

برغم الاختلاف الجذري في كثير من المجالات بين الفيزياء الحديثة والفيزياء التقليدية ، سنجد أنفسنا بحاجة إلى الفيزياء التقليدية لتحديد أساسياتها وتعريف رموزها المستخدمة . لذلك سنراجع باختصار شديد بعض مبادىء الفيزياء التقليدية.

الميكانيك :

يملك كل جسم ، كتلته m ويتحرك بسرعة u ، طاقة حركية معرفة بالعلاقة:

$$K = \frac{1}{2} mu^2$$

واندفاعاً خطياً معرفاً بالعلاقة :

$$\vec{P} = m\vec{u}$$

ويمكن تحليل تصادم مثل هذا الجسم بجسم آخر بتطبيق قانوني الانحفاظ الأساسيين :

I – **انحفاظ الطاقة** : تبقى الطاقة الكلية للجملة المعزولة ثابتة . (وهذا يعني أن الطاقة الكلية للجسمين قبل التصادم تساوي الطاقة الكلية للجسمين بعد التصادم) .

II – **انحفاظ الاندفاع الخطي** : يبقى الاندفاع الخطي الكلي للجملة المعزولة ثابتاً . (فمجموع الاندفاعين الخطيين للجسمين قبل التصادم يساوي مجموع الاندفاعين الخطيين للجسمين بعد التصادم) وبما أن الاندفاع الخطي مقدار موجه ، فإن تطبيق هذا القانون يعطي ثلاث معادلات ، الأولى للمركبات وفق المحور x والثانية للمركبات وفق المحور y والثالثة للمركبات وفق المحور z .

عندما يتحرك الجسم خاضعاً لتأثير قوة خارجية $\vec{F}$ فإن طاقة كامنة V ترتبط عادة بهذه القوة وتعرّف (في حالة حركة وحيدة البعد) بالعلاقة :

$$F = -\frac{dv}{dx}$$

عندها تكون الطاقة الكلية E مساوية لمجموع الطاقتين الكامنة والحركية أي:

$$E = K + V$$

فعندما يتحرك الجسم يمكن أن تتغير طاقته الكامنة وطاقته الحركية بينما تبقى طاقته الكلية E ثابتة .

عندما يتحرك جسم باندفاع خطي $\vec{P}$ وعلى بعد قدره $\vec{r}$ من المبدأ O ، يكون له اندفاع زاوي $\vec{\ell}$ حول النقطة O معرف بالعلاقة :

$$\vec{\ell} = \vec{r} \wedge \vec{P}$$

ويوجد قانون انحفاظ للاندفاع الزاوي مماثل لقانون انحفاظ الاندفاع الخطي.

الكهرباء والمغناطيسية : تعطى القوة الكهربائية الساكنة بين شحنتين نقطتيتين q_1 و q_2 بالعلاقة :

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_\circ} \cdot \frac{q_1 q_2}{r^2} \hat{r}$$

ويأخذ الثابت $\frac{1}{4\pi\varepsilon_\circ}$ في جملة الواحدات الدولية (SI) القيمة :

$$9 \times 10^9 \, Nm^2 / C^2 \approx \frac{1}{4\pi\varepsilon_\circ} = 8.988 \times 10^9 \qquad Nm^2 / C^2$$

وتعطى الطاقة الكامنة المقابلة بالعلاقة :

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_\circ} \cdot \frac{q_1 q_2}{r}$$

يسبب التيار الكهربائي $\vec{i}$ حقلاً مغناطيسياً $\vec{B}$. وفي حالة تيار دائري أي تيار يمر بحلقة نصف قطرها r ، يعطي الحقل المغناطيسي عند مركز هذه الحلقة بالعلاقة :

$$B = \frac{\mu_\circ i}{2r}$$

ويكون معامداً لمستوي الحلقة ويقاس الحقل المغناطيسي في الجملة (SI) بواحدة تدعى تسلا (T) وهي (نيوتن/أمبير – متر) أما الثابت $\mu_\circ$ فيساوي :

$$\mu_\circ = 4\pi \times 10^{-7} \qquad Ns^2 / C^2$$

ويحدد اتجاه الحقل باستخدام قاعدة اليد اليمنى ، فإذا أمسكنا السلك باليد اليمنى وكان اتجاه الإبهام هو اتجاه التيار نفسه فإن أصابع اليد تشير إلى اتجاه الحقل المغناطيسي .

ومن الملائم أن نعرف العزم المغناطيسي μ للتيار الدائري بالعلاقة :

$$/ \mu / = i\,A$$

حيث A هي المساحة الهندسية المحصورة بالحلقة . أما اتجاه $\vec{\mu}$ فيكون معامداً لمستوي الحلقة ووفقاً لقاعدة اليد اليمنى .

عندما يوضع التيار الدائري ضمن حقل مغناطيسي خارجي متجانس $\vec{B}ext$ تخضع الحلقة إلى عزم $\vec{J}$ يحاول توجيه $\vec{\mu}$ وفق اتجاه $\vec{B}ext$ ويعطى هذا العزم بالعلاقة :

$$\vec{J} = \vec{\mu} \wedge \vec{B}ext$$

ويمكن التعبير عن ذلك بتسمية طاقة كامنة للعزم المغناطيسي μ ضمن الحقل الخارجي $\vec{B}ext$ بالعلاقة :

$$V = -\vec{\mu}.\vec{B}ext$$

فعندما يطبق الحقل $\vec{B}ext$ يدور $\vec{\mu}$ لتأخذ طاقته الكامنة قيمتها الصغرى ويحدث هذا الأمر عندما يتوازى $\vec{\mu}$ مع $\vec{B}ext$.

تعد الأمواج الكهرطيسية ، من أهم أفكار النظرية الكهرطيسية ، فهي تسير في الخلاء بسرعة الضوء التي ترتبط مع الثابتتين $\varepsilon_\circ$ و $\mu_\circ$ بالعلاقة :

$$C = (\varepsilon_\circ \quad \mu_\circ)^{-1/2}$$

أما تواتر الموجة v وطولها λ فيرتبطان بالعلاقة :

$$C = \lambda\, v$$

ويتراوح طول الموجة من قيمة قصيرة جداً (أشعة غاما) إلى قيمة طويلة جداً (أمواج راديوية) .

النظرية الحركية للمادة :

تعطى الطاقة الحركية المتوسطة للجزيئات في حالة الغاز الكامل عند الدرجة T بالعلاقة :

$$K = \frac{3}{2} kT$$

حيث k ثابت بولتزمان ويساوي $k = 1.381 \times 10^{-23}$ أما درجة الحرارة T فتقاس بالكلفن (K) .

كما يعد المقدار (KT) تقريباً للطاقة الحركية لجسيم ضمن جملة جسيمات متوازية حرارياً عند الدرجة T .

وهناك كمية مادية تدعى بالمول وهي بالتعريف كمية من المادةة كتلتها بالغرامات تساوي الوزن الجزيئي ، فالوزن الجزيئي للهدروجين هو 2 وبالتالي فإن مولاً واحداً من الهدروجين يساوي 2 غراماً من الهدروجين . كما أن مولاً واحداً من الحديد يساوي 56 غراماً من الحديد لأن الوزن الجزيئي للحديد يساوي 56 .

إن مولاً واحداً من أي مادة يحتوي عدداً من الجزيئات مساوياً عدد أفوكادرو N_A حيث : $N_A = 6.022 \times 10^{23}$

١-٢- الواحدات والأبعاد :

تملك معظم الثوابت الفيزيائية والمتحولات واحدات وأبعاد تدل على طبيعتها ويجب على الطالب أن يكتسب عادة التأكد من الواحدات في معادلاته ونتائجه . ولقد تم تبني واستخدام الجملة الدولية للواحدات وتدعى بالجملة (SI) وسنناقش بعض الثوابت والمتحولات التي ستصادفنا دوماً .

الطول :

إن واحدة الطول في الجملة (SI) هي المتر ويمكن استخدام أجزاء وأضعاف المتر لقياس المسافات الصغيرة أو الكبيرة مثل :

Micro meter $\mu m = 10^{-6} m$

Nano meter $nm = 10^{-9} m$

Femto meter $fm = 10^{-15} m$

الطاقة :

إن واحدة الطاقة في الجملة (SI) هي الجول وهي كبيرة جداً من أجل الفيزياء الذرية والنووية لذلك نستخدم الـ (eV) وأضعافه :

$1 eV = 1.602 \times 10^{-19} J$

$KeV = 10^3 eV$

$MeV = 10^6 eV$

$GeV = 10^9 eV$

الشحنة الكهربائية :

إن واحدة الشحنة في الجملة (SI) هي الكولون ، ويحمل الالكترون شحنة قدرها $-1.602 \times 10^{-19} C$

فإذا رغبنا في حساب الطاقة الكامنة لالكترونين تفصلهما مسافة نانومتر واحد ، نكتب :

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_\circ}\frac{e^2}{r} = 1.44 \quad eV$$

الكتلة :

إن واحدة الكتلة في الجملة (SI) هي الكيلوغرام ، وهي واحدة كبيرة في الفيزياء الذرية والفيزياء النووية إذ إن كتلة الالكترون تساوي 9.11×10^{-31} Kg لذلك يفضل استخدام واحدة أخرى مستفيدين من علاقة اينشتاين بين الطاقة والكتلة $E = mc^2$ وبالتالي نستطيع التعبير عن الكتلة بواحدة الطاقة مقسومة على مربع سرعة الضوء فمثلاً نقول إن كتلة الالكترون تساوي $0.511 \ MeV/C^2$. ويوجد واحدة أخرى ملائمة هي واحدة الكتلة الذرية u وتعرّف بأنها تساوي $\frac{1}{12}$ من كتلة نظير الكربون ^{12}C المستقر وهكذا نجد أن :

$$1u = 931.5 \ MeV/C^2$$

سرعة الضوء :

هي إحدى ثوابت الطبيعة الأساسية وتساوي $C = 3 \times 10^8 \ m/s$.

ثابت بلانك :

وهو أيضاً من الثوابت الأساسية في الطبيعة ويساوي $h = 6.626 \times 10^{-34}$ J.S وكثيراً ما نحتاج إلى المقدار hc ويساوي $hc = 1240 \ ev.nm$.

الفصل الثاني

الخواص الجسمية للاشعاع الكهرطيسي

سنبدأ دراسة الميكانيك الموجي بمعالجة انهيار الفصل التقليدي بين الجسيمات والأمواج ، فنناقش التجارب الثلاث التي قادت إلى النظرية الكمومية وبررتها .

تقدم هذه التجارب دلائل تشير إلى تمتع الضوء ، الذي عولج كظاهرة موجية، بخواص ترتبط عادة بالجسيمات . فعوضاً عن نشر طاقة الضوء بنعومة على صدر الموجة ، نجد أن الطاقة تصل بكميات مركزة مثل الجسيمات ويدعى الكم الواحد المنفصل من الطاقة الكهرطيسية بالفوتون . وقبل أن نبدأ مناقشة الدلائل التجريبية التي تدعم وجود الفوتون وتؤكد الخواص الموجية للضوء ستراجع أولاً بعض خواص الأمواج الكهرطيسية .

٢-١- الأمواج الكهرطيسية :

يتميز الحقل الكهرطيسي بشدة حقله الكهربائي $\vec{E}$ وكثافة الحقل المغناطيسي $\vec{B}$. فالحقل الكهربائي الناتج من شحنة نقطية موجودة عند مركز الاحداثيات O يعطى بالعلاقة :

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_{\circ}} \frac{q}{r^2} \hat{r} \qquad (2.1)$$

حيث $\hat{r}$ هو شعاع الوحدة باتجاه شعاع الموضع $\vec{r}$.

كما يعطى الحقل المغناطيسي عند نقطة تبعد مسافة r من سلك مستقيم طويل يحمل تياراً كهربائياً شدته i وفق المحور z بالعلاقة :

$$\vec{B} = \frac{\mu_o i}{2\pi r}\hat{\Theta} \qquad (2.2)$$

حيث $\hat{\Theta}$ هو شعاع الوحدة باتجاه الشعاع Θ في الاحداثيات الاسطوانية .

فإذا تسارعت الشحنات أو تغير التيار مع الزمن تنتج موجة كهرطيسية يتغير فيها كل من $\vec{E}$ و $\vec{B}$ كتابعين للموضع والزمن . ويمكن للصيغة الرياضية التي تصف مثل هذه الموجة أن تأخذ أشكالاً مختلفة ترتبط بخواص مصدر الموجة والوسط الذي ينقلها . وتُعّد الموجة المستوية شكلاً من الأشكال الخاصة التي يكون فيها صدر الموجة مستوياً . (ينتج المنبع النقطي أمواجاً كروية تكون صدور الموجات فيها على شكل كرات متمركزة) وتوصف الموجة الكهرطيسية المستوية المتحركة وفق المحور Z بالصيغتين :

$$\vec{E} = \vec{E}_o \sin(kz - wt + \phi)$$
$$\vec{B} = \vec{B}_o \sin(kz - wt + \phi) \qquad (2.3)$$

حيث يرتبط العدد الموجي k بطول الموجة λ وفق العلاقة $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ ويرتبط التواتر الدائري ω بالتواتر الخطي v وفق العلاقة $\omega = 2\pi v$ وبما أن λ و v ترتبطان بالعلاقة $C = \lambda v$ فإن k و ω ترتبطان بالعلاقة $C = \frac{\omega}{k}$.

يعبر الشعاع $\vec{E}_o$ عن استقطاب الموجة فهو يحدد مع جهة انتشار الموجة مستوي الاستقطاب . فإذا تم تعيين جهة الانتشار وجهة الاستقطاب فإن اتجاه $\vec{B}_o$

يتحدد من شرط تعـامده مـع كـل مـن $\vec{E}_\circ$ وجهـة الانتشـار . أو أن جهـة انتشـار الموجة تتعين بالجداء الشعاعي $\vec{E}_\circ \wedge \vec{B}_\circ$ كما يتحدد طول الشعاع $\vec{B}_\circ$ بالصيغة :

$$B_o = \frac{E_o}{C} \qquad (2.4)$$

حيث C هي سرعة انتشار الضوء في الخلاء .

تنقل الموجة الكهرطيسية الطاقة مـن مكـان إلى آخـر ويتحـدد تدفـق الطاقـة بشعاع بوينتنغ $\vec{S}$ المعرّف بالعلاقة :

$$\vec{S} = \frac{1}{\mu_o}\vec{E} \wedge \vec{B} \qquad (2.5)$$

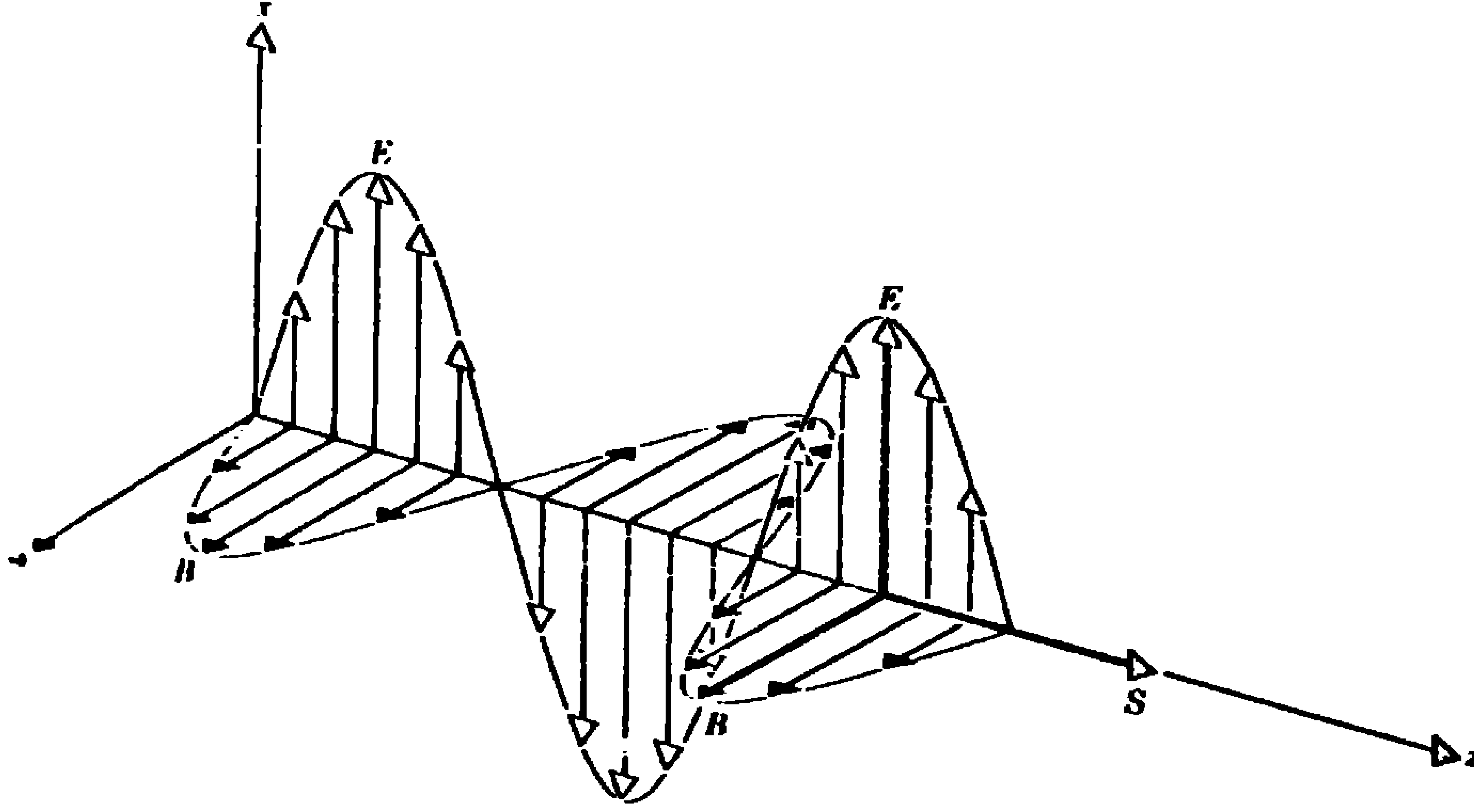
ففي حالة الموجة المستوية يعطى شعاع بوينتنغ بالعلاقة :

$$\vec{S} = \frac{1}{\mu_o}E_o B_o \quad \sin^2(kz - wt + \phi)\,\hat{k} \qquad (2.6)$$

حيث $\hat{k}$ هو شعاع الوحدة باتجاه الانتشار وهو في هذه الحالة المحور Z .

ويوضح الشكل (٢-١) اتجاهات الأشعة $\vec{E}_\circ$ و $\vec{B}_\circ$ و $\vec{S}$ في حالة الموجـة المستوية .

لنفرض أننا نجري التجربة التالية . نضع كاشفاً للأشعة الكهرطيسـية (لاقطـاً راديويـاً ، عينـاً بشـرية ، ..) عنـد نقطـة مـا مـن المحـور Z ولنحـدد الاسـتطاعة الكهرطيسية التي تصل إلى الكاشف مـن الموجـة المستوية الموصوفـة أعـلاه . ولقـد وُضع الكاشف بشكل يكون فيـه سـطحه الحسـاس A معـامداً للمحـور Z وبذلـك نلتقط الاشارة العظمى . تعطى الاستطاعة المقدمة في هذه الحالة بالعلاقة :



الشكل (٢-١)

موجة كهرطيسية تنتشر وفق المحور Z ، يقع الحقل E في المستوي oxz بينما يقع الحقل B في المستوي oyz

$$P = SA = \frac{A}{\mu_o} E_o B_o \sin^2(kZ - wt + \phi) \qquad (2.7)$$

والتي تكتب بالشكل :

$$P = \frac{A}{\mu_o C} E_o^2 \sin^2(kZ - wt + \phi) \qquad (2.8)$$

يحمل هذا التعبير مظهرين مهمين يجب الانتباه إليهما :

١ - تتناسب الكثافة مع E_o^2 وهي خاصة عامة للأمواج فالكثافة متناسبة مع مربع سعة الموجة .

٢ – تتغير الكثافة متذبذبة مع الزمن بتواتـر يسـاوي $2v = \frac{2\omega}{2\pi}$ ولا نشـاهد عادة هذا التذبذب في الضوء المرئي فهو من المرتبة 10^{15} هزة في الثانية ولا تتجـاوب العين بهذه السرعة وما نشاهده هو المتوسط الزمني لعدد كبير من الاهتزازات وربمـا 10^{13} هزة . أما متوسط الاستطاعة فهو :

$$Pav = \frac{1}{T}\int_{o}^{T} pdt \qquad (2.9)$$

وباستخدام العلاقة (2.8) نجد :

$$Pav = \frac{1}{2\mu_o C} \; E_o^2 A \qquad (2.10)$$

لأن متوسط الـ $\sin^2\Theta$ هو ½ .

إن الخاصة التي تجعل الأمواج ظاهرة فيزيائية فريدة هي التراكب ، التي تسمح لموجتين مثلاً أن تجتمعا في نقطة لإنتاج اضطراب مركـب يكـون أكبر أو أقـل مـن الاضطراب الناتج من إحداهما منفردة ، وتتـابع الموجتـان بعـد ذلـك دون تغيرات تذكر في الخواص .

ولتقدير أهمية مثل هذه الخاصة التي لا تتمتع بها الأجسام ، تصـور اصطـدام سيارتين فهل تتابع السيارتان بعـد الاصطـدام دون تغير في الخـواص ؟. تُنتـج هـذه الخاصة الفريدة للأمواج ظاهرتي التداخل والإنعراج كما في تجارب يونغ وغيره .

ففي تجربة شقي يونغ ، ترد موجـة مستوية وحيـدة اللون علـى حـاجزٍ فيـه شقان ضيقان ، فتنعرج الموجة عند كل شـق ، ويغطـي الضـوء المـار مـن كـل شـق مساحة أكبر بكثير من المساحة التي يحددها الظل الهندسي للشق على شاشة بعيدة ، ويحدث التداخل البنّاء عند نقاط الشاشة التي تبعد عن أحد الشقين بعداً يزيد بمقدار

عدد صحيح من طول الموجة عن بعد هذه النقاط من الشق الآخر . فإذا افترضنا أن X_1 و X_2 هما البعدان من نقطة ما من الشاشة إلى الشقين ، فيكون شرط التداخل البنّاء :

$$/X_1 - X_2/ = n\lambda \quad ، \quad n = 0,1,2,.... \qquad (2.11)$$

كما يحدث التداخل الهدّام عند نقاط الشاشة التي تبعد عن أحد الشقين بعداً يزيد بمقدار عدد فردي من نصف طول الموجة على بعد هذه النقاط من الشق الآخر ، ويكون شرط التداخل الهدّام :

$$/X_1 - X_2/ = (n + \tfrac{1}{2})\lambda \qquad n = 0,1,2, ... \qquad (2.12)$$

ويتحدد موضع النهايات العظمى (التداخل البنّاء) على الشاشة بالعلاقة:

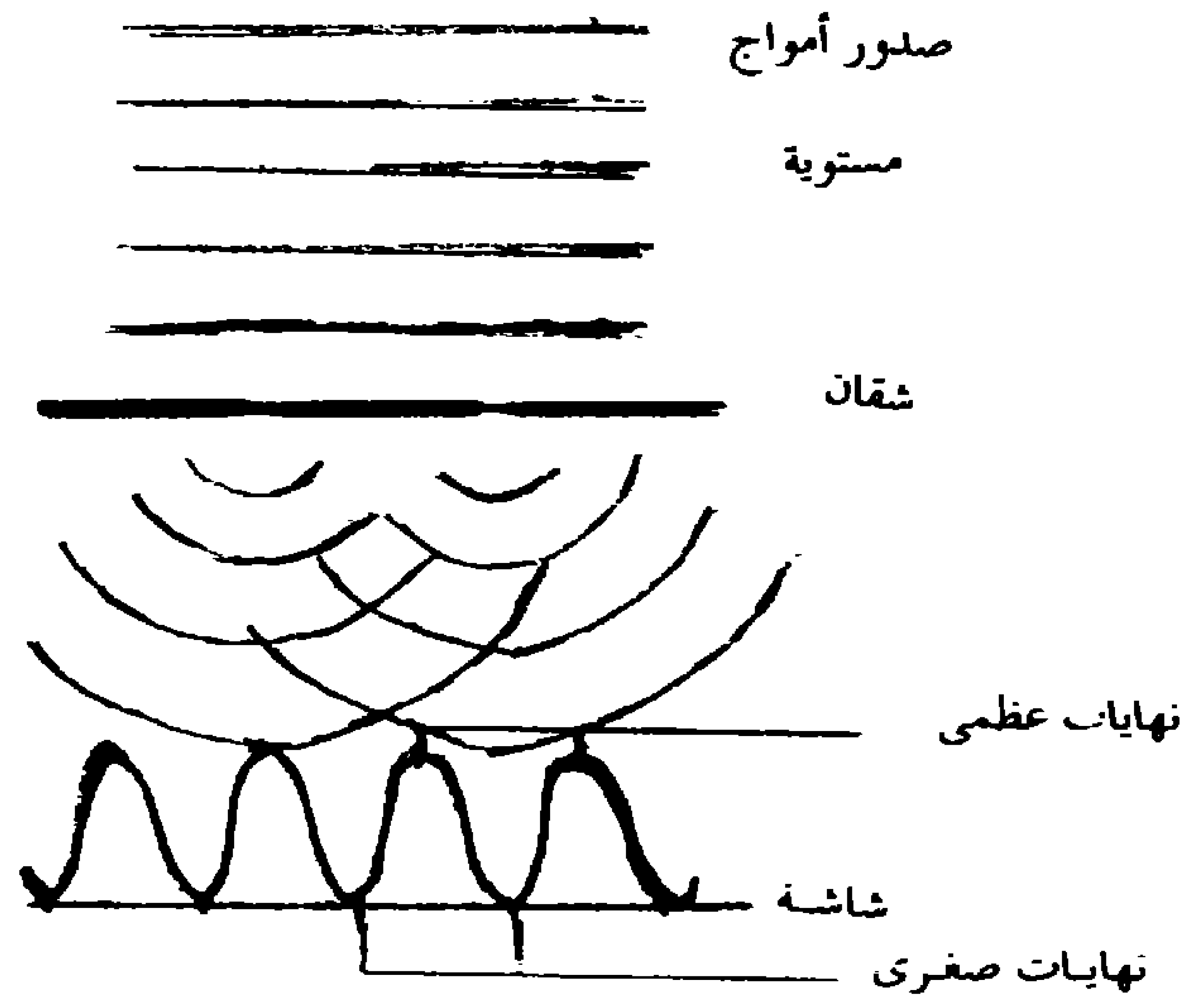
$$y_n = n\frac{\lambda D}{d} \qquad n = 0,1,2, ... \qquad (2.13)$$

حيث d هي المسافة بين الشقين و D هي المسافة بين مستوي الشقين والشاشة .

ونذكر من الأجهزة التي تظهر تداخل الضوء بصورة واضحة ، شبكة الإنعراج والتي نستطيع أن ننظر إليها كحاجز يحتوي عدداً كبيراً من الشقوق . ويحدث التداخل البنّاء بالنسبة للأطوال الموجية المحددة عند زوايا معينة بالعلاقة :

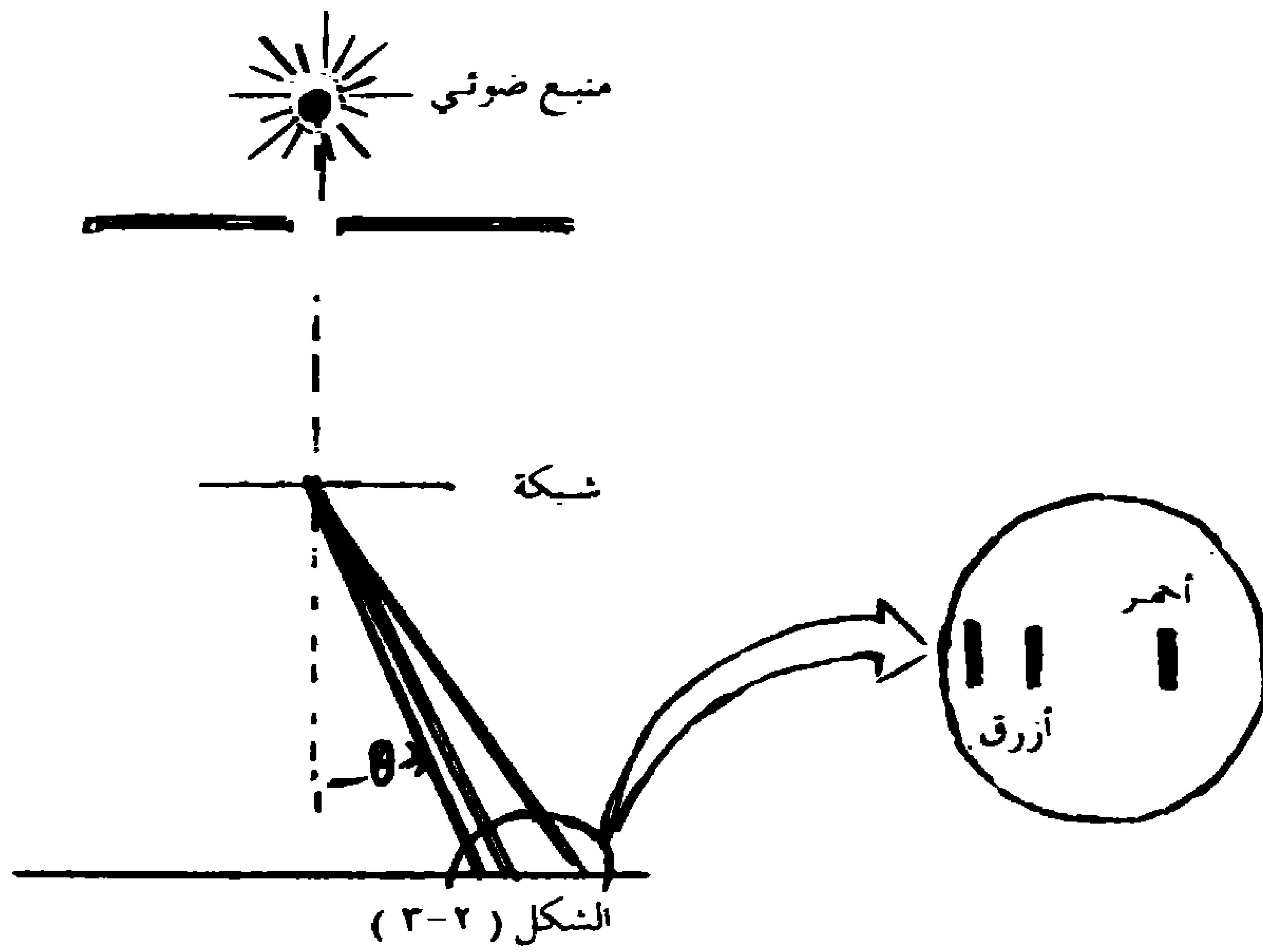
$$d \sin \theta = n\lambda \qquad (2.14)$$ حيث d هي المسافة بين الشقوق المتتالية .

تكون الأطوال الموجية في حالة الأشعة السينية من مرتبة الأجزاء العشرية للنانومتر لذلك نحتاج إلى شبكة تكون المسافة بين شقوقها المتتالية من مرتبة الأبعاد الذرية ولقد جاء حل هذه المشكلة على يد العالم براغ الذي استخدم الذرات نفسها كشبكة انعراج ، إذ تكون المسافات بين الذرات في بلّورات المادة منتظمة وبالتالي تعمل البلّورة كشبكة انعراج ثلاثية الأبعاد . يمثل الشكل (٢-٤)



الشكل (٢-٢)

تجربة شقي يونغ



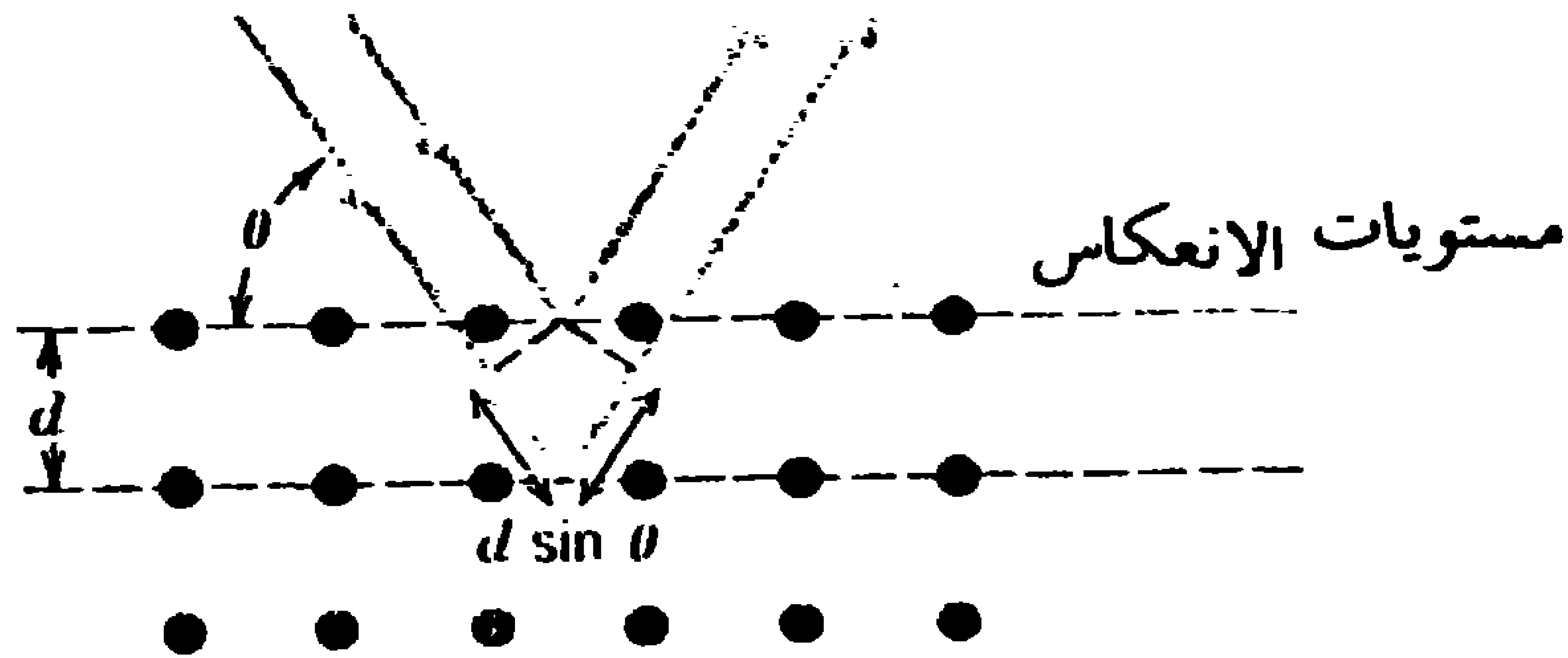
الشكل (٢-٣)

استخدام شبكة الإنعراج في تحليل الضوء إلى مركباته

مجموعة صغيرة من الذرات تعبّر عن مقطع ثنائي الأبعاد في بلّورة ما . تنعكس الأشعة السينية على الذرات وتتداخل وفق اتجاه واحد فقط منتجة حزمة منعكسة ، وفي هذه الحالة نعدّ الانعكاس وكأنه آتٍ من المستوي المرسوم على صف الذرات . فإذا افترضنا أن المسافة بين الصفين المتتاليين هي d فتكون المسافة التي يقطعها الشعاع المنعكس على الصف الثاني من الذرات أطول بمقدار $2d \sin \theta$ فإذا كان فرق المسير مساوياً $n\lambda$ حصل التداخل البنّاء وأدى إلى كثافة ضوئية عظمى . أي أن الصيغة الأساسية للتداخل البنّاء في حالة انعراج الأشعة السينية على البلّورات تعطى بالعلاقة:

$$2d \sin \theta = n\lambda \quad \text{حيث} \quad n = 1,2,3,.... \qquad (2.15)$$

وهو ما يدعى بقانون براغ .



الشكل (٢-٤)

انعكاس حزمة أشعة سينية على مجموعة مستويات بلّورية ، تقطع الحزمة المنعكسة على المستوي الثاني مسافة 2d sin θ زيادة عما تقطعه الحزمة المنعكسة على المستوي الأول

مثال (٢-١) :

ترد حزمة من الأشعة السينية ذات الطول الموجي 0.25 nm على بلّورة وحيدة من ملح الطعام (Nacl) فيحدث انعكاس براغ الأول عند الزاوية 26.3° أوجد المسافة بين الذرات في بلّورة ملح الطعام .

الحل :

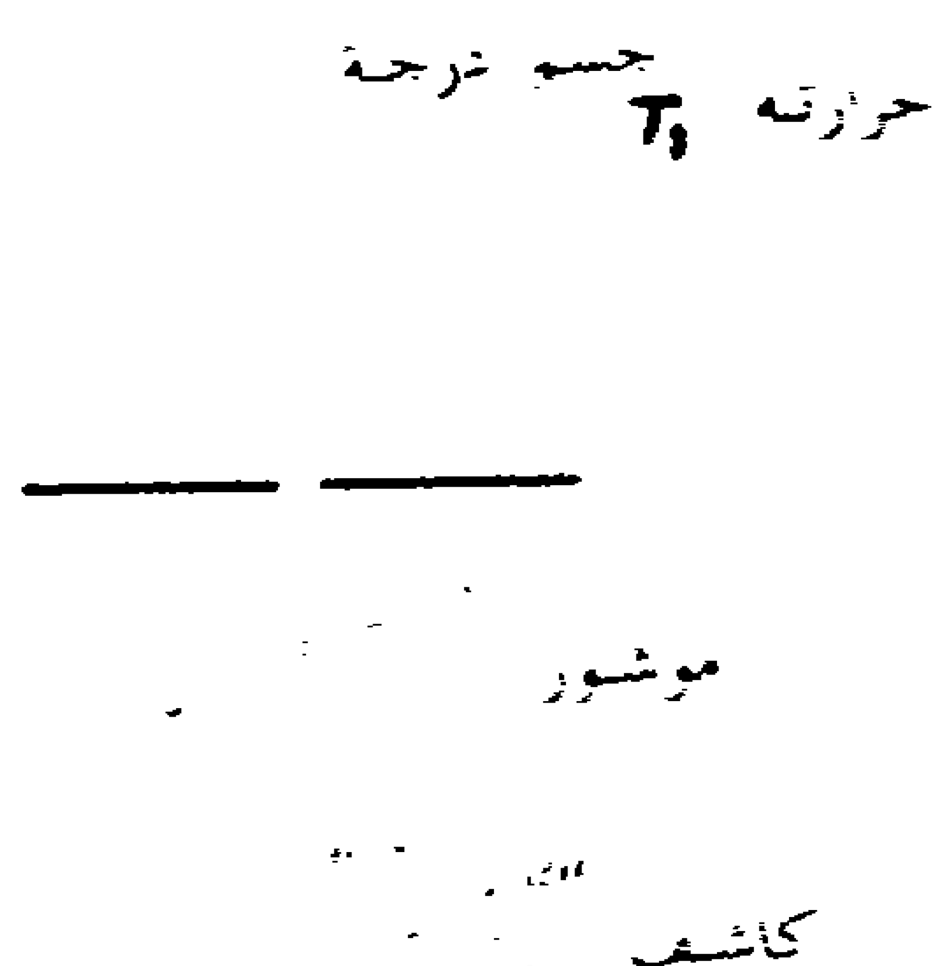
$$d = \frac{n\lambda}{2\sin\theta} = \frac{0.25}{2\sin(26.3^\circ)} = 0.282\text{nm}$$

تعتمد جميع الأمثلة التي ناقشناها حتى الآن على الخواص الموجية للأشعة الكهرطيسية . وسنناقش الآن بعض التجارب الضوئية والأشعة الكهرطيسية الأخرى ، التي تشير إلى عدم كفاية التفسير الموجي في وصف خواص الأشعة الكهرطيسية .

٢-٢- اشعاع الجسم الأسود :

أتى المؤشر الأول لعجز الصورة الموجية التقليدية (التي نجحت بشكل جيد في تفسير تجارب القرن التاسع عشر وتوافقت معها بشكل دقيق من خلال معادلات ماكسويل) من فشل النظرية الموجية في تفسير الطيف الملاحظ للاشعاع الحراري ، وهو الاشعاع الصادر عن الأجسام نتيجة ارتفاع درجات حرارتها . تتالت بعد ذلك التجارب الأخرى مثل دراسة الالكترونات الصادرة عند سقوط الأشعة الكهرطيسية على سطح المعدن (المفعول الكهرضوئي) وكذلك تبعثر الضوء بوساطة الالكترونات (مفعول كومبتون) والتي عجزت أيضاً النظرية الموجية عن تفسير نتائجها التجريبية.

سنبدأ الآن بدراسة الاشعاع الحراري ، فإذا حافظنا على درجة حرارة جسم ما (T_1) والتقطنا الاشعاع الصادر عن هذا الجسم ، بكاشف حساس لمثل هذا الاشعاع كما في الشكل (٢-٥) ، عندها نتمكن من قياس كثافة الاشعاع عند أطوال موجية معينة وذلك بتحريك كاشف الاشعاع .



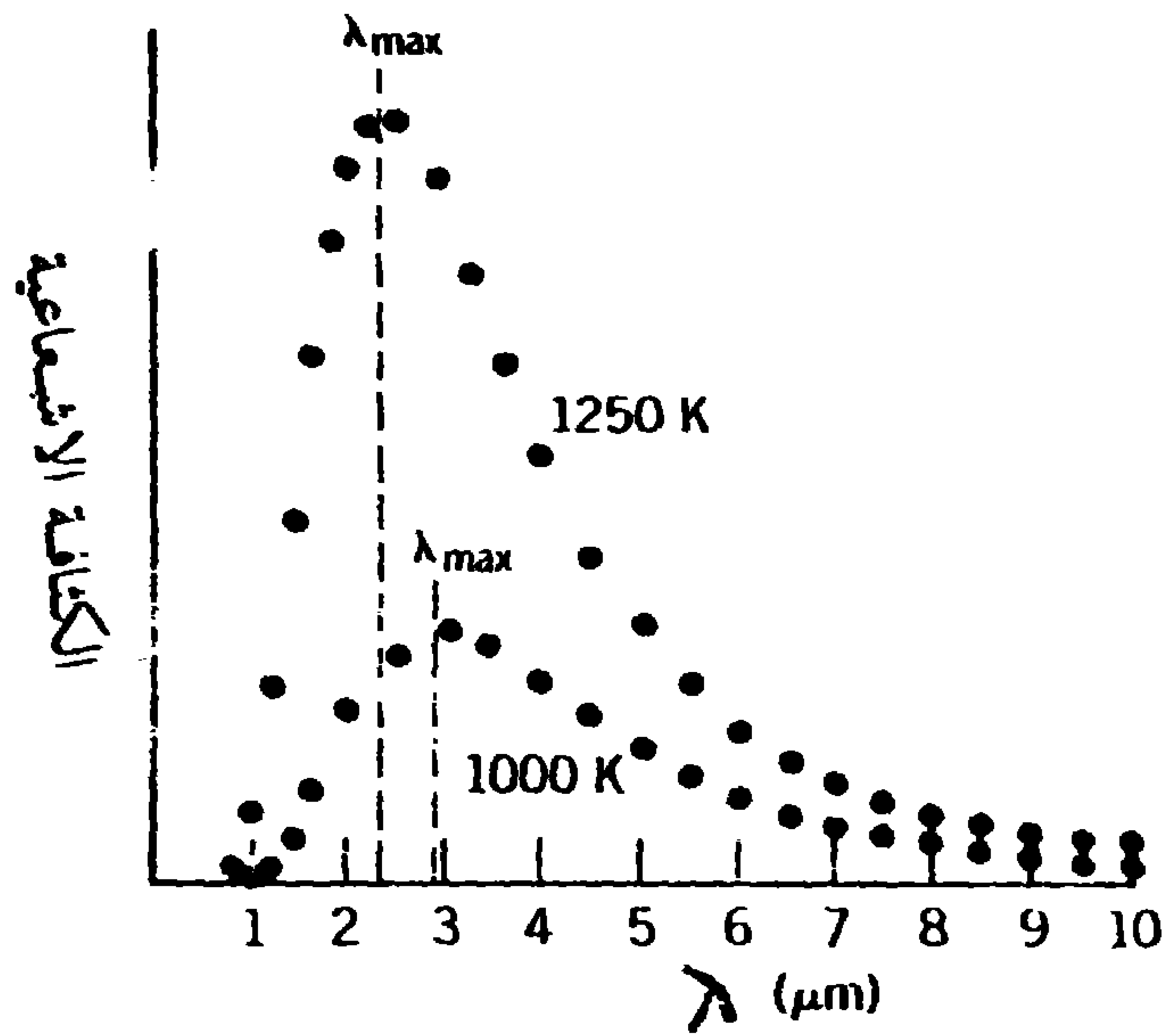
الشكل (٢-٥)

قياس طيف الاشعاع الحراري

يستخدم الموشور كوسط مبدد فتظهر الأطوال الموجية المختلفة وفق زوايا مختلفة

وبما أن أبعاد الكاشف تحدد زاوية صغيرة $d\theta$ ، لذلك نقيس مقدار الاشعاع ضمن مجال يقع بين θ و $\theta + d\theta$ أو بين λ و $\lambda + d\lambda$ ويدعى هذا المقدار بالكثافة الاشعاعية فإذا رسمنا منحني الكثافة الاشعاعية كتابع لطول الموجة نحصل على منحن مماثل للشكل (٢-٦) .

فإذا كررنا التجربة مزيدين درجةحرارة الجسم إلى القيمة T_2 نحصل على المنحني الثاني ، وهكذا فبعد عدد كبير من التجارب نخلص بالنتائج التالية:



الشكل (٢-٦)

نتائج قياس الكثافة الاشعاعية من أجل أطوال موجية مختلفة ، تعطي درجات الحرارة المختلفة قيماً مختلفة لـ λ max

١ - تزداد الكثافة الاشعاعية الكلية ، المحسوبة من أجل جميع الأطوال الموجية ، متناسبة مع القوة الرابعة لدرجة الحرارة T . وبما أن الكثافة الكلية تساوي المساحة تحت المنحني المرسوم في الشكل (٢-٦) نكتب :

$$\int_0^\infty R d\lambda = \sigma T^4 \qquad (2.16)$$

يدعى ثابت التناسب σ بثابت ستيفان - بولتزمان ويساوي $\sigma = 5.67 \times 10^{-8}\ W/m^2K^4$.

٢ - تتناقص قيمة طول الموجة λ max ، التي تأخذ كثافة الاشعاع عندها قيمتها العظمى ، مع ازدياد درجة الحرارة فهي تتناسب عكساً معها أي :

$$\lambda\ max\ .\ T = 2.898 \times 10^{-3}\ m.k \qquad (2.17)$$

وتدعى العلاقة (2.17) بقانون انزياح فين .

مثال (٢-٢) :

أوجد طول موجة الاشعاع التي تكون كثافة الاشعاع عندها عظمى من أجل جسم درجة حرارته 20 °C . ما هي درجة الحرارة التي يجب أن يسخن هذا الجسم إليها حتى تأخذ كثافة الاشعاع قيمتها العظمى ضمن مجال الأشعة الحمراء ؟

الحل :

آ)
$$\lambda\ max = \frac{2.898 \times 10^{-3}}{293} = 9.89\ \ \mu m$$

ب)
$$T = \frac{2.898 \times 10^{-3}}{650 \times 10^{-9}} = 4460\ \ K$$

سنبدأ الآن محاولة تحليل وفهم هاتين النتيجتين (قانونا ستيفان وفين) منطلقين من نظريات الترموديناميك والكهرطيسية . لن نطرح هنا مناقشة كاملة بل تلخيص ملامح النظرية .

تُرى الأجسام نتيجة انعكاس الضوء عليها ، فعند درجة حرارة الغرفة يكون الاشعاع الحراري ضمن مجال الأشعة تحت الحمراء ($\lambda\ max = 10\mu m$) ولا يكون مرئياً ، ومع زيادة التسخين تبدأ الأجسام بإصدار الضوء المرئي لأن $\lambda\ max$ تتناقص مع ازدياد T ، فتبدأ قطعة المعدن مثلاً بالتألق بلون أحمر قاتم ما يلبث أن يتحول إلى الأصفر مع ازدياد درجة الحرارة .

يرتبط الاشعاع الصادر عن الأجسام العادية بخواص أخرى إضافة إلى درجة الحرارة مثل شكل الجسم ومميزات سطحه والمادة التي صنع منها ... إلخ ، وللتخلص من بعض هذه الصعوبات سننظر إلى جسم عادي طُلي سطحه بالسواد (الجسم الأسود) . فإذا كان الجسم أسود بشكل كامل فلن يعكس أي إشعاع يسقط عليه وبالتالي لا نستطيع رؤية سطحه ، وبرغم هذا التبسيط فمازلنا لا نستطيع حساب طيف الاشعاع الصادر ، ولا بد من تعميم آخر للجسم الأسود ألا وهو الفجوة . مثل جوف صندوق معدني وثقب صغير حُفر في أحد جدرانه . فالثقب في هذه الحالة هو الجسم الأسود وليس الصندوق .

تأتي الأشعة من الخارج فتدخل الثقب ويكون احتمال خروجها منه مهملاً وبالتالي لا يحدث انعكاس على الجسم الأسود ، وبما أن الاشعاع الذي يدخل من الثقب يمثل نموذجاً للاشعاعات الموجودة ضمن الصندوق ، فإن فهْمنا لطبيعة الاشعاع داخل الصندوق يسمح بفهم الاشعاع الذي يخرج من الصندوق عبر الثقب .

تتجزأ الحسابات التقليدية لطاقة الاشعاع الصادرة عند كل طولٍ موجي ، إلى عدة مراحل . سنعرض دون برهان الأجزاء الأساسية لهذه الحسابات التي تتضمن أولاً حساب كمية الاشعاع (عدد الأمواج) عند كل طولٍ موجي ، ثم إسهام كل موجة في الطاقة الكلية للصندوق وأخيراً حساب الكثافة الاشعاعية المقابلة لتلك الطاقة .

١ - سنفرض أن الصندوق ممتلىء بالأمواج الكهرطيسية المستقرة ، فإذا كانت جدران الصندوق معدنية فستنعكس هذه الأمواج جيئة وذهاباً مشكلة عقداً للحقل الكهربائي عند الجدران (يجب أن ينعدم الحقل الكهربائي داخل الناقل)

وهو الشرط نفسه المطبق على الأمواج المستقرة الأخرى مثل الوتر المشدود أو عمود الهواء في أنبوب الأورغن .

٢ - يكون عدد الأمواج المستقرة ذات الطول الموجي الذي يتراوح بين λ و λ + d λ مساوياً :

$$N(\lambda)d\lambda = \frac{8\pi v d\lambda}{\lambda^4} \qquad (2.18)$$

حيث V هو حجم الصندوق . فمن أجل أمواج مستقرة وحيدة البعد متوضعة على وتر مشدود طوله L ، تكون الأطوال الموجية المسموحة $\lambda = 2L/n$ حيث (n = 1,2,3, ...) . ويكون عدد الأمواج المستقرة الممكنة بطول موجي يتراوح بين λ_1 و λ_2 هو : $n_2 - n_1 = 2L(\frac{1}{\lambda_2} - \frac{1}{\lambda_1})$ أما في المجال بين λ و λ + λd فيكون العدد مساوياً :

$$N(\lambda)d\lambda = \frac{2L}{\lambda^2} d\lambda$$

بتعميم هذه النتيجة على الأمواج الكهرطيسية ثلاثية الأبعاد نصل إلى العلاقة (2.18) .

٣ - تساهم كل موجة في الاشعاع ضمن الصندوق بطاقة قدرها KT . وهي قيمة محسوبة وفق قوانين الترموديناميك التقليدية . فالاشعاع ضمن الصندوق في توازن حراري مع الجدران بدرجة الحرارة T ، تنعكس الأشعة على الجدران (تُمتص ثم تُصدر بسرعة من قبل ذرات الجدار التي تهتز بتواتر يساوي تواتر الاشعاع) فعند درجة الحرارة T تكون الطاقة الحركية المتوسطة الحرارية للذرة المهتزة مساوية ½ KT (وهي نتيجة مماثلة لتلك التي نحصل عليها في حالة الغاز

الكامل) . وفي حالة هزاز توافقي بسيط تكون الطاقة الحركية المتوسطة مساوية الطاقة الكامنة المتوسطة وبالتالي تكون الطاقة الكلية المتوسطة مساوية KT .

٤ - وللحصول على كثافة الاشعاع من كثافة الطاقة (طاقة واحدة الحجم) نضرب بالمقدار (C/4) . ويأتي هذا العامل من قوانين الترموديناميك والنظرية الكهرطيسية الكلاسيكية .

باستخدام الملاحظات الأربع السابقة نحصل على كثافة الاشعاع فنجد :

كثافة الاشعاع = عدد الأمواج في واحدة الحجم × طاقة الموجة الواحدة × $\frac{C}{4}$

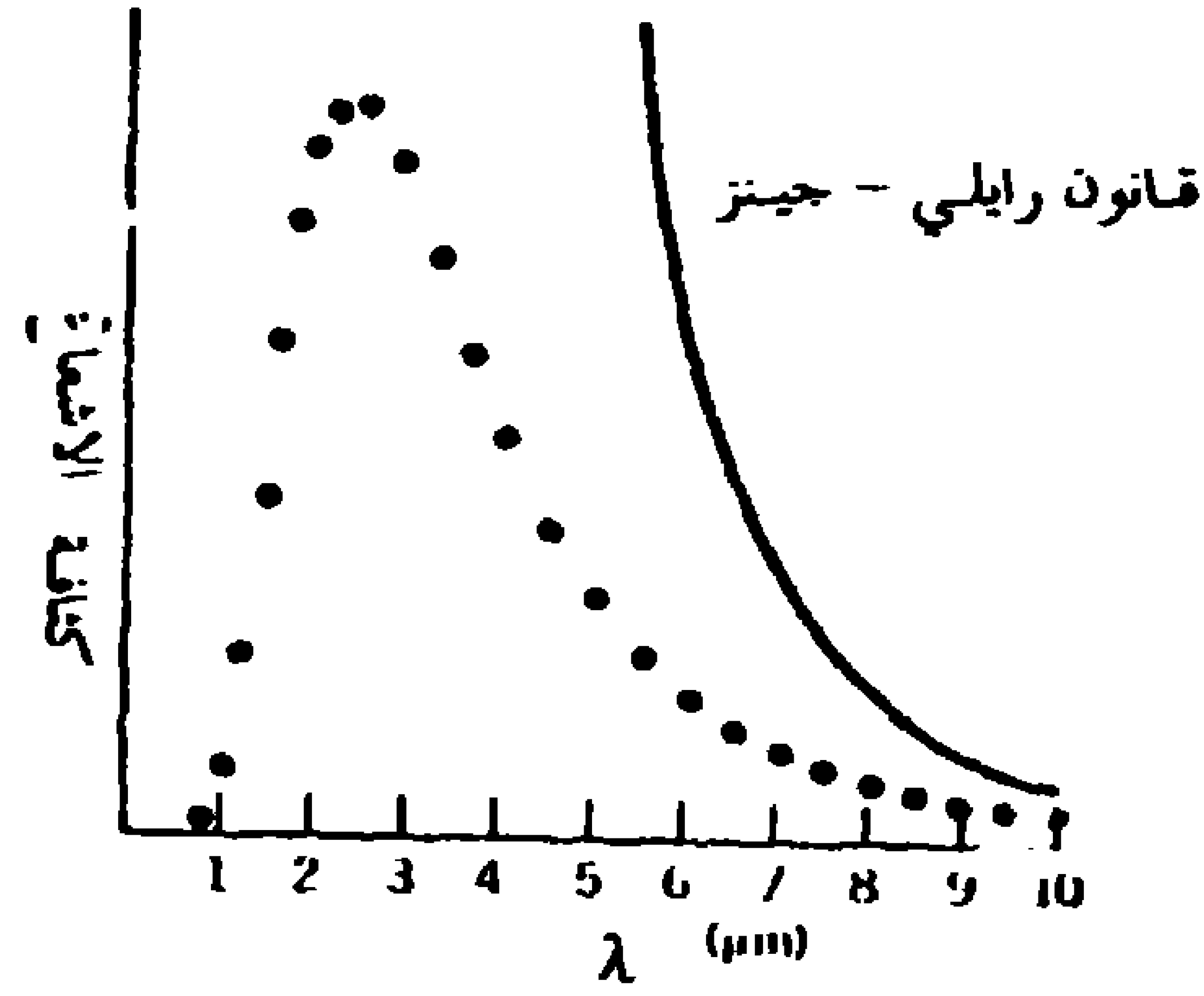
أو :

$$R(\lambda) = \frac{8\pi}{\lambda^4} \times KT \times \frac{C}{4} \qquad (2.19)$$

تدعى هذه النتيجة بصيغة رايلي - جينز ، وتستند إلى النظريات التقليدية في الكهرطيسية والترموديناميك ، وتمثل أفضل محاولة لتطبيق الفيزياء التقليدية لفهم مسألة إشعاع الجسم الأسود ، ونجد في الشكل (٢-٧) مقارنة بين هذه الصيغة والنتائج التجريبية .

يدعى فشل قانون رايلي - جينز عند الأمواج القصيرة بالكارثة فوق البنفسجية .

فهو يمثل مشكلة جدية للفيزياء التقليدية ، وذلك بسبب استناد صيغة رايلي - جينز إلى قوانين الترموديناميك والكهرطيسية التي أُختبرت في ظروف أخرى كثيرة وأعطت وفاقاً ممتازاً مع التجربة . وبدا واضحاً أن النظريات التقليدية لن



الشكل (٢-٧)

فشل صيغة رايلي – جينز التقليدية في مطابقة الطيف الملاحظ للكثافة الاشعاعية . تقترب نتائج هذه الصيغة من القيم التجريبية عند الأطوال الموجية الطويلة ، ولكنها تفشل بشكل واضح عند الأمواج القصيرة

تصلح في حالة اشعاع الجسم الأسود ، وأنه لا بد من نوع جديد للنظريات الفيزيائية .

أتت هذه الفيزياء الجديدة ، والتي أعطت تفسيراً صحيحاً للاشعاع الحراري، على يد الفيزيائي الألماني ماكس بلانك . إذ بحث عن طريقة تجعل الكثافة الاشعاعية R تقترب من الصفر عندما تقترب λ من الصفر .

اقترح بلانك أن الذرة المهتزة يمكن أن تمتص أو تصدر الطاقة بشكل حبات متقطعة تدعى الكمات ، فإذا كانت طاقة هذه الحبة متناسبة مع تواتر الاشعاع ، فإن طاقتها ستزداد مع ازدياد التواتر . وبما أن طاقة الموجة الواحدة لا تملك من الطاقة أكثر من KT فلا يوجد أمواج مستقرة طاقة حبتها تتجاوز المقدار KT . وهذا يحدد كثافة الاشعاع ويخلصنا من الكارثة فوق البنفسجية .

وبصورة أصح يمكن القول إن إسـهام بلانـك هـو ايجـاد طريقـة يكـون فيهـا احتمال وجود نمط اهتزاز طاقته أكبر من KT صغيراً مهملاً .

ففي نظرية بلانك يمكن للهزّاز أن يصدر أو يمتص طاقة على شـكل مكمـم أي على شكل عدد صحيح من مقدار أساسي من الطاقة ε :

$$n = 1,2,3, \ldots \qquad E = n\varepsilon \qquad (2.20)$$

حيث n هو عدد الكمات . كما يتحدد المقدار الأساسي من الطاقة بـالتواتر وفق العلاقة :

$$\varepsilon = h\nu \qquad (2.21)$$

حيث h هو ثابت بلانك .

حسب بلانك طيف الكثافة الاشعاعية مستخدماً هذا الافتراض فوجد :

$$R(\lambda) = \frac{C}{4}\left(\frac{8\pi}{\lambda^4}\right)\left[\frac{hc}{\lambda}\frac{1}{e^{hc/kT\lambda}-1}\right] \qquad (2.22)$$

وهي على وفاق ممتاز مع النتائج التجريبية .

إن افتراض البنيـة المتقطعـة لطاقـة الهـزاز أدى إلى اسـتبدال بـالمقدار الموجـود ضمن قوسين في العلاقة (2.22) الطاقة المتوسـطة للموجة KT في العلاقة (2.18) . وبما أن صيغة رايلي – جينز تصح بشـكل جيـد في حالـة الموجـات الطويلـة لذلـك نتوقع أن تُرد العلاقـة (2.22) إلى العلاقـة (2.19) في حالـة الموجـات الطويلـة . ويمكننا التأكد من ذلك بنشر التابع الأسي في العلاقة (2.22) فنحصل علـى العلاقـة (2.19) . كما أننا نستطيع الوصـول إلى قـانون سـتيفان وقـانون فـين انطلاقـاً مـن

العلاقة (2.22) وهذا يؤدي إلى علاقة بين ثابت ستيفان – بولتزمان وثـابت بلانـك وهي :

$$\sigma = \frac{2\pi^5 K^4}{15 C^2 h^3} \qquad (2.23)$$

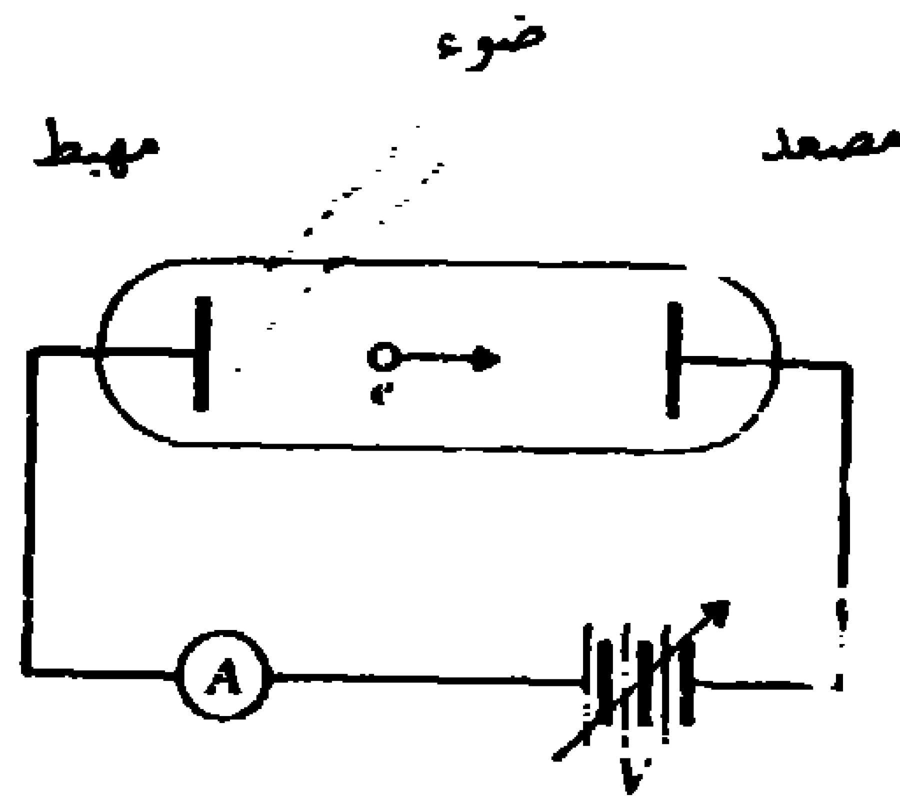
وبما أننا نستطيع تعيين الثابت σ بصورة تجريبية فـإن العلاقـة (2.22) تعطـي قيمة للثابت h وهي : $h = 6.26 \times 10^{-34}$ J.S

لم يشعر أحد في اجتماع الجمعية الفيزيائيـة الألمانيـة عـام ١٩٠٠ بأهميـة مـا أعلنه بلانك ، وحتى بلانك نفسه لم يكن يعتقد بأنه قام بأكثر مـن تفسـير لظـاهرة فيزيائية محددة . وبقي الأمر كذلك حتى قام اينشـتاين بعـد خمـس سـنوات بتفسـير المفعول الكهرضوئي وأظهر أن نتائج بلانك ليست مرتبطة بإشعاع الجسـم الأسـود فقط ، بل هي صفة أساسية للأمـواج الكهرطيسـية قـادت إلى طريقـة جديـدة غـير متوقعة لدراسة العالم الفيزيائي .

٢-٣- المفعول الكهرضوئي :

المفعول الكهرضوئي هو طرح المعدن للالكترونات نتيجة ورود حزمة ضوئية على سطحه . ويمكننا بصورة تجريبيـة دراسـة المفعـول الكهرضوئـي وقيـاس كيفيـة ارتباط معدل طرح الالكترونات وطاقـة الالكـترون الحركيـة بكثافـة الضـوء الـوارد وطول موجته . ويجب أن تُجرى مثل هـذه التجـارب بـالخلاء تجنبـاً لخسـارة طاقـة الالكترونات الحركية أثناء اصطدامها بجزيئات الهواء .

ويوضح الشكل (٢-٨) الترتيبات المخبرية لمثل هذه التجارب .



الشكل (٢-٨)

المفعول الكهرضوئي يرد الضوء على المهبط فتنطلق الالكترونات نحو المصعد ويشير مقياس أمبير إلى مرور تيار كهربائي

يقاس معدل طرح الالكترونات بقراءة التيار الكهربائي المار في الدارة ، وتحدد الطاقة الحركية للالكترونات بتطبيق كمون معاكس يمنع الالكترونات من الوصول إلى المصعد .

يُزاد الكمون المعاكس حتى تصبح قيمة التيار مساوية الصفر ، ويطلق على هذا الكمون اسم كمون الاقاف Vs . فبقياس كمون الايقاف نحدد الطاقة الحركية العظمى للالكترون .

$$K_{max} = eV_s \qquad (2.24)$$

حيث e هي شحنة الالكترون .

تتلخص نتائج التجارب على المفعول الكهرضوئي بمايلي :

١ - يرتبط معدل طرح الالكترونات بكثافة الضوء الوارد .

٢ – لا يرتبط معدل طرح الالكترونات بطول موجة الضوء إذا كان هذا الطول أقل من قيمة معينة ؛ تتناقص قيمة التيار مع ازدياد طول الموجة حتى تأخذ قيمة الصفر عند قيمة معينة λ_c تدعى طول موجة القطع .

٣ – ترتبط القيمة λ_c بنوع المعدن المستخدم وليس بكثافة الضوء الوارد . فمن أجل قيم أقل من λ_c يحدث المفعول الكهرضوئي مهما كانت كثافة الضوء قليلة ، أما من أجل قيم أكبر من λ_c فلا يحدث المفعول الكهرضوئي مهما كانت كثافة الضوء الوارد .

٤ – ترتبط الطاقة الحركية العظمى للالكترون المطروح بطول موجة الضوء الوارد وليس كثافته . فتزداد الطاقة الحركية خطياً متناسبة مع تواتر الضوء الوارد .

٥ – عندما يُضاء سطح المعدن تُطرح الالكترونات (يبدأ التيار) بصورة آنية (أقل من 10^{-9} ثانية) .

سنرى أولاً كيف تفشل النظرية الموجية في تفسير المفعول الكهرضوئي . فاستناداً إلى هذه النظرية ، ستمتص الذرات طاقة الموجة الكهرطيسية بمعدل يتناسب مع السطح الموجّه نحو الموجة ، وتهتز الالكترونات متجاوبة مع الحقل الكهربائي للموجة حتى تأخذ من الموجة طاقة كافية لتحرير الالكترون من الذرة . فبزيادة سطوع المنبع الضوئي يزداد معدل امتصاص الطاقة ، ويزداد الحقل الكهربائي ، وبالتالي يجب أن يزداد معدل طرح الالكترونات وهذا يتوافق مع النتائج التجريبية . ولكن هذا الامتصاص يجب أن يتم مهما كان طول موجة الضوء، أي أن وجود القيمة λ_c يتعارض مع هذه الصورة الموجية .وحتى مع أطوال موجية أكبر من λ_c فإن النظرية تؤكد تأمين طاقة كافية لتحرير الالكترون .

نستطيع بصورة تقريبية تقدير الزمن اللازم كي تمتص الذرة طاقة كافية لتحرير الالكترون فإذا أخذنا حزمة ضوئية ليزرية (هليوم - نيون) باستطاعة قدرها 10^{-3} w منتشرة على مساحة قطرها 10^{-10} m أي مساحة من المرتبة 10^{-20} m^2 فما يسقط على الذرة الواحدة يشكل ما نسبته $10^{-20}/10^{-5} = 10^{-5}$ من الاستطاعة أي ما تمتصه الذرة من الطاقة هو : 10^{-8} $w \approx 6$ ev/s وبالتالي نحتاج إلى ثانية واحدة لامتصاص ما يكفي لطرح الالكترون . أي أنه وفقاً للنظرية الموجية لا نتوقع مشاهدة المفعول الكهرضوئي إلا بعد مرور عدة ثوان على سقوط الضوء . ولكن التجارب تشير إلى حدوث المفعول الكهرضوئي خلال زمن من المرتبة 10^{-9} ثانية . وبهذين التناقضين (وجود λ_c والتأخر الزمني) لا تستطيع النظرية الموجية تفسير المفعول الكهرضوئي .

وضع اينشتاين النظرية الصحيحة لتفسير المنفعول الكهرضوئي عام ١٩٠٥ منطلقاً من فكرة بلانك في تكميم الطاقة ، ومفترضاً أن هذا التكميم ليس صفة خاصة بالذرات أو جدران الفجوات وإنما خاصة من خواص الاشعاع نفسه . فالطاقة الكهرطيسية تُمتص على شكل حبات متقطعة (كمات) تدعى الفوتونات ، وليست زخماً مستمراً من الأمواج. ولكل فوتون تواتر مرتبط بطاقته وفق العلاقة :

$$E = h\nu \qquad (2.24)$$

حيث h هو ثابت بلانك . يملك الفوتون ذو التواتر الأعلى طاقة أعلى ، ففوتون الضوء الأزرق أكثر طاقة من فوتون الضوء الأحمر .

وبما أن الموجة التقليدية ذات الطاقة U تحمل اندفاعاً قدره $p = \dfrac{U}{C}$ ، فإن الفوتون يحمل اندفاعاً يعطى بالعلاقة :

$$P = \frac{E}{C} \qquad (2.25)$$

وله كتلة سكونية معدومة $m_o = o$. فالفوتون يتصرف مثل جسيم كتلته معدومة ! (وبالطبع لا يتعارض هذا الأمر مع الواقع لأن النظرية النسبية لا تسمح بتحرك أي جسم بسرعة الضوء ، وبالتالي لا يمكن إيقاف الفوتون).

باستخدام العلاقتين (2.24) و (2.25) نحصل على علاقة مباشرة بين اندفاع الفوتون وطول موجته :

$$P = \frac{h}{\lambda} \qquad (2.26)$$

تفسر نظرية اينشتاين جميع المظاهر المشاهدة في المفعول الكهرضوئي . فإذا فرضنا أن الالكترون مرتبط بالمعدن بطاقة قدرها W وتدعى بتابع العمل ، فيكون للمعادن المختلفة توابع عمل مختلفة ، ونجد في الجدول (2.1) بعضاً منها ، ولنزع الالكترون من سطح المعدن لا بد من تقديم طاقة تساوي على الأقل تابع العمل لهذا المعدن . وتملك الالكترونات غير السطحية طاقة ارتباط أكبر وتتطلب طاقة أكبر لانتزاعها .

يتحرر الالكترون عندما تمتص الذرة فوتوناً طاقته أكبر أو تساوي W . أي أن المفعول الكهرضوئي لا يحدث إذا كان $h\nu < w$ أما إذا كان $h\nu > w$ فينطلق الالكترون مع طاقة حركية تساوي الفرق بين طاقة الفوتون الوارد وتابع العمل ، فمن أجل الالكترونات المحررة من سطح المعدن لدينا :

الطاقة W (ev)	المعدن	
2.28	الصوديوم	Na
4.08	الألمنيوم	Al
3.09	الكوبالت	Co
4.70	النحاس	Cu
4.31	التوتياء	Zn
4.73	الفضة	Ag
6.35	البلاتين	Pt
4.14	الرصاص	Pb

الجدول (2.1)

بعض توابع العمل للمفعول الكهرضوئي

$$K_{max} = h\nu - w \qquad (2.27)$$

أما الالكترونات الموجودة تحت السطح فتملك طاقة حركية أقل من K_{max} والفوتون الذي يقدم طاقة تساوي W أي ما يكفي الالكترون ويقابل ضوءاً طول موجته λ_c ، يحرر الكتروناً لا يملك طاقة حركية وتأخذ المعادلة (2.27) الشكل:

$$W = h\nu = \frac{hc}{\lambda_c} \qquad (2.28)$$

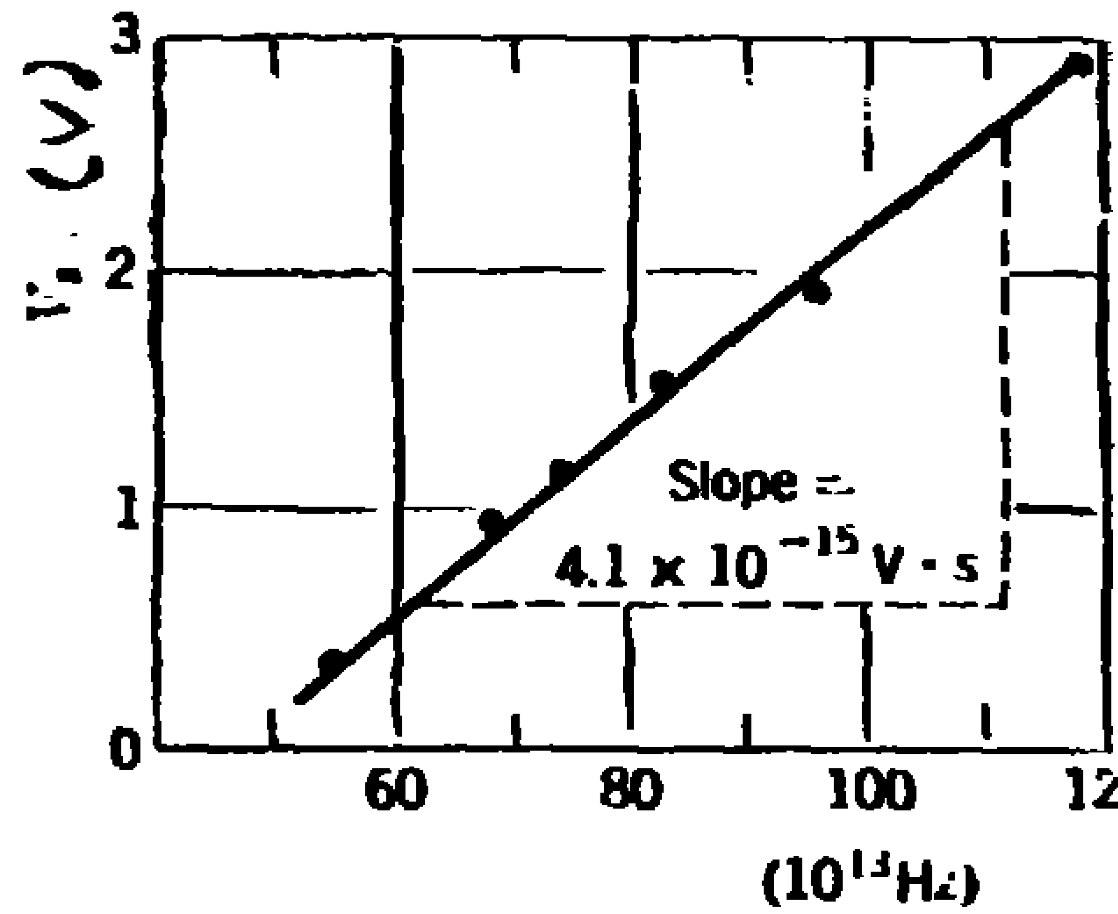
ومنـه :

$$\lambda_c = \frac{hc}{w} \qquad (2.29)$$

وبما أننا نحصل على الكترون واحـد مقـابل كـل فوتـون تم امتصاصـه ، فـإن زيادة الكثافة الضوئية تؤدي إلى زيادة في الالكترونات المحررة ، ولكنها جميعاً تملـك الطاقة الحركية نفسها ولا يرتبط كمون الايقاف بالكثافة الضوئية . أما زمن التأخر قبل طـرح الالكـترون فهـو صغير لأن الالكـترون يخرج مباشـرة مـن المعـدن فـور امتصاص الفوتون .

وهكذا تتوافق جميـع المظـاهر التجريبيـة للمفعـول الكهرضوئـي مـع السـلوك الكمومي للاشعاع الكهرطيسي .

قدّم روبرت ميلكان البرهان الأكيد المقنع لهذا التوافق من خلال سلسـلة مـن التجـارب الدقيقـة الـتي أجراهـا عـام ١٩١٥ . ويبـين الشـكل (٢-٩) نموذجـاً لنتائجه.



الشكل (٢-٩)

تجارب ميليكان للمفعول الكهرضوئي في معدن الصوديوم . الميل هو النسبة h/e

فمن ميل المستقيم ، الذي يمثل المعادلة (2.27) ، يمكن التوصل إلى قيمة ثابت بلانك وفي هذه الحالة $h = 6.57 \times 10^{-34}$ J.S وهي على وفاق ممتاز مع القيمة المحسوبة من قياس ثابت بولتزمان – ستيفان كما في العلاقة (2.23) . هذا التوافق الجيد المأخوذ من نوعين مختلفين تماماً من التجارب ، إذ يتم في الأول امتصاص الأشعة الكهرطيسية وفي الثاني اصدارها ، يوضح أهمية ثابت بلانك ، ويعدّ هذا الثابت أحد الثوابت الشاملة في الطبيعة ولقد تم قياسه بدقة عالية وتم اعتماد القيمة: $h = 6.62618 \times 10^{-34}$ J.S .

مثال (٢-٣) :

آ) ما هي طاقة واندفاع فوتون ضوء أحمر طول موجته 650nm ؟

ب) ما هو طول موجة فوتون طاقته 2.40 ev ؟

الحل :

آ)
$$E = h\nu = \frac{hc}{\lambda} = \frac{1240}{650} = 1.91 \ \ ev$$

$$P = \frac{h}{\lambda} = \frac{hc}{\lambda c} = \frac{E}{C} = 1.91 \ \ ev/c$$

ب)
$$\lambda = \frac{hc}{E} = \frac{1240}{2.40} = 517 \ \ nm$$

مثال (٢-٤) :

آ) أوجد طول موجة القطع λc للتنغستين ، ب) أوجد الطاقة الحركية العظمى للالكترونات عند استخدام اشعاع طول موجته 200nm ، جـ) أوجد كمون الايقاف في هذه الحالة علماً أن تابع العمل للتنغستين يساوي 4.52 nm .

الحل :

أ) $$\lambda_c = \frac{hc}{w} = \frac{1240}{4.52} = 274 \quad nm$$

ب) $$K_{max} = h\lambda - w = \frac{hc}{\lambda} - w = \frac{1240}{200} - 4.52 = 1.68 \quad ev$$

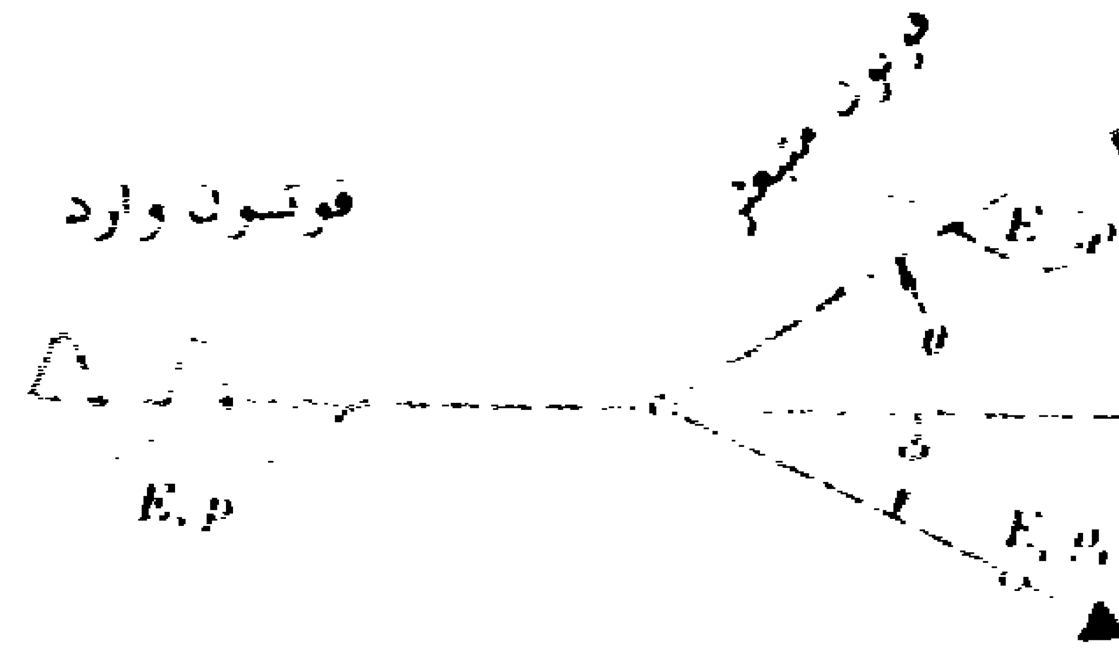
جـ) $$V_s = \frac{K_{max}}{e} = \frac{1.68 \quad ev}{e} = 1.68 \quad v$$

٢-٤- مفعول كومبتون :

هناك أسلوب آخر لتفاعل الاشعاع مع الذرات ألا وهو مفعول كومبتون ، حيث تتبعثر الأشعة عندما تصطدم بألكترونات ضعيفة الارتباط (حرة تقريباً) ، فيأخذ الالكترون جزءاً من الطاقة متحرراً من الذرة ، ويصدر ما تبقى من الطاقة على شكل اشعاع كهرطيسي تشكل الأشعة المتبعثرة .

يكون للأشعة المتبعثرة ، وفقاً للصورة الموجية ، طاقة أقل من طاقة الأشعة الواردة بينما لا يتغير طول الموجة . ولكننا سنرى أن فكرة الفوتون تقود إلى تنبؤ مختلف للأشعة المتبعثرة .

يمكن النظر إلى عملية التبعثر على أنها تفاعل (اصطدام وفق المفهوم الجسمي التقليدي) بين فوتون والكترون ساكن ، ويبين الشكل (٢-١٠) مثل هذا التصادم.



الشكل (٢-١٠)

هندسة تبعثر كومبتون

يملك الفوتون الوارد طاقة هي :

$$E = h\nu = \frac{hc}{\lambda} \qquad (2.30)$$

واندفاعاً خطياً يساوي

$$P = \frac{E}{C} \qquad (2.31)$$

ويملك الالكترون الساكن طاقة سكونية تساوي $m_e c^2$.

أما بعد التبعثر فيكون للفوتون طاقة تساوي 'E واندفاعاً يساوي 'P ويتحرك وفق اتجاه يصنع زاوية قدرها θ مع اتجاه الفوتون الوارد ، بينما يملك الالكترون طاقة كلية Ee واندفاعاً Pe وفق اتجاه يصنع زاوية ϕ مع اتجاه الفوتون الوارد .

سنطبق قانوني انحفاظ الطاقة والاندفاع الخطي فنكتب :

$$E_{inital} = E_{finak}$$

$$E + m_e c^2 = E' + Ee \qquad (2.32)$$

$$\vec{P}\,\text{inital} = \vec{P}\,\text{final} \qquad (2.33)$$
$$\vec{P} = \vec{P}e + \vec{P}'$$

أو

$$P_e^2 = P^2 + p'^2 - 2P'P \cos\theta \qquad (2.34)$$

ولكن $E_e^2 = C^2P_e^2 + m_o^2 c^4$ ومنه

$$(E + m_ec^2 - E')^2 = C^2(P^2 + P'^2 - 2PP' \cos\theta) + m_e^2c^4 \qquad (2.35)$$

بإجراء بعض الاختصارات والعمليات الجبرية نجد :

$$\frac{1}{E'} - \frac{1}{E} = \frac{1}{m_ec^2}(1 - \cos\theta) \qquad (2.36)$$

والتي تكتب بالشكل :

$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{m_ec}(1 - \cos\theta) \qquad (2.37)$$

حيث λ' هو طول موجة الفوتون المتبعثر و λ طول موجة الفوتون الوارد .
يدعى المقدار h/m_ec بطول موجة كومبتون ويأخذ القيمة : 0.002426 nm .

مثال (٢-٥) :

شوهد تبعثر كومبتون لأشعة سينية طول موجتها 0.24 nm عند الزاوية 60° بالنسبة لاتجاه الورود . أوجد : آ) طول موجة الأشعة المتبعثرة، ب)طاقة الفوتونات المتبعثرة ، جـ) الطاقة الحركية للالكترونات المتبعثرة ، د) اتجاه الالكترون المتحرك .

الحل :

أ) $\lambda' = \lambda + \frac{h}{m_e c}(1 - \text{Cos}\theta) = 0.24 + 0.00243 \ \ (1\frac{1}{2})$

$= 0.2412 \ \ \text{nm}$

ب) $E' = \frac{hc}{\lambda'} = \frac{1240}{0.2412} = 5141 \ \ \text{ev}$

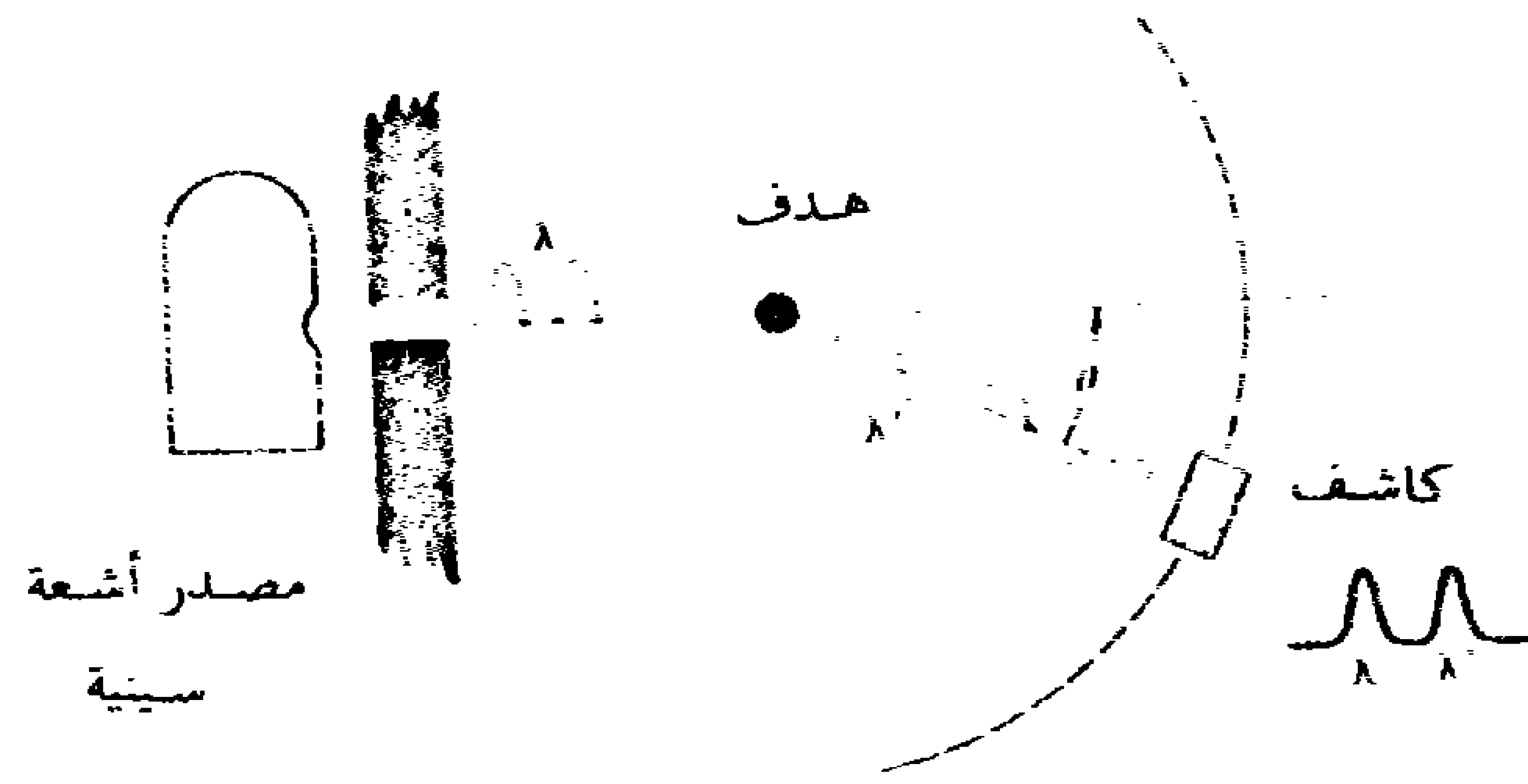
جـ) $E_e = (E - E') + m_e c^2 = K_e + m_e c^2 \Rightarrow K_e = E - E'$

$E \ = \frac{hc}{\lambda} = 5167 \ \ \text{ev} \ \ ; \ \ K_e = 5167 - 5141 = 26 \ \ \text{ev}$

د) $\text{tam} \ \ \phi = \frac{E' \sin\theta}{E - E' \text{Cos}\theta} = \frac{5141 \sin 60}{5167 - 5141 \text{Cos} 60} = 1.715$

$\phi = 59.7^0$

أنجز آرثر كومبتون عام ١٩٢٣ أول تجربة ايضاحية لهذا النوع من التبعثر ، ونجد في الشكل (٢-١١) مخططاً للترتيبات المخبرية المستخدمة .



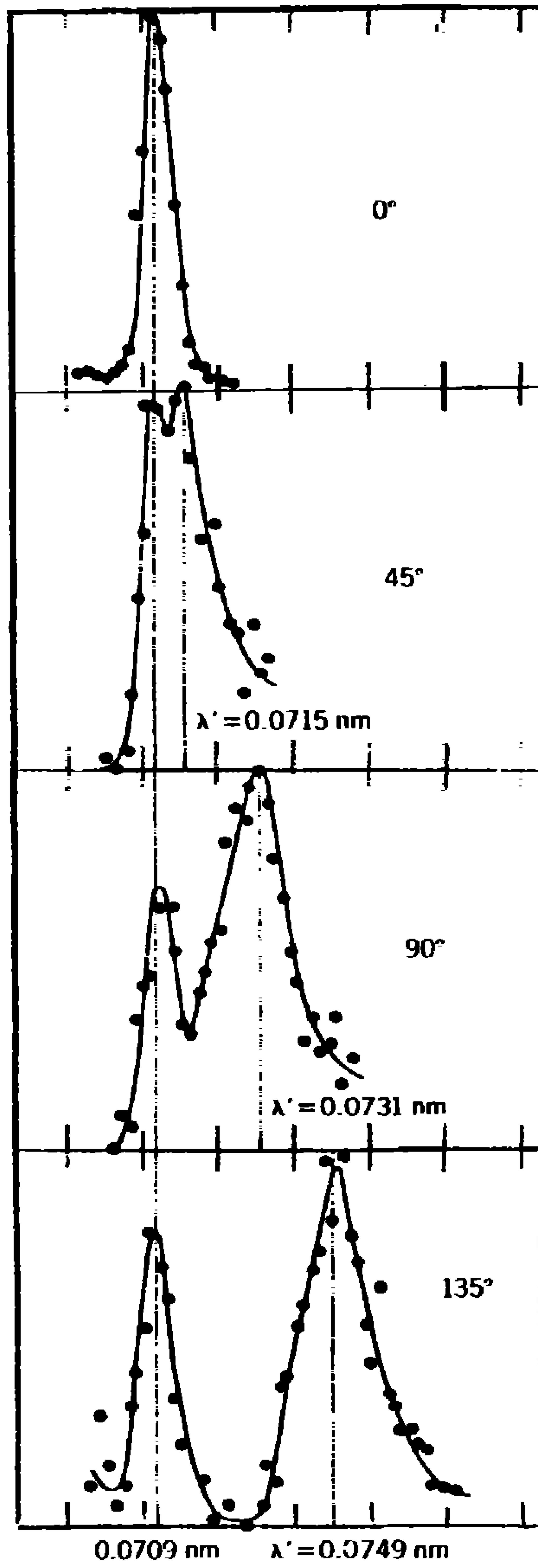
الشكل (٢-١١)

مخطط لتجربة تبعثر كومبتون . تقاس الأطوال الموجية `λ للأشعة السينية المتبعثرة بوساطة كاشف ، حيث يرتبط الفرق ( λ - `λ) بزاوية التبعثر θ

ترد حزمة من الأشعة السينية على هدف مبعثر . (استخدم كومبتون الكربون كهدف مبعثر) يمثل الشكل (٢-١٢) نتائج تجارب كومبتون ، ويظهر نهايتين عظميين عند كل زاوية تبعثر محددة ، وتقابلان فوتونين متبعثرين من الأشعة السينية بطاقتين مختلفتين أي بطولين موجيين مختلفين . لا يتغير موضع إحدى النهايتين كتابع لزاوية التبعثر ، وهي تقابل تبعثراً من الكترونات داخلية (مرتبطة بقوة بالذرة المبعثرة) ، بينما يتغير طول موجة النهاية الثانية بشدة مع تغير زاوية التبعثر على وفاق مع الصيغة التي أوجدها كومبتون .

٢-٥- مفاعيل الفوتون الأخرى :

كان تبعثر كومبتون وكذلك المفعول الكهرضوئي من أول التجارب التي تدعم وجود الفوتون الذي يمثل تكميم الأشعة الكهرطيسية ، إلا أن هناك عدداً هائلاً من التجارب الأخرى التي لا يمكن أن تفسر نتائجها بدقة ما لم نفترض تكميم الأشعة الكهرطيسية ولسوف نناقش في هذه الفقرة بعضاً منها .

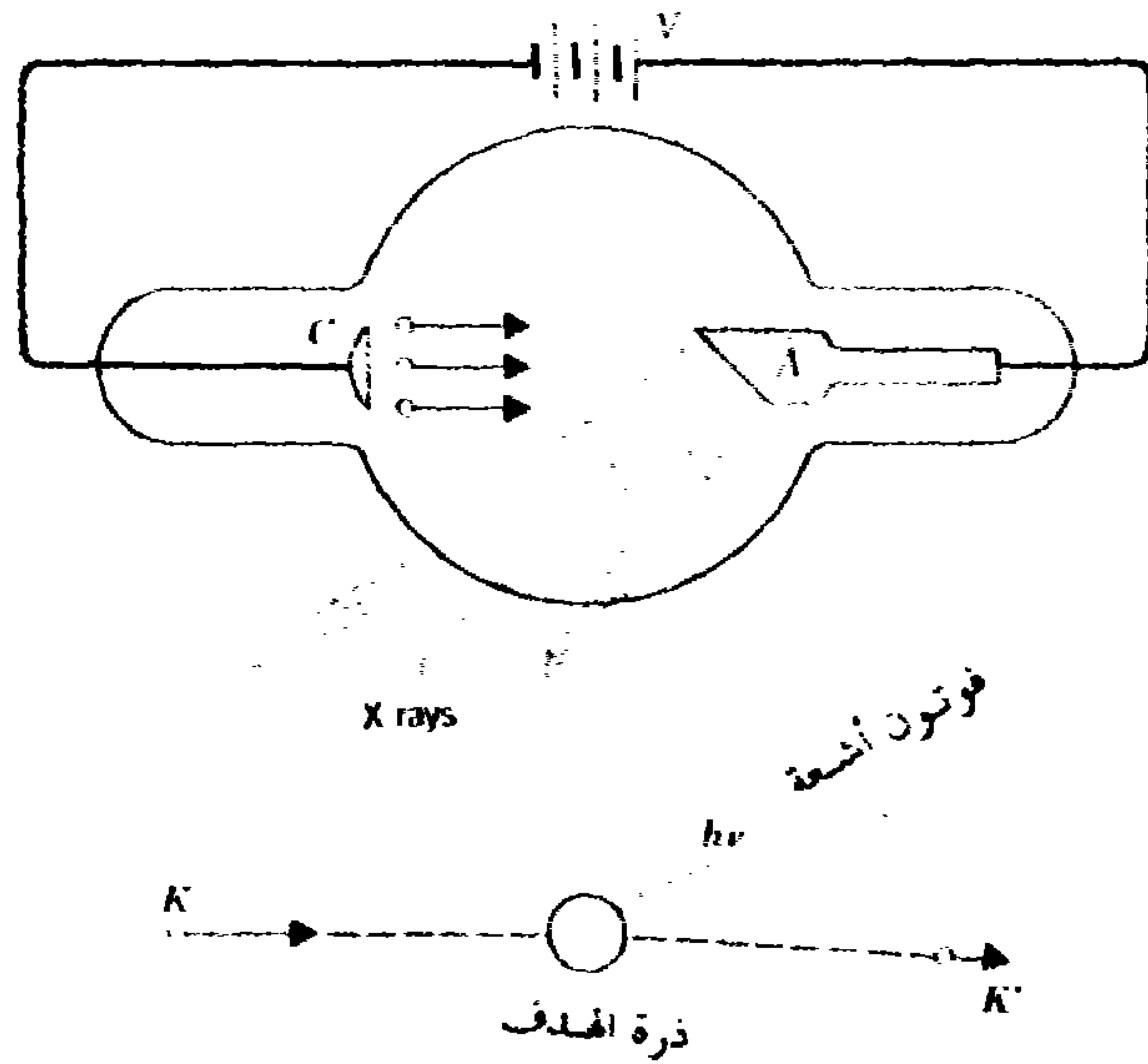


الشكل (٢-١٢)
تجارب كومبتون في تبعثر الأشعة السينية

الكبح وإنتاج الأشعة السينية :

عندما تُسرع الشحنة الكهربائية مثل الالكترون أو تُبطأ فإنها تشع طاقة كهرطيسية أي أنها تصدر فوتونات .

لنفترض أن لدينا حزمة الكترونية اكتسبت طاقتها بتسريعها بوساطة الكمون V كما في الشكل (٢-١٣) .



الشكل (٢-١٣)

ترتيب مخبري ينتج أشعة الكبح

تصدر الالكترونات من المهبط وتسرع نحو المصعد بوساطة الكمون V . عندما يضرب الالكترون ذرة من الهدف تتناقص سرعته منتجاً فوتون أشعة سينية

عندما تضرب الالكترونات الهدف تتناقص سرعتها وتقف نتيجة اصطداماتها المتتالية مع ذرات الهدف . ينتقل ، في مثل هذه التصادمات ، الاندفاع إلى الذرات فـ .اطأ الالكترونات مصدرة فوتونات . وتكون طاقة ارتداد الذرة صغيرة ويمكن إهمالها ، فإذا كان للألكترون طاقة حركية قدرها K قبل اصطدامه بالهدف وانتهى بطاقة حركية قدرها 'K عندها تعطى طاقة الفوتون بالعلاقة :

$$h\nu = K - K' \qquad (2.338)$$

لا تتحدد طاقة الفوتون الصادر ، وبالتالي طول موجته ، بصورة وحيدة لأن الطاقة الحركية K في المعادلة (2.38) هي القيمة الوحية المعلومة ، كما أن الالكترون يقوم باصطدامات كثيرة ويصدر فوتونات متعددة مختلفة ويكون أصغر الأطوال الموجية موافقاً لأكبر طاقة ممكنة ألا وهي $K = h\nu$ أي:

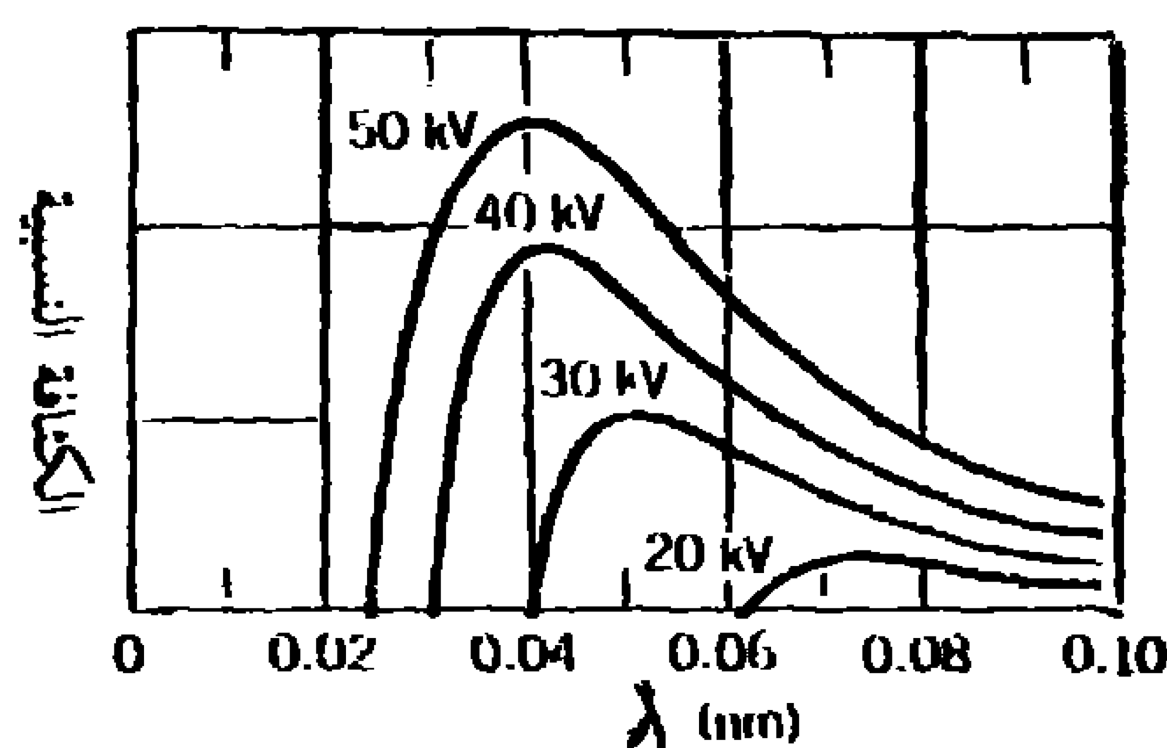
$$\frac{hc}{\lambda\, min} = ev \qquad (2.39)$$

ومنه $\lambda\, min = \frac{hc}{ev}$

فمن أجل كمون مسّرع قدره 10 000 v تكون مرتبة الطول الموجي الأصغري λ min عشرات النانومتر ، وتقابل مجال الأشعة السينية في الطيف الكهرطيسي .

يدعى هذا التوزع المتصل للأشعة السينية (وهو مختلف تماماً عن الأشعة السينية المنفصلة الناتجة من الانتقالات الذرية) بأشعة الكبح ويوضح الشكل (٢-١٤) بعض نماذج أشعة الكبح ويمكن التعبير عن إشعاع الكبح بالرمز الكترون ← الكترون + فوتون وهي العملية المعاكسة للمفعول الكهرضوئي

فوتون + الكترون ← الكترون . ولا يحدث أي منهما في حالة الكترون حر بسبب الحاجة إلى ذرة ثقيلة تؤمن انخفاظ الاندفاع الخطي .



الشكل (٢-١٤)
نماذج لأشعة الكبح وقد أُشير إلى قيمة الكمون المسّرع في كل حالة

إنتاج الأزواج :

تحدث هذه العملية عندما يتفاعل الفوتون مع الذرة فيخسر الفوتون كل طاقته منتجاً جسيمين هما الالكترون والبوزيترون (البوزيترون هو جسيم مماثل للالكترون في كتلته ولكنه يحمل شحنة موجبة تساوي شحنة الالكترون السالبة) وهنا نجد مثالاً لتكافؤ الطاقة والكتلة فالالكترون لم يكن موجوداً قبل تفاعل الفوتون مع الذرة ، وتحولت طاقة الفوتون إلى طاقتين نسبيتين E_+ و E_- للبوزيترون والالكترون :

$$h\nu = E_+ + E_- = (m_e c^2 + K_+) + (m_e c^2 + K_-) \qquad (2.40)$$

ولكي تحدث مثل هذه العملية يجب أن يملك الفوتون طاقة تساوي على الأقل $2m_e c^2 = 1.02\ MeV$ وهي طاقة عالية تتوافر في فوتونات أشعة غاما ، ويمكن تمثيل هذه العملية بالعبارة : فوتون ← الكترون + بوزيترون .

ولن تحدث مثل هذه العملية أيضاً إلا بجوار نوى ثقيلة تؤمن انحفاظ الاندفاع الخطي .

ويمكن للعملية المعاكسة الكترون + بوزيترون ← فوتـون أن تحـدث وتدعـى بعملية إفناء البوزيترون ، وتستطيع الالكترونات الحرة ممارسـة هـذه العمليـة بشـرط إصدار فوتونين على الأقل لتأمين انحفاظ الاندفاع الخطي .

تستخدم هذه الحادثة في الحصول على الصـور الطبقيـة في المشـافي في أجهـزة يطلـق عليهـا اسـم (TEP) وهـي اختصـار لجملـة تعـني التصويـر الطبقـي بـإصدار البوزيترون (β^+) وهي طريقـة حديثـة العهـد نسبياً . حيـث يسـتخدم نظـير مشـع يتفكك بإصدار (β^+) الذي إذا ما اصطدم بأحد الالكترونات (β^-) المنتشـــرة في جســـم الإنســـان ، فإنه ينعــدم مشـــكلاً فوتونـين (γ) أي ($\beta^+ + \beta^- \rightarrow 2\gamma$) يتجهان عند تشكيلهما باتجاهين مضادين ، ويمكن الكشف عن الفوتونين باستخدام عدّادات (PM) أو أي كوشف أخرى موزعة على حلقة دائرية معامدة لفوتونات γ.

امتصاص الفوتونات :

لنفرض أن فوتونات وحيدة الطاقة ($h\nu$) تسقط على صفيحة معدنية بصـورة ناظميـة عليهـا ، فنجـد أن ثخنـاً مقـداره dx مـن هـذه الصفيحـة يمتـص عـدداً مـن الفوتونات الواردة مقداره dN يتناسب مع كلٍ من عدد الفوتونـات N ومـع الثخـن dx أي :

$$dN = - \mu N dx \qquad (2.41)$$

حيث μ هو ثابت التناسب ويسمى عامل الامتصاص الخطي ، وتدل الإشارة السالبة على أن عدد الفوتونات (N) يتناقص بازدياد الثخن (dx) فإذا كاملنا العلاقة (2.41) نجد :

$$\int_{N_o}^{N_x} \frac{dN}{N} = \int_{o}^{x} -\mu \ dx$$

ومنه

$$N_x = N_o e^{-\mu x} \qquad (2.42)$$

حيث N_o هو عدد الفوتونات الواردة على الصفيحة عند النقطة $x = o$ و N_x هو عدد الفوتونات عند النقطة $x = x$.

ولما كانت شدة الفوتونات I للاشعاع وحيد الطاقة تُعطى بالعلاقة :

I = (عدد الفوتونات) (طاقة الفوتون hν) / السطح × الزمن

فإن شدة الاشعاع I تخضع إلى القانون الأسي التالي :

$$I_x = I_o e^{-\mu x} \qquad (2.43)$$

حيث تم استبدال بالشدة I عددد الفوتونات N في العلاقة (2.42) .

نعرّف عامل الامتصاص الكتلي μ_m لمادة ما بالعلاقة $\mu_m = \mu/\rho$ حيث μ هو عامل الامتصاص الخطي و ρ كثافة المادة أو الكتلة الحجمية لها .

كما نعرف الثخن النصفي $x_{1/2}$ بأنه الثخن الذي يمتص نصف الشدة الاشعاعية ويمكن حسابه بجعل I_x مساوياً $I_o/2$ و x مساوياً $x_{1/2}$ في العلاقة (2.43) فنجد :

$$\frac{I_o}{2} = I_o e^{-\mu x_{1/2}} \Rightarrow \ell n2 = \mu x_{1/2}$$

أو

$$x_{1/2} = \frac{\ell n2}{\mu} = \frac{0.693}{\mu} \qquad (2.44)$$

تمتص المادة فوتونات الاشعاع بتأثير المفاعيل التي ورد ذكرها وهي المفعول الكهرضوئي ومفعول كومبتون ومغعول الكبح وتوليد الزوجين وانعدام الزوجين .

٢-٦- ما هو الفوتون :

إذا سألنا شخصاً ما ، ما هي الشجرة ؟ فلن يكون الجواب صعباً ، ولكنه سيكون مرتبطاً بوجهة نظر هذا الشخص . سيصف معظم الناس بعض المظاهر الواضحة للشجرة ، حجمها ، كتلتها ، بناءها العام وهكذا. بينما يذكر عالم النبات أصلها ، نموها ، تطورها . ويصف الكيميائي تركيبها من السيللوز والكلورفيل . ويصف المزارع إنتاج الشجرة من الفواكه أو الخشب . وإذا كنا بصدد ايجاد جواب للسؤال ، ما هو الفوتون ؟ فلا بد من الإجابة وفق وجهات النظر المختلفة ، فنضع قائمة بالخواص الواضحة جداً ، فليس له كتلة ويتحرك بسرعة الضوء ويتفاعل كجسيم ويسافر كموجه ويخضع للعلاقات :

$$E = PC \quad و \quad P = \frac{h}{\lambda} \quad و \quad E = h\nu$$

ويتحسس لتأثير الثقالة الكونيـة مثـل الجسـيمات . وبالمقـابل يمكننـا وصـف إنتاج الفوتونات (كما في عمليات إشعاع الكبح) أو توجيههـا أثنـاء سـفرها مـن مكان لآخر . كما يمكننا تحديد موقعها في الفيزياء الأساسية فهي وسيط ينقل القوة الكهرطيسية ، فمن وجهة النظر هـذه ، تتفـاعل الشـحنات الكهربائيـة فيمـا بينهـا بتبادل الفوتونات ، وهـي فوتونـات افتراضيـة في هـذه الحالـة ولا وجـود لهـا إلاّ في الإطار الرياضي للفيزياء النظرية ولكنها تملك جميع خواص الفوتونات الحقيقية .

أما السؤال الذي ليس له جواب معروف فهو تركيب الفوتـون ، ممـا يتـألف الفوتون ؟ فهناك بعض الجسيمات مثل الفوتون والالكترون ، تفرض علينـا طبيعتهـا أن ننظر إليها كنقاط بالمعنى الرياضي فليس لها حجم فيزيائي ولا يمكن تحليلها لعدم وجود مركبات لها .

ويعدّ السؤال الأكـثر صعوبـة بالنسـبة للفوتـون هـو فيمـا إذا كـان الفوتـون جسيماً أم موجه . فأيهما أكـثر واقعيـة ؟ الجسـيم الفيزيـائي مـع قائمـة خواصـه أم الموجة الكهرطيسية مع قائمة أخرى من الخواص المختلفة . من الواضـح أننـا نعـاني من متاهة إذ تشير بعض التجـارب مثـل الـتي تتضمـن آثـار التداخـل والانعـراج أن الأشعة الكهرطيسية تتفاعل كموجة ، بينما تشير تجارب أخرى كـالتي ناقشـناها في هذا الفصل إلى أن الأشعة الكهرطيسية تتفاعل مثـل جسـيمات تدعـى بالفوتونـات ولا تنسجم بالتـأكيد التفسـيرات الموجيـة مـع التفسـيرات الجسـيمية . فالجسـيمات تعطي طاقتها بشكل كومة مركزة ، بينما تنتشر طاقة الموجة بشكل متجـانس علـى كامل صدر الموجة . فإذا نظرنا إلى الضوء كجسيمات مثـلاً ، فـلا نسـتطيع تفسـير نموذج التداخل المشاهد في تجربة شقي يونغ . إذ يجب على الجسيم أن يمر من أحـد الشقين، بينما يمكن لصدر الموجة أن يتجزأ ويمر من الشقين معاً ليجتمع مرة أخـرى ويشكل نموذج التداخل .

إذا فرضنا صلاحية الصورتين الموجية والجسيمية بشكل مستقل ، فيجب علينا أن نفترض أن الضوء الصادر من المنبع يسافر على شكل أمواج أو جسيمات وليس كليهما . فكيف يعرف المنبع أي نوع من الضوء (أمواج أم جسيمات) يصدر ؟ لنفترض أننا وضعنا حاجزاً بشقين في جانب من المنبع وخلية كهرضوئية على الجانب الآخر فسيسلك الضوء المتجه نحو الشقين سلوك الأمواج بينما يسلك الضوء المتجه نحو الخلية الكهرضوئية سلوك الجسيمات . فكيف يعرف المنبع الجهة التي سيرسل لها الأمواج والجهة التي سيرسل إليها الجسيمات ؟

ربما يكون للطبيعة نوع من الشيفرة السرية تعرف من خلالها نوع التجربة التي سنجريها فتبلغ المنبع ليرسل بدوره أمواجاً أو جسيمات !!

لنكرر تجربتنا الثنائية هذه مستخدمين ضوءاً وارداً من مجرة بعيدة جداً فلا يمكن للطبيعة في هذه الحالة إخبار المنبع بنوع التجربة التي سنجريها . سنجد أن ضوء النجم البعيد يُنتج التداخل في الشقين وكذلك المفعول الكهرضوئي .

وهكذا وضعنا أنفسنا ضمن نتيجة غير مريحة . فالضوء ليس أحد الاختيارين (جسيمات وأمواج) فهو بشكل ما كلاهما ويظهر فقط الاختيار الملائم للتجربة المنفذة . فالتجارب ذات الطبيعة الموجية تُظهر الطبيعة الموجية ، بينما تُظهر التجارب ذات الطبيعة الجسيمية ، الطبيعة الجسيمية للضوء . إن فشلنا في تصنيف الضوء كجسيم أو موجة لا يشكل فشلاً في فهم الطبيعة بل هو فشلٌ لاصطلاحاتنا المحدودة (المرتبطة بالتجارب المستندة إلى الطبيعة الجسيمية أو الموجية) في وصف ظاهرة أكثر غموضاً وروعة من الموجة البسيطة أو الجسم البسيط .

ويزداد الأمر صعوبة عندما نستخدم العين البشرية أو أفلام التصوير في دراسة نموذج التداخل الناتج من شقين . تتجاوب العين وكذلك فلم التصوير مع

الفوتونات بشكل إفرادي ، فعندما يُمتص فوتون ما من قبل إحدى خلايا القرنية في العين ، ينتج نبضة كهربائية تسافر نحو الدماغ (تتكون الرؤيا من عدد كبير من هذه النبضات) . وكذلك تسْوَد حبة من المستحلب التصويري عندما يُمتص فوتون واحد من قِبل الفلم ، وتتطلب الصورة الكاملة عدداً هائلاً من الحبات المسودة في المستحلب . دعونا نتخيل الآن أننا نستطيع مشاهدة الحبات في الفلم وهي تمتص الفوتونات وتسْوَد ، وأننا نجري هذه التجربة مستخدمين منبعاً ضوئياً ضعيفاً بشكلٍ يسمح بزمن طويل نسبياً بين الفوتونات ، فنرى إحدى الحبات تسود ، ثم واحدة أخرى ، وهكذا بعد عدد كبير من الفوتونات تبدأ ملامح نموذج التداخل بالظهور.

وبالمقابل تقترح الصورة الموجية لتجربة الشقين بإمكان الوصول إلى الحقل الكهربائي للموجة التي تصل إلى الشاشة بتراكب الحقول الكهربائية لأجزاء صدر الموجة الواردة التي تمر عبر الشقين ، وتكون كثافة الاستطاعة للموجة المركبة معطاة بالعلاقات من (2.7) وحتى (2.10) . ونتوقع نهايات عظمى ونهايات صغرى للكثافة الناتجة مثل تلك المشاهدة في نموذج التداخل من شقين .

وباختصار ، يأتي التفسير الصحيح لمصدر وظهور نموذج التداخل من الصورة الموجية ، وكذلك يأتي التفسير الصحيح لتطور النموذج على الأفلام من الصورة الجسيمية ولا يمكن لهذين التفسيرين أن يكونا صحيحين في آن واحد ولا بد من أخذهما معاً كي نصل إلى وصف كامل لخواص الأشعة الكهرطيسية .

لا يمكن حل غموض المثنوية الجسيمية الموجية هذه بتفسير بسيط . ولقد عالج الفيزيائيون والفلاسفة هذه المسألة منذ نشأة النظرية الكمومية . وكل ما نستطيع قوله هو عجز إحدى الصورتين أن تكون صحيحة طول الوقت ، وأننا نحتاج لهما معاً في الوصف الكامل للظواهر الفيزيائية أي أن أحدهما متمم للآخر .

ففي تجربة شقي يونغ نستطيع التعليل وفقاً لما يلي : يكون التفاعل بين مصدر الاشعاع والحقل الكهرطيسي مكمماً ، وننظر إلى ذرات المصدر على أنها تصدر فوتونات منفصلة . وكذلك يكون التفاعل عند الفلم التصويري مكمماً أيضاً إذ تمتص ذرات المستحلب الفوتونات بشكل منفصل . وتنتشر الطاقة الكهرطيسية بين المصدر وفلم التصوير بنعومة واستمرار كموجة وتظهر الخواص الموجية . وينحصر تأثير الشقين بتغير انتشار الموجة ، ويظهر فلم التصوير عدداً كبيراً من الفوتونات عندما يكون للموجة كثافة عالية ، وعدداً صغيراً من الفوتونات عندما يكون للموجة كثافة صغيرة . وإذا تذكرنا أن كثافة الموجة تتناسب مع مربع سعتها فيكون :

احتمال مشاهدة الفوتونات متناسباً مع مربع سعة الحقل الكهربائي .

يؤمن هذا التعبير العلاقة النهائية بين السلوك الموجي والسلوك الجسيمي ولسوف نرى في الفصل القادم تعابير مماثلة تربط بين المظاهر الموجية والجسيمية للأجسام مثل الالكترونات والتي عدّت فيما مضى كجسيمات تقليدية .

- مسائل -

١ - أثبت أن لـ $R(\lambda)$ نهاية موافقة لقانون انزياح فين ، وذلك باشتقاق العلاقة (2.22) .

٢ - كامل العلاقة (2.22) للتوصل إلى العلاقة (2.16) واستخدام التكامل المحدود $\int_0^\infty \frac{x^3 dx}{e^x - 1} = \frac{\pi^4}{15}$ للتوصل إلى العلاقة بين ثابت ستيفان وثابت بلانك .

٣ - أوجد القيمة العددية لثابت بلانك مستخدماً القيمة العددية التالية $\sigma = 5.67 \times 10^{-8}\ w/m^2.K^4$ لثابت ستيفان .

٤ - ما هو طول الموجة التي تُصدر فيه الشمس أعظم كثافتها الاشعاعية ؟ إذا كانت درجة حرارة سطح الشمس 6000 K . فأين تقع أشعة الشمس بالنسبة للحساسية العظمى للعين البشرية ؟

٥ - الكون ممتلىء بالأشعة الحرارية ، التي تملك طيف إشعاع أسود عند درجة حرارة فاعلة قدرها 2.7 K . ما هو طول موجة الاشعاع الأعظمي لهذه الأشعة ؟ ما هي طاقة الكم عند طول الموجة هذه ؟

٦ - استخرج العلاقة (2.36) انطلاقاً من العلاقة (2.35) .

٧ - ما هو طول موجة القطع λc للألمنيوم ؟

٨ - عندما يُضاء سطح الصوديوم بضوء طول موجته 4.2×10^2 nm يكون كمون الإيقاف مساوياً 0.65 V ، ويكون هذا الكمون مساوياً 1.69 V عند

استخدام الطول الموجي 3.1×10^2 nm . أوجد تابع العمل للصوديوم ثم احسب قيمة ثابت بلانك .

٩ - ما هو كمون الايقاف في معدن طول موجة القطع فيه λ c تساوي 325.6 nm إذا أُضيء بحزمة طول موجتها 259.8 nm ؟

١٠ - عندما يرد ضوء طول موجته λ على سطح النحاس يكون كمون الايقاف مساوياً V ، أوجد كمون الايقاف عندما يرد الضوء نفسه على سطح الصوديوم .

١١ - إذا كان طول موجة القطع للمفعول الكهرضوئي في معدن ما مساوياً 254 nm ، آ) ما هو تابع العمل ؟ ب) ما هو مجال الأطوال الموجية التي تحدث المفعول الكهرضوئي في هذا المعدن ؟

١٢ - يضاء سطح من التوتياء فيلاحظ المفعول الكهرضوئي . آ) ما هو أطول موجة تُحدث المفعول الكهرضوئي ؟ ب) ما هو كمون الايقاف عند استخدام ضوء طول موجته 220 nm ؟

١٣ - تتبعثر فوتونات طاقة كل منها 10.39 KeV وتُشاهد الفوتونات المتبعثرة عند الزاوية 45° بالنسبة للفوتونات الواردة . آ) ما هي طاقة الفوتونات المتبعثرة ؟ ب) ما هي الطاقة التي تأخذها الالكترونات المتبعثرة؟

١٤ - ترد فوتونات أشعة سينية طول موجتها 0.0248 nm على هدف وتشاهد الفوتونات المتبعثرة عند الزاوية 90° . آ) ما هو طول موجة الفوتونات المتبعثرة ؟ ب) ما هو اندفاع الفوتونات الواردة ؟ جـ) ما هو اندفاع الفوتونات المتبعثرة ؟ د) ما هي الطاقة الحركية للالكترونات المرتدة؟ هـ) ما هو اندفاع الالكترونات المرتدة قيمة وجهة ؟

١٥ – أحسب أعظم طاقة حركية تأخذها الالكترونـات في تبعثر كومبتـون من أجل فوتون وارد طاقته معلومة .

١٦ – يمكن لأشعة غاما ذات الطاقة العاليـة أن تصـل إلى الكاشـف بعـد أن تتبعثر على الوسـط المحيـط . أثبـت أنـه في الحالـة $E \gg m_ec^2$ تكـون طاقـة هــذه الفوتونات المتبعثرة مساوية 0.25 MeV ولا ترتبط بطاقة الفوتـون الـوارد عنـد زاويـة تبعثر تساوي $180°$ تقريباً .

١٧ – تتبعثر أشعة غاما طاقتها 0.662 MeV وفقاً لكومبتون . آ) ما هي طاقة الفوتونات المشاهدة عند زاوية تبعثر تساوي $60°$ ؟ ب) ما هـي طاقـة الالكترونـات المتبعثرة ؟

١٨ – مصباح استطاعته 100 W يقدم كـل طاقة ه على شـكل ضـوء مرئـي بطول موجة متوسطة 550 nm . ما هو عدد الفوتونات التي تسقط على قطعـة مـن الورق مساحتها $600\ cm^2$ تبعد مساحة متر واحد عن المصباح ؟

١٩ – أثبت عدم إمكان تحقق انحفـاظ الاندفـاع والطاقـة الكليـة النسـبية في الحالة التالية : يتحرك الكترون حر بسرعة v ويصدر فوتوناً يتحرك بسرعة أبطأ .

٢٠ – أوجـد الانـدفاع الخطي لكـلٍ مما يلي : آ) أشــعة غامـا طاقتهـا 10 MeV . ب) أشـعة ســينية طاقتها 25 KeV . جـ) فوتون طـول موجتـه $1\mu\ m$. د) فوتون طول موجته 150 MHZ .

٢١ – أمواج راديوية تتراوح توتراتها بـين 1 و 100 ميغـاهرتز مـا هـو مجـال طاقتها ؟

تتلقى أجسامنا هذه الفوتونات بصورة مستمرة ، هل هناك من خطر علينا ؟

٢٢ – ما هو طول موجة فوتون أشعة سينية طاقتها 10 KeV ؟ وما هو طول موجة فوتون أشعة غاما طاقتها 1 MeV ؟

٢٣ – ما هو مجال طاقة الفوتونات لضوء مرئي تتراوح طول موجته بين 350 و 700 نانومتر ؟

٢٤ – لنفترض أن ذرة ساكنة من الحديد تصدر فوتون أشعة سينية طاقته 6.4 KeV . احسب اندفاع الارتداد والطاقة الحركية لهذه الذرة .

٢٥ – ما هو طول أقصر موجة لأشعة سينية تنتج في مفعول الكبح بوساطة الكترون تم تسريعه بكمون قدره 2.5×10^4 V ؟

٢٦ – يصدم فوتون طاقته E الكتروناً ساكناً في عملية توليد للزوج الكترون – بوزيترون (فوتون + $e' \leftarrow e' + e' + e_+$) .

تتحرك الجسيمات الثلاثة بالاندفاع نفسه وباتجاه الفوتون الوارد نفسه . أوجد الطاقة الحركية للجسيمات الثلاثة وأوجد طاقة الفوتون الوارد .

الفصل الثالث

الخواص الموجية للجسيمات

تدعى المنظومة المرتبطة بالجمل الكمومية في بعض الأحيان بالميكانيك الموجي سنناقش في هذا الفصل الأدلة التجريبية التي تدعم السلوك الموجي للجسيمات مثل الالكترونات ، تختلف القوانين التي تنظم سلوك الجسيمات بشكل جذري عن تلك التي تتحكم بسلوك الأمواج في الفيزياء التقليدية . فتخضع القذائف مثلاً لقوانين نيوتن بينما تمارس الأمواج ظاهرتي التداخل والانعراج والتي لا يمكن تفسيرها بقوانين نيوتن المرتبطة بالجسيمات . تنحصر الطاقة التي يحملها الجسيم ضمن منطقة صغيرة في الفضاء ، بينما تتوزع طاقة الموجة في كل الفضاء الذي تصل إليه الموجة . وعلى النقيض لهذ التمييز الواضح الموجود في الميكانيك التقليدي تتطلب النظرية الكمومية ، ضمن المجال المجهري ، من الجسيمات أن تخضع لقواعد ذات طبيعة موجية واضحة . مما يتطلب إلغاء بعض مصطلحاتنا التقليدية التي تميز بين الجسيمات والأمواج . فلقد رأينا في تبعثر كومبتون كيف تتصرف الالكترونات مثل كرات البلياردو التقليدية ، وقادنا هذا الأمر إلى الاعتقاد بإمكان التقاط الكترون واحد عند توافر الأداة الدقيقة الملائمة . أما إذا كان الالكترون موجة فإننا حتماً لا نستطيع التقاط الكترون واحد تماماً مثل عجزنا عن التقاط موجة صوتية أو موجة مائية كاملة .

وفي محاولة لتأمين منظومة رياضية منطقية تخلصنا من هذه المتاهة ، سنعالج أمثلة لا يوجد لها مقابل في الفيزياء التقليدية والتي ربما تزيل الشك لديك في الأساس المنطقي للفيزياء الكمومية . والمهم في الأمر أن هذه المنظومة الرياضية صالحة ، وتمكننا من حساب الخواص الدقيقة للذرات والنوى بدقة مدهشة عندما نقارن نتائج الحساب مع الوقائع التجريبية .

سنلاحظ أثناء دراسة هذا الفصل تكرار استعمال تعابير مثل احتمال النواتج أو متوسط القياسات المتكررة والسلوك الاحصائي للجملة . تشكل هذا التعابير جزءاً أساسياً في النظرية الكمومية ولن تستطيع تمثيل طبيعة النظرية الكمومية حتى تشعر بارتياح لإهمال التعابير التقليدية مثل المسارات المحددة وحتمية النتائج واستبدالها في النظرية الكمومية.فنستخدم التعابير الاحتمالية والتوزع الاحصائي للنتائج .

٣-١- مسلمة دوبروي :

يتميز التقدم في الفيزياء بفترات طويلة من العمل التجريبي والنظري تتخللها بين الحين والآخر ومضات تسبب تغيرات جذرية في طريقة النظر إلى الكون. وتعدّ مسلمة العالم الفرنسي لوي دوبروي واحدة من هذه الومضات .

ناقشنا في الفصل السابق تجربة الشقين (التي يمكن فهمها انطلاقاً من السلوك الموجي للضوء) وكذلك تجربتي المفعول الكهرضوئي ومفعول كومبتون (اللتين يمكن فهمهما انطلاقاً من السلوك الجسيمي للضوء) . فهل هذه المثنوية (الجسيمة - الموجية) خاصة مميزة للضوء فقط أم هي خاصة شاملة تضم الأجسام المادية أيضاً .

لقد اختار لوي دوبروي ، في اطروحته لنيل شهادة الدكتوراه ، شمول المثنوية الجسيمية – الموجية كمسلمة جريئة بسيطة .

بفحص العلاقتين $E = h\nu$ و $P = h/\lambda$ نجد بعض الصعوبة في تطبيق الأولى على حالة الجسيمات ، لأننا لا نعرف تماماً ما يقصد بالطاقة E ، هل هي الطاقة الحركية أو الكلية النسبية (وجميعها متماثلة بالنسبة للضوء) ، ولا يوجد صعوبة في التعامل مع العلاقة الثانية .

اقترح دوبروي ، دون أي دليل تجريبي يدعم مسلمته ، اقتران موجة طولها λ مع أي جسم مادي متحرك باندفاع خطي قدره $\vec{P}$ ويرتبط الاندفاع P بطول الموجة λ وفق العلاقة :

$$\lambda = h/p \qquad (3.1)$$

يدعى طول الموجة المحسوب وفق العلاقة (3.1) طول موجة دوبروي .

مثال (٣–١) :

احسب طول موجة دوبروي في كل من الحالات التالية :

آ) سيارة كتلتها 1000 Kg تسير بسرعة 100 m/s .

ب) رصاصة كتلتها 10 g تسير بسرعة 500 m/s .

جـ) جزيئة دخان كتلتها 10^{-6} g تسير بسرعة 1 cm/s .

د) الكترون طاقته الحركية 1 ev .

آ) $\lambda = \dfrac{h}{p} = \dfrac{h}{mv} = \dfrac{6.6\times10^{-34}}{10^{3}\times100} = 6.6\times10^{-39}\,m$

ب) $\lambda = \dfrac{h}{mv} = \dfrac{6.6\times10^{-34}}{10^{-2}\times500} = 1.3\times10^{-34}\,m$

جـ) $\lambda = \dfrac{6.6\times10^{-34}}{10^{-9}\times10^{-2}} = 6.6\times10^{-23}\,m$

د) $P = \sqrt{2mK} = \sqrt{2\times9.1\times10^{-31}\times1.6}\times10^{19} = 5.4\times10^{-25}\,Kg.m/s$

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{6.6\times10^{-34}}{5.4\times10^{-25}} = 1.2\times10^{-9}\,m$$

نلاحظ أن الأطوال الموجيـة المحسـوبة في آ و ب و جـ مـن المسـألة السـابقة صغيرة جداً ولا يمكن مشاهدتها في المختـبر . ونجـد في الحالـة د فقـط تعطي طـولاً موجياً قابلاً للقياس لأنه من مرتبة الأبعاد الذرية في الجسم الصلب . وبسـبب صغـر الثـابت h فلـن نسـتطيع مشـاهدة السـلوك الموجـي للجسـيمات مـا لم يكـن لهــذه الجسيمات حجم الذرة أو النواة .

وهنا يبرز سؤالان الأول ما هو نوع الأمواج التي نحسب طولهـا وفـق علاقـة دوبروي ؟ أي ماذا تقيس سعة موجة دوبروي ؟ ولقد سبّب هـذا السـؤال صعوبـة بالغة خلال فترة السبعين سنة السـابقة ولسـوف نؤجـل الإجابـة عنـه حتـى الفقـرة الأخيرة من هذا الفصــل . أمـا الآن فسـنفترض وجـود موجـة تواكـب كـل جسـم

متحرك ، تُظهر نفسها عند تنفيذ تجارب ذات طبيعة موجية (مثل الانعراج) على هذا الجسم . ترتبط نتائج مثل هذا النوع من التجارب بطول الموجة المحسوب وفق علاقة لوي دوبروي .

أما السؤال الثاني فيتعلق بسبب عدم مشاهدة هذه الأمواج قبل دوبروي ؟

لنفترض أننا نحاول مشاهدة موجة دوبروي المواكبة لكرة صغيرة . إن الأداة التقليدية لمشاهدة السلوك الموجي هي تجربة الشقين ، فنأخذ حاجزاً فيه شقان بعرض يسمح للكرة بالمرور . ندحرج عدداً كبيراً من الكرات عبر الشقين سامحين لها بترك أثر مكان سقوطها على الشاشة . إننا نتوقع ، عند فحص الشاشة ، ظهور الطبيعة الموجية من خلال نموذج أهداب مماثل لنموذج شقي يونغ . ولكننا لن نرى أهداباً . ويعود سبب عدم ظهورها لصغر ثابت بلانك ، فلو كان لهذه الكرة كتلة قدرها 1g وسرعة تساوي 1 cm/s فإن مرتبة طول موجة دوبروي المواكبة لها هي 10^{-28} m أي أصغر بنحو 10^{18} مرة من أبعاد الذرة الواحدة !. وتكون المسافة الفاصلة بين الأهداب من المرتبة نفسها تقريباً . فإذا أبعدنا الشاشة مسافة سنة ضوئية ، تبقى المسافة بين الأهداب أصغر من قطر ذرة واحدة . أي أننا لا نستطيع إجراء تجربة تُظهر الطبيعة الموجية للأجسام غير المجهرية . وتظهر أمواج دوبروي عندما نستخدم جسيمات نووية أو جسيمات ذات أبعاد مجهرية .

لنستبدل بالكرات الصغيرة حزمة من الالكترونات ويمكن تحضيرها وفق الاندفاع الخطي والتسارع المرغوبين وذلك بإخضاعها إلى فرق كمون كهربائي ملائم. أي أننا نستطيع إنتاج حزم من الالكترونات تؤمن أطوالاً موجية ضمن مجال واسع من القيم ، ويمكن كشف الطبيعة الموجية للالكترونات بجعل الحزمة تمر عبر

شقين . ولكن بناء الشقين الملائمين لحزمة الالكترونات لم يتم إلاّ بعد سنين عديدة من مسلمة لوي دوبروي التي دُعمت بعدد كبير من التجارب الأخرى .

سنعود إلى تجربة الشقين بعد قليل ولتفحص الآن بعض الاختبارات الأخرى لمسلمة دوبروي التي تفصح عن الطبيعة الموجية للجسيمات ، وبما أن التداخل والانعراج هما المؤشران على السلوك الموجي ، فستظهر الطبيعة الموجية للالكترونات بتنفيذ هذا النوع من التجارب .

تعدّ الذرات أجساماً مثالية لانعراج أمواج طولها من المرتبة 10^{-10}m ، ولسوء الحظ لا نستطيع دراسة الانعراج الناتج من ذرة واحدة لذلك لا بد من اتباع الأسلوب التالي :

نُسرّع حزمة من الالكترونات بتطبيق الكمون V فيكتسب الالكترون طاقة حركية غير نسبية قدرها $K = ev$ واندفاعاً خطياً قدره $P = \sqrt{2mK}$. يصف الميكانيك الموجي حزمة الالكترونات كموجة طولها $\lambda = h/p$.

نسقط هذه الحزمة على بلّورة ، كما هو الحال في حزمة الأشعة السينية ، ثم نصوّر الحزمة المتبعثرة . إن التشابه ، بين الصورة التي نحصل عليها في حالة الالكترونات مع الصورة في حالة الأشعة السينية ، يقترح بقوة أن الالكترونات تسلك سلوك الأمواج .

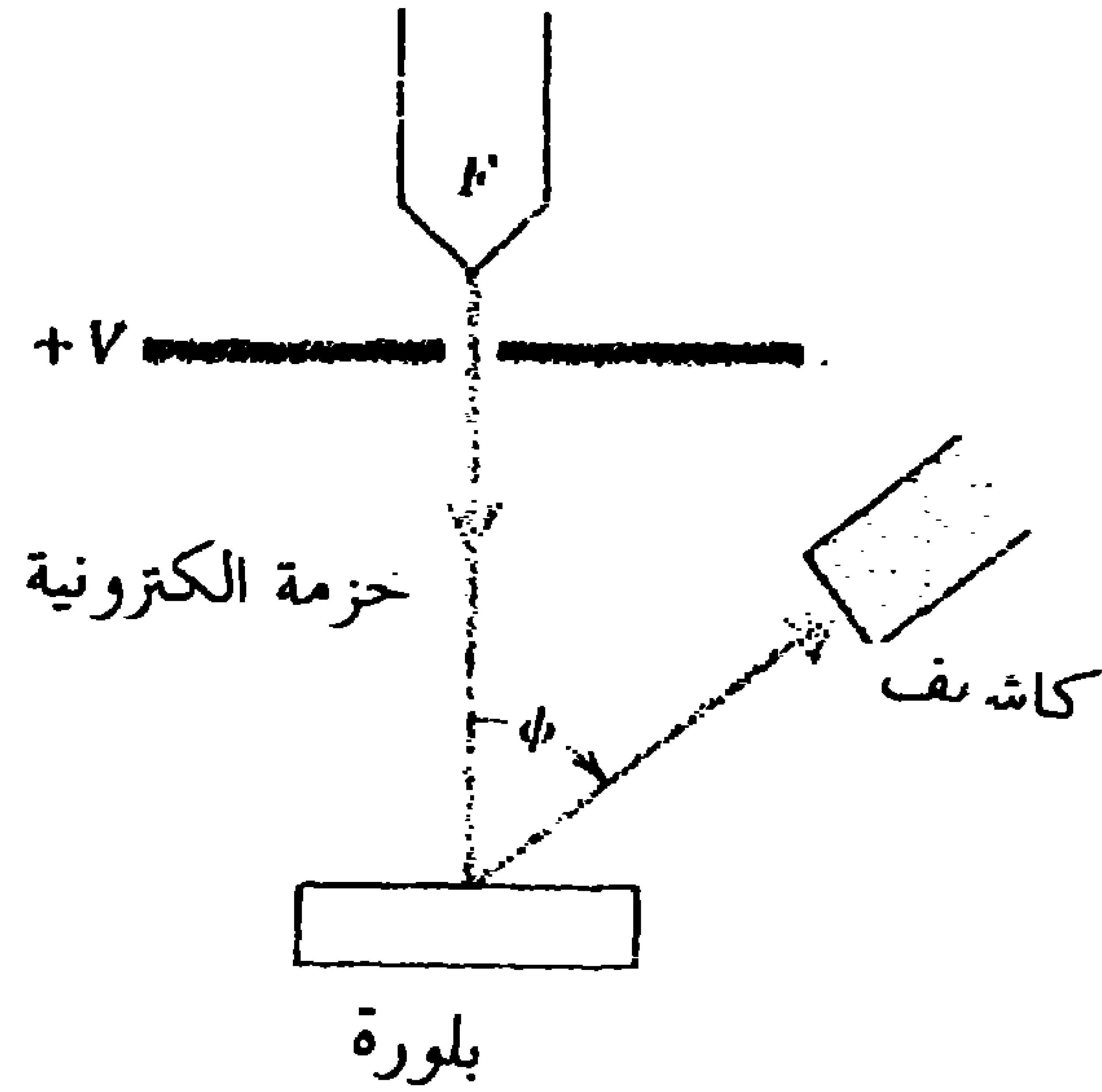
لا تنحصر الطبيعة الموجية للجسيمات بالالكترونات ، فكل جسيم اندفاعه P تواكبه موجة طولها h/p . فالنترونات المنتجة في المفاعلات النووية تملك طاقة تقابل أطوالاً موجية من المرتبة 0.1 nm وهي ملائمة للانعراج على البلّورات . ولدراسة

نوى الذرات نحتاج إلى أطوال موجية أصغر أي من المرتبة 10^{-15} m . ويمكننا تعيين حجم النوى من نماذج الانعراج .

إن ما ذُكر أعلاه ما هو إلا أمثلة لظاهرة عامة هي السلوك الموجي للجسيمات والتي لم تلاحظ قبل عام ١٩٢٠ بسبب عدم وجود التجربة المناسبة . وتستخدم هذه الطبيعة الموجية في هذه الأيام بصورة منتظمة كأداة قياسية في الفيزياء الذرية ، وكذلك عند دراسة خواص النوى والأجسام الصلبة والكيمياء الفيزيائية وكل علوم المواد في أثناء دراسة خواص المواد ، وفي العلوم الحيوية عند دراسة الحياة الميكروية باستخدام المجاهر الالكترونية ، كما يستخدمها الفلكيون المنكبّون على دراسة الكون.

أتى التأكيد التجريبي الأول للطبيعة الموجية للالكترونات عام ١٩٢٦ عندما كان العالمان ، كلنتون ديفسون ولاستر جيرمر ، يدرسان في مختبرات شركة بل ، انعكاس حزم الالكترونات على سطح بلّورات النيكل . ويبين الشكل (٣-١) رسماً تخطيطياً لأجهزتهما المستخدمة . تؤخذ حزمة الكترونية صادرة عن سلك مسخّن وتُسرّع بوساطة الكمون V ، فتمر من خلال فتحة صغيرة ثم تضرب بلّورة أحادية من النيكل .

تتبعثر الالكترونات في جميع الاتجاهات بوساطة ذرات البلّورة ليسقط بعضها على كاشف متحرك يصنع زاوية ϕ مع اتجاه الحزمة الواردة . يعطي هذا الكاشف قياساً لكثافة الحزمة الالكترونية المتبعثرة وفق هذه الزاوية .

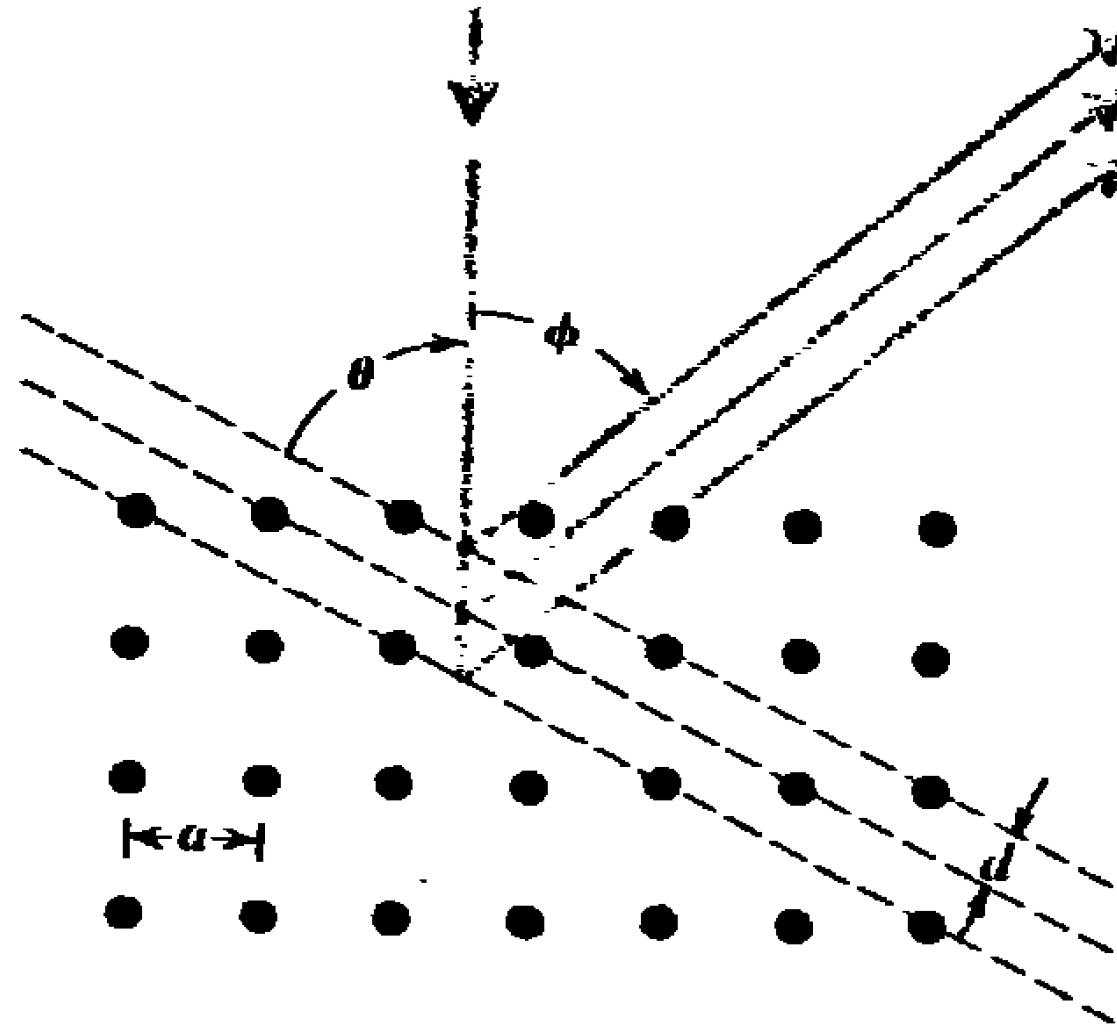


الشكل (٣-١)

الأدوات المستخدمة في تجربة ديفسون – جيرمر لدراسة انعراج الالكترونات

تغادر الالكترونات السلك F وتسرّع بوساطة الكمون V . تضرب البلّورة وتتبعثر فيلتقطها الكاشف عند الزاوية ϕ مع اتجاه الحزمة الواردة

إذا افترضنا أن كل ذرة من ذرات البلّورة تعمل كمبعثر ، فيمكن للأمواج الالكترونية المتبعثرة أن تتداخل ، ونحصل على نوعٍ من شبكة الانعراج البلّوري للأمواج الالكترونية . يملك أي مستوٍ ذري في البلّورة مسافات منتظمة بين مراكز التبعثر ، تستطيع أن تنتج نموذجاً تداخلياً . ويبين الشكل (٣-٢) تبعثراً على أحد هذه المستويات ، وتكون زاوية التبعثر θ المعرّفة في الفصل الثاني مساوية $(90° - \phi/2)$.



الشكل (٣-٢)

التبعثر على المستويات البلّورية

تبتعد الذرات عن بعضها في البلّورة مسافة a وتكون المسافات بين المستويات الذرية في حالة تبعثر براغ مساوية d ويحدث التداخل البناء عندما يتحقق شرط براغ

يشاهد شعاع منعكس كثيف عند الزاوية ϕ حيث يتحقق شرط براغ (2.15) للتداخل البنّاء وترتبط المسافة بين الذرات a بالمسافة d وفق العلاقة:

$$d = a\sin(\frac{\phi}{2}) \qquad (3.2)$$

ويبين الشكل (٣-٣) المعطيات التجريبية المسجلة من قبل ديفسون وجيرمر وهي تظهر كثافة الحزمة المنعكسة كتابع للزاوية ϕ بين القيمتين $0°$ و $90°$. وتشاهد الحزمة الكثيفة المنعكسة عند الزاوية $\phi = 50°$ من أجل كمون قدره $V = 54$ V . تعطي المعادلتان (3.2) و (2.15) قيمة طول موجة الالكترون المتبعثر وفق الزاوية $50°$ ، وبما أن المسافة بين الذرات في بلّورة النيكل تساوي 0.215 nm نجد :

$$d = a \sin 25° = 0.0909 \text{ nm}$$

$$\lambda = 2d \sin \theta = 0.165 \text{ nm}$$

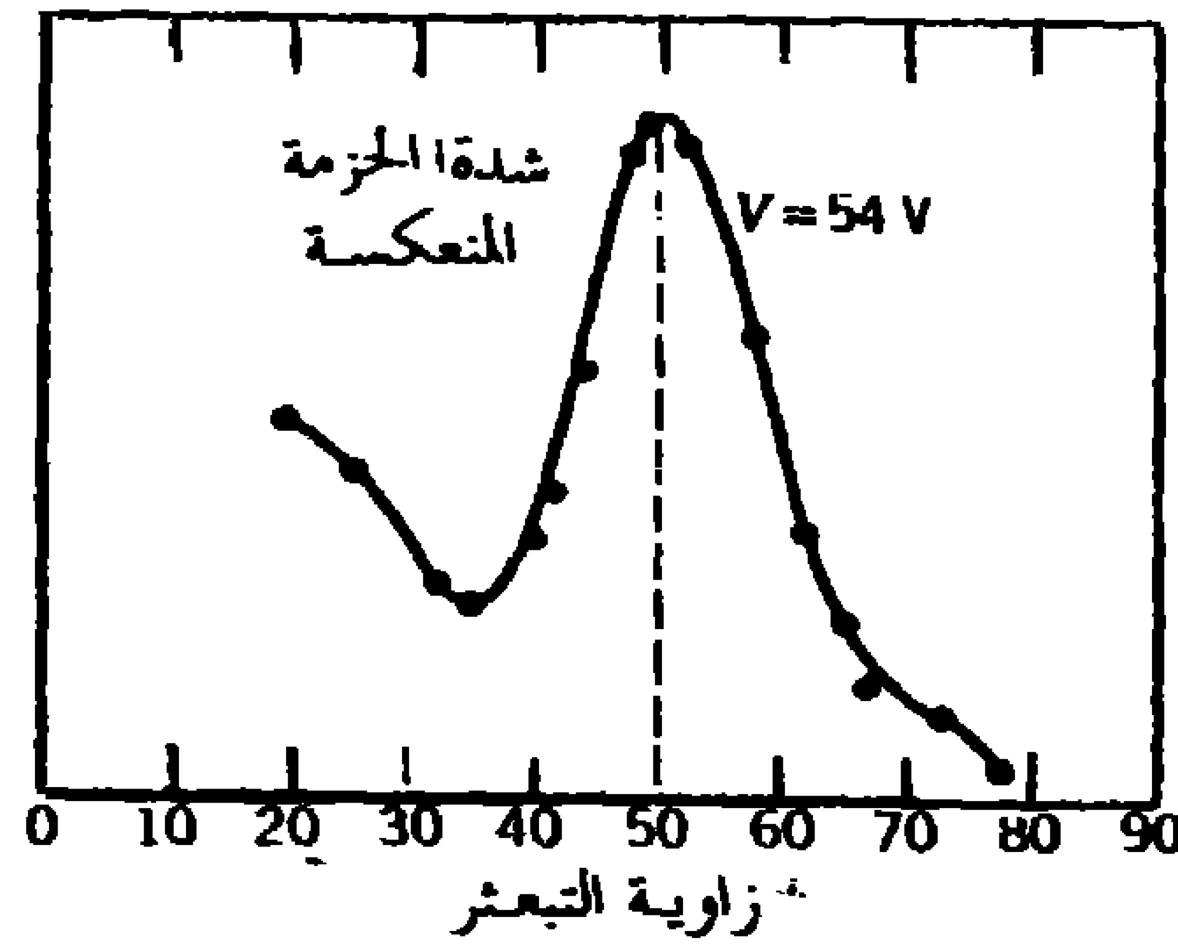
نستطيع مقارنة هذه القيمة مع القيمة المتوقعة وفقاً لمسلمة دوبروي ، فالالكترون المسرّع بكمون قدره 54 V يملك طاقة حركية قدرها 54 ev واندفاعاً قدره :

$$P = \sqrt{2mK} = \frac{1}{c}\sqrt{2mc^2K} = \frac{1}{c} \times 7430 \quad ev$$

ويكون طول موجة دوبروي مساوياً :

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{hc}{pc} = \frac{1240}{7430} = 0.167 \quad nm$$

وهو على وفاق ممتاز مع القيمة التي وجدناها عند الانعراج الأعظمي ، ويعطي دليلاً قوياً يدعم نظرية دوبروي . ولقد مُنح كل من ديفسون وجيرمر جائزة نوبل عام ١٩٣٧ لقاء هذا العمل التجريبي .



الشكل (٣-٣)

نتائج ديفسون - جيرمر

يؤدي التداخل البنّاء إلى نهاية عظمى لشدة الحزمة المنعكسة عند الزاوي 50°

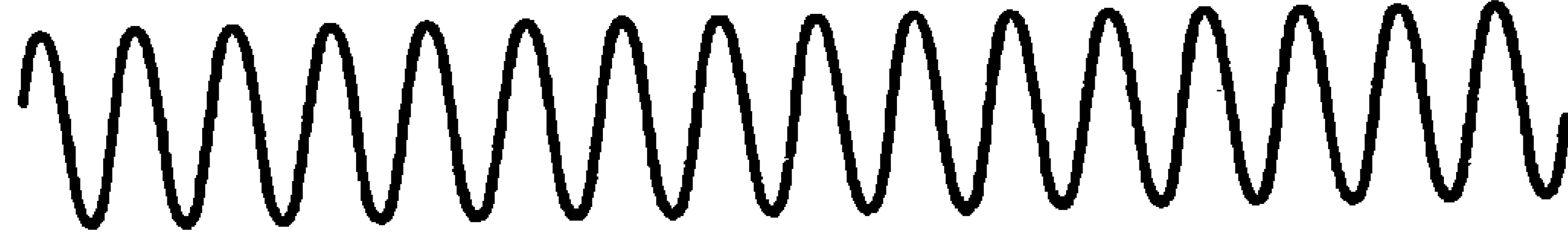
من أجل الكمون V = 54v

وفي عام ١٩٦١ تمكن العالم كلاوس جونسون من تسـريع حزمـة الكترونيـة مستخدماً فرقـاً في الكمـون قـدره 50.000 v ومرّرهـا مـن شـقين تفصلهمـا مسـافة 2×10^{-6} m وكان عرض كل منهمـا 0.5×10^{-6} m وقـام بتصويـر نمـوذج التداخـل فكان مماثلاً للنموذج الذي نحصل عليه في حالة الضوء المار من شقين . وهكذا أتـى دليل قوي آخر على الطبيعة الموجية للالكترونات. أي أن الالكترون يسـلك سـلوك الجسيم أو الموجة ولا يمكننا مشـاهدة السـلوكين معـاً في آن واحـد . وهـذه هـي قاعدة مبدأ المتممات الـذي ينـص علـى أن الوصـف الكـامل للبنيـة الفيزيائيـة مثـل الفوتون أو الالكترون لا يكمل باستخدام الأمواج أو الجسيمات منفرداً ولا بد مـن استخدامهما معاً . وأن السلوك المشاهد مرتبط بنوع التجربة التي نجريها .

٣-٢- علاقات الارتياب في حالة الأمواج التقليدية :

سنتعرف في هذه الفقرة على فرق مهم بين الجسيمات التقليديـة والأمـواج . لننظر إلى موجة من النوع $y = y_1 \sin K_1 x$ المبينـة بالشـكل (٣-٤) . فهـي موجـة تكرر نفسها عدداً لا نهائياً من المرات ضمن المجال $-\infty \le x \le \infty$ وإذا تسـاءلنا عـن موضع هذه الموجة فلن نجد جواباً لأنها موجودة في كل مكان (بينما يتحدد طـول موجتها بدقة ويساوي $2\pi/K_1$) . فإذا أردنا استخدام الموجة في التعبير عن جسيم ، فيجب أن تملك الموجة شيئاً خاصاً بالجسـم ألا وهـو التوضـع ، أو يجـب أن تكـون قابلة للحصر ضمن مجال صغير نسبياً من الفضاء .

لا تصلح الموجة الجيبية البسيطة في التعبير عن التوضـع وبالتـالي لا تصلـح في وصف الجسم المادي .



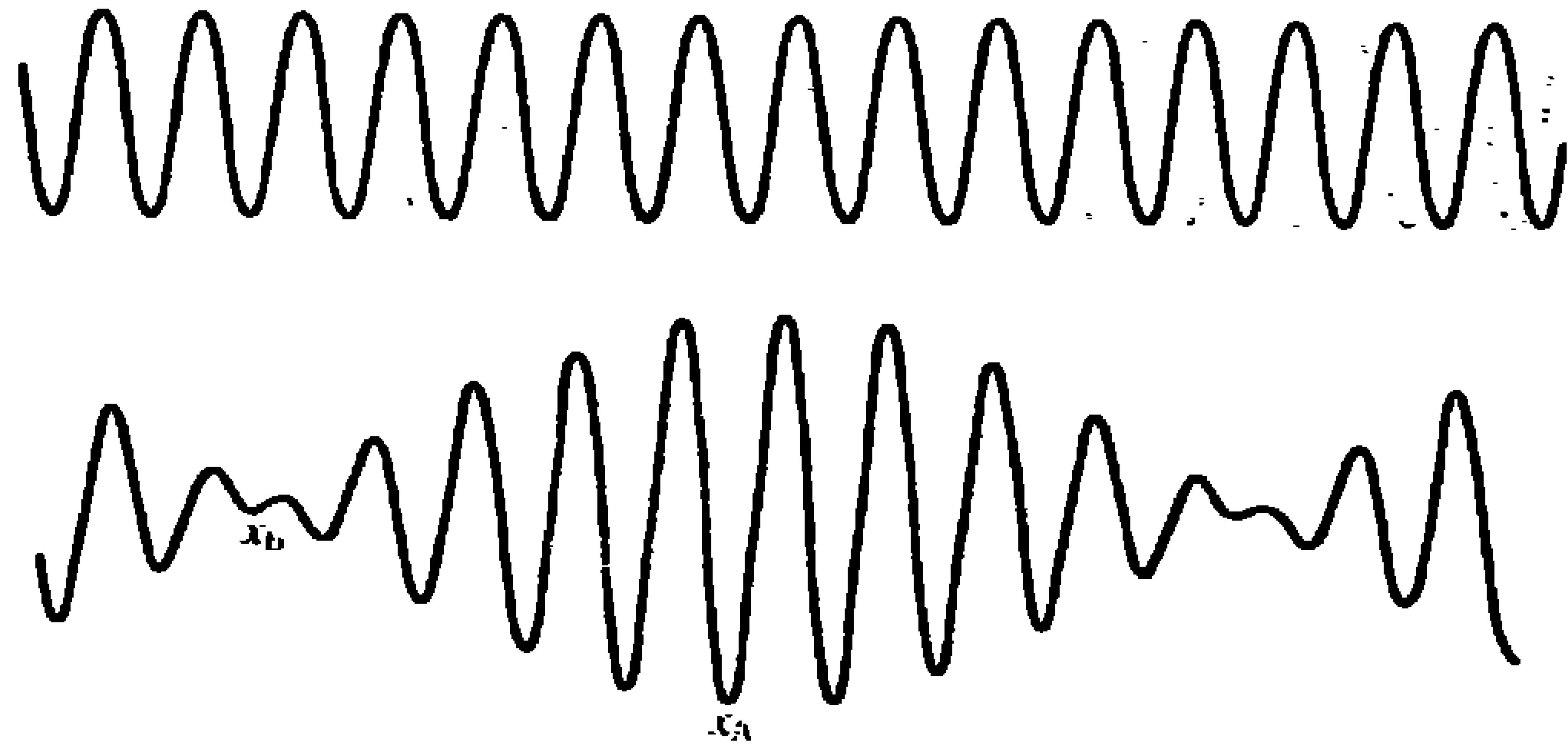
الشكل (٣-٤)

موجة جيبية ممتدة من - ∞ حتى ∞ +

ماذا يحدث عندما نضيف إلى الموجة الجيبية موجة جيبية أخرى لها طول موجي يختلف قليلاً عن طول الموجة الأولى ؟ أي لدينا :

$$y = y_1 \sin K_1 x + y_2 \sin K_2 x$$

سنحصل على نموذج مميّز معروف في الأمواج الصوتية ويدعى الخفقان كما في الشكل (٣-٥) .

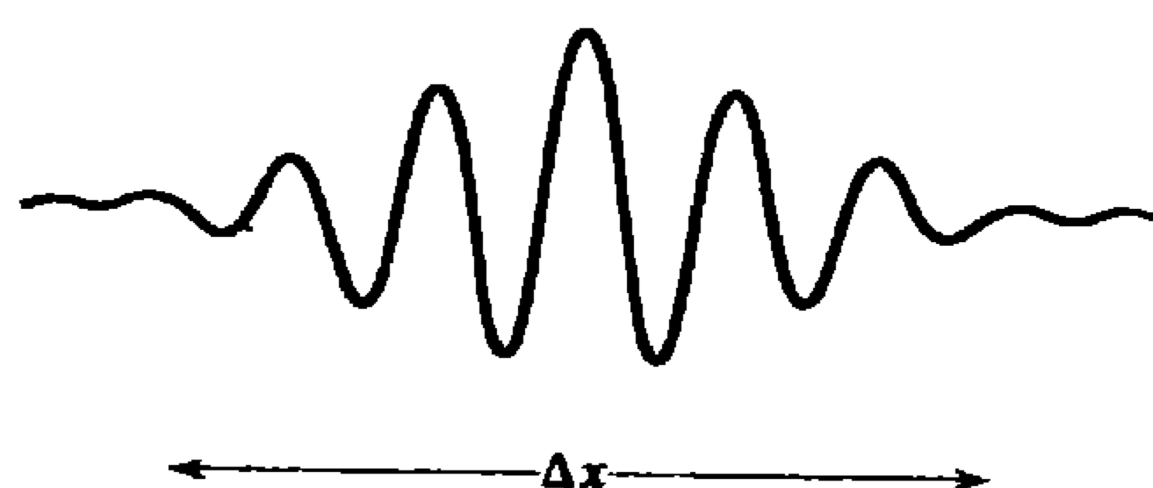


الشكل (٣-٥)

تراكب موجتين جيبيتين لهما السعة نفسها وطولين موجيين مختلفين قليلاً

يتكرر هذا النموذج بصورة لانهائيـة ولكننـا نسـتطيع تحديـد موضـع الموجـة (فهناك قيم لـ X يكون التموج فيها كبيراً) مثل الموضع X_A في الشـكل (٣-٥) أي أن حالة تعيين موضع الموجة قد تحسنت على حساب معرفتنا لطـول الموجـة ، لأننـا أضفنا موجتين لهما طولان مختلفان وبالتالي لم يعد طول الموجة محدداً بدقة .

إذا تابعنا إضافة أمواج بأطوال موجية مختلفـة (أعـداد موجيـة مختلفـة) ذات سعات ملائمة وأطوار معينة فيمكن أن نصل إلى وضـع مشـابه للشـكل (٣-٦) . لا تملك مثل هذه الموجـة أي سـعة خـارج مجـال ضيـق مـن الفضـاء Δ X (Δ X لا يشكل مجالاً بل هو قياس تقريبي للمجال الذي يكون فيه للموجة سعة معقولة) .



الشكل (٣-٦)
نتيجة جمع عدد من الأمواج الجيبية ذات الأطوال الموجية المختلفة

ولكي نصل لمثل هذه الحالة يجـب جمـع عـدد كبـير مـن الأمـواج الـتي تملـك أعداداً موجية مختلفة .

فالموجة في هذه الحالة تمثل مجالاً من الأعداد الموجيـة سـنرمزلها بـالرمز Δ K . ففي حالة موجة واحدة يكون $\Delta K = 0$ و $\Delta X \rightarrow \infty$ ، ومع زيادة Δ K تتناقص ΔX

أي أن هنـاك تناسباً عكسياً بـين ΔX و ΔK ونعبر عـن هـذا التناسـب بالعلاقــة التقريبية التالية :

$$\Delta X \; \Delta K \sim 1 \qquad (3.3)$$

ويكون تحديد موضع أي نوع من الأمواج على حساب معرفتنا لطول الموجة . إن العلاقة (3.3) هي أول علاقة ارتياب في الأمـواج التقليديـة ، فـالموضع وطـول الموجة في ارتياب ذاتي محدد بالعلاقة (3.3) .

[سنحاول تفسير هذه العلاقة بطريقة مختلفـة ، سـنفترض أننـا نحـاول قيـاس طول موجة تقليدية مثل موجة مائية . يمكننا بقياس المسـافة بـين قمتـين متتـاليتين . لنفترض الآن أن الموجة نبضة قصيرة بقمة واحدة ، إن قيـاس طـول الموجـة في هـذه الحالة صعب جداً وقد نخطيء بمقدار طول الموجة نفسه . أي إذا كان امتداد الموجة يساوي طولها $\Delta X \sim \lambda$ فإن $\Delta \lambda \sim \lambda$ وفي هذه الحالة يكون لدينا $\Delta X \; \Delta \lambda \sim \lambda^2$. لنفترض أن الموجة امتدت عدة أطوال موجية أي $\Delta X \sim N \lambda$ عندهـا يمكـن تحديـد طول الموجة بدقة أكبر ويكون $\Delta \lambda \sim \frac{\lambda}{N}$ ومرة أخرى نجـد أن $\Delta X \; \Delta \lambda \sim \lambda^2$. إن علاقة الارتياب التي تربط بين قيـاس الموجـة والارتيـاب في تعيـين طـول الموجـة تكافيء العلاقة 3.3] .

لنحـاول الآن قيـاس تواتـر الموجـة (موجـة صوتيـة مثـلاً) ، ولنفـترض أننـا نستطيع مشاهدة الاهتزازات منفصلة (على راسم الاهتزاز مثـلاً) وأننـا نملـك أداة ملائمة لعد الاهتزازات . فإذا سجلنا 100 هزة خلال ثانية واحدة يكون لدينا تواتـر قدره 100 HZ ، وبالطبع لا يمكن التأكد من إحصاء 100 هزة فعلاً فهناك ارتياب في قياس التواتر قدره 0.5HZ لأننا لا نستطيع تمييز نصف الهزة . لنفـترض أننـا أحصينـا

200 هزة خلال ثانيتين ، وفي هذه الحالة يكون التواتر مساوياً 100 HZ أيضـاً ولكـن الارتياب في التواتر يصبح 0.25 HZ . أي أن هنـاك نوعـاً مـن التناسـب العكسـي ، فالارتياب في التواتر $\Delta \nu$ يتناسـب عكسـاً مـع زمـن القيـاس Δt وباسـتخدام التواتر الدائري $\omega = 2\pi \nu$ نكتب :

$$\Delta \omega \, \Delta t \sim 1 \qquad (3.4)$$

وهي علاقة الارتياب الثانية في الأمواج التقليدية ، وهي مثل العلاقـة (3.3) تعطي صيغة تقريبية بين تقديرات الارتياب .

مثال (٣-٢) :

قيست المسافة بين عشـر قمـم متتاليـة في محاولـة لمعرفـة طـول الموجـة المائيـة فكانت 200 cm . قدّر الارتياب الأصغر في قياس طول الموجة في هذه التجربة .

الحـل :

إن العلاقة بين العدد الموجي وطول الموجة هي $K = \frac{2\pi}{\lambda}$

بأخذ تفاضل الطرفين نجد :

$$dK = \frac{2\pi}{\lambda^2} d\lambda$$

باستبدال الفروق الصغيرة بالتفاضل وأخذ القيم المطلقة نجد :

$$\Delta K = \frac{2\pi}{\lambda^2} \Delta\lambda$$

باستخدام العلاقة (3.3) $\Delta X \Delta K \sim 1$ نجد :

$$\Delta X(\frac{2\pi}{\lambda^2}\Delta\lambda) \sim 1 \Rightarrow \Delta\lambda \sim \frac{1}{\Delta X}\frac{\lambda^2}{2\pi}$$

أو :

$$\Delta \lambda \sim \frac{1}{200}\frac{20^2}{2\pi} = 0.3 \text{ cm}$$

مثال (٣-٣) :

يدّعي أحد البائعين لأجهزة قياس التواتر أن دقة قياسه هي 0.01 HZ ، وعند وصله بإشارة جيبية كان يعطي قياساً لتواترها بفاصل زمني قدره ثانية واحدة . تحقق من صحة ادعاء البائع .

الحل :

انطلاقاً من العلاقة (3.4) نعلم أن قياساً للتواتر خلال زمن قدره $\Delta t = 1$ s مرتبط بارتياب في التواتر قدره $\Delta \omega \sim 1$ rad/s . ويدّعي البائع دقة قدرها : $\Delta \omega = 2\pi \Delta \nu \sim 0.06$ rad/s لذلك يكون ادعاؤه مشكوكاً فيه .

٣-٣- علاقات هايزنبرغ في الارتياب :

تنطبق علاقتا الارتياب التي تحدثنا عنها في الفقرة السابقة على جميع الأمواج، ولسوف نطبقها على أمواج دوبروي ، نستطيع استخدام علاقة دوبروي $P = h/\lambda$ مع الصيغة $P = \frac{h}{2\pi}K$ وهي علاقة تربط بين الاندفاع والعدد الموجي . ترد العبارة $h/2\pi$ بكثرة في الميكانيك الموجي لذلك تُعطى رمزاً خاصاً هو $\hbar$ ويلفظ (h بار).

$$\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1.05 \times 10^{-34}\,J.S = 6.58 \times 10^{-16}\,ev.s$$

وتصبع العلاقة بين الاندفاع والعدد الموجي من الشكل :

$$P = \hbar K \qquad (3.5)$$

وكذلك $\Delta K = \frac{\Delta P}{\hbar}$ وباستخدام علاقة الارتياب (3.3) نجد :

$$\Delta X \ \Delta P_x \sim \hbar \qquad (3.6)$$

ولقد وضع الدليل X في رمز الاندفاع للتذكير بأن العلاقة (3.6) تطبق على حركة وفق اتجاه واحد (وحيدة الأبعاد) وتربط بين الارتياب في الموضع والارتياب في الاندفاع وفق ذلك الاتجاه . ونستطيع تطبيق علاقتين مستقلتين على الاتجاهين (البعدين) الآخرين عند الضرورة أي $\Delta y \ \Delta P_y \sim \hbar$ ، $\Delta z \ \Delta P_z \sim \hbar$ نستطيع كتابة العلاقة $E = h\nu$ التي تعطي طاقة الفوتون بالشكل $E = \hbar\omega$ ومنه $\Delta\omega = \frac{\Delta E}{\hbar}$ وتصبح علاقة الارتياب (3.4) من الشكل :

$$\Delta E \Delta t \sim \hbar \qquad (3.7)$$

تدعى العلاقتان (3.6) و (3.7) بعلاقتي هايزنبرغ الارتيابيتين وتشكلان التمثيل الرياضي لمبدأ هايزنبرغ في الارتياب . وتنصان على عدم إمكان إجراء تجربة بارتياب أقل من الحدين اللذين تفرضهما العلاقتان (3.6) و (3.7) .

تعطي العلاقتان (3.6) و (3.7) تقديراً للحد الأدنى في نتائج أي تجربة ، فقياس موضع واندفاع الجسيم يعطي عدة قيم لكل من ΔX و ΔP_x . ويمكن

لأسباب مختلفة أن نصل إلى نتائج أسوأ مما تعطيه العلاقتان (3.6) و (3.7) ولكن ليس أفضل منها . وقد تكتب علاقات الارتياب بدلالة $\hbar / 2$ عوضاً عن $\hbar$ أو نجد الإشارة > عوضاً عن ~ ولا تشكل هذه الفروق أهمية تُذكر لأن العلاقتين (3.6 و (3.7) تعطينا تقديرات ليس إلا.

ترتبط الارتيابات الفعلية ΔX و ΔPx بتوزع الأعداد الموجية المختلفة والمستخدمة لحصر الموجة ضمن المجال ΔX ، ويعطي أكثر التوزعات انضغاطاً العلاقة $\Delta X \, \Delta Px = \hbar/2$ بينما يكون لأي توزع آخر العلاقة $\Delta X \, \Delta Px = \hbar/2$ وسنوضح في الأمثلة التالية بعض تطبيقات علاقات الارتياب .

مثال (٣-٤) :

لنفترض أن جسيماً كتلته m يتحرك وفق بعد واحد (خرزة تتحرك على سلك) بين جدارين ويصطدم معهما اصطداماً مرناً ، ولنفترض أن الجدار في الموضعين $X \mp \infty$ لحظة البدء وأن الجسيم ساكن . آ) ما هي نتائج قياس موضع الجسم ؟ ب) ماذا يحدث عندما نحرك الجدارين نحو الجسيم ؟.

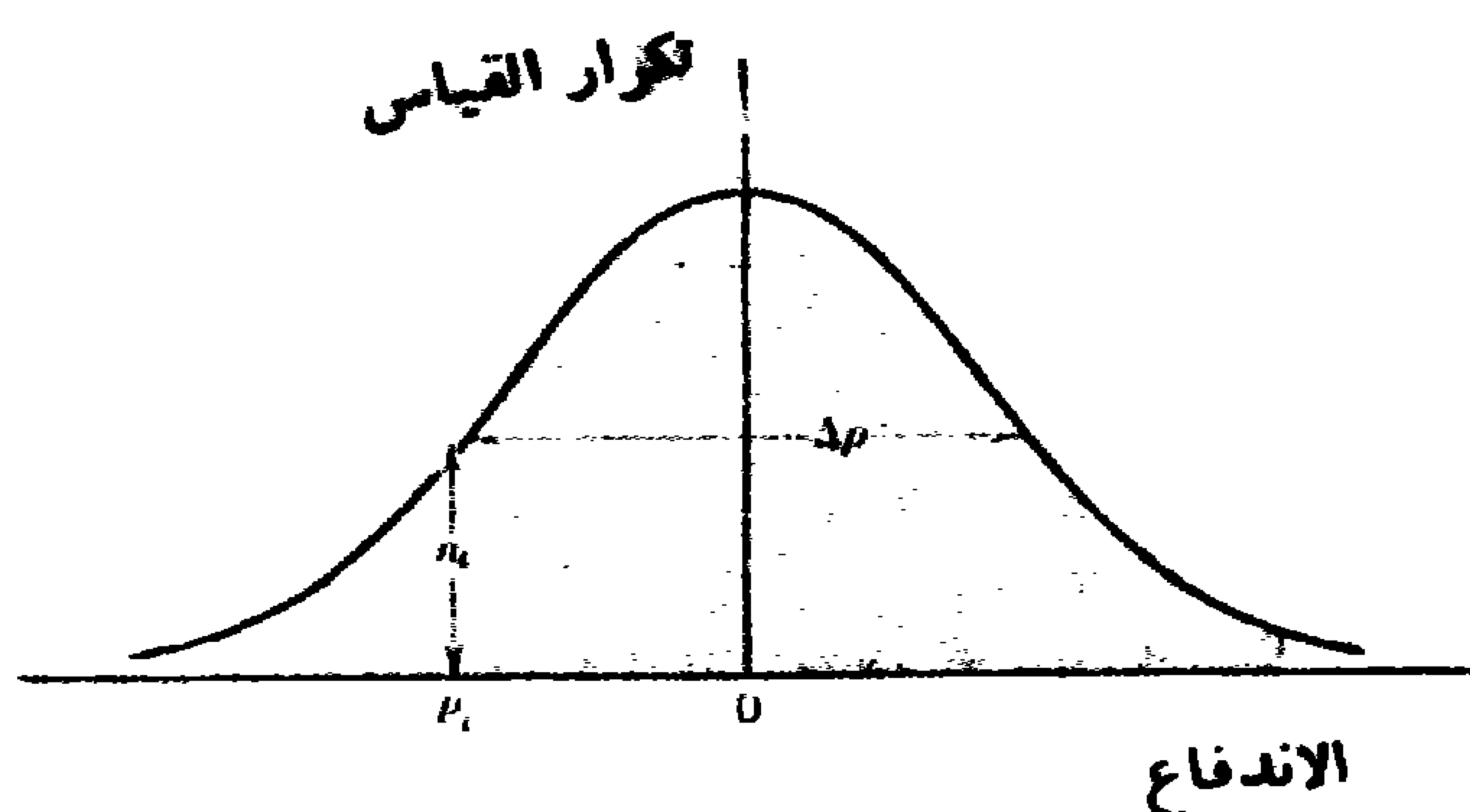
الحــل :

آ) إذا كان الجسيم ساكناً فإن $Px = o$ وبالتالي $\Delta Px = o$ أي أننا نعلم قيمة الاندفاع دون ارتياب وبالتالي يكون $\Delta x = \infty$ وذلك وفقاً للعلاقة (3.6) . فموضع الجسيم غير معين ، فجميع قيم x ممكنة وقياس الموضع يعطي أي قيمة دون استثناء.

ب) عندما نحرك الجداريــن مــن الموضعين $x = \mp \infty$ إلى الموضعين $x = \mp L/2$ ، سيكون الجسم متوضعاً ضمن المجال L فإذا لم نكن نملك أي معلومات أخرى عن الموضع ، تكون معرفتنا للموضع بارتياب يساوي $\Delta x \sim L$ وتتطلب

العلاقة (3.4) أن يكون $\Delta Px \sim \hbar/L$ ، فقبل أن نبدأ بتحريك الجدارين كان الارتياب في قياس الاندفاع معدوماً ، أما بعد الوضع الجديد للجدارين فإن قياس الاندفاع يتجمع حول القيمة Px = o ولكن لا تعطي جميع القياسات القيمة Px = o نفسها .

وقد يبدو توزع قياس Px كما في الشكل (٣-٧) . فلقد كنا متأكدين من قيمة الاندفاع Px = o لحظة البدء ، أما بعد تحريك الجدارين فقد أصبح متوسط القياسات لـ Px مساوياً الصفر وليس بكل قياس . ويزداد انتشار التوزع P_x مع ازدياد اقتراب الجدارين من بعضهما وفقاً للعلاقة : $P_x \sim \hbar/L$.



الشكل (٣-٧)

اندفاع جسيم محصور ضمن المجال Δ x بتكرار القياس يكون عدد المرات التي تنتج فيها القيمة Pi مساوياً ni .
إن الاندفاع المتوسط معدوم وللتوزع عرضاً قدره : $\Delta P \sim \hbar/\Delta x$

لا يستطيع الجسيم التقليدي أن ينتقل من حالة السكون إلى حالة الحركة دون تطبيق قوة خارجية عليه ، فكيف يكون للجسيم اندفاع غير معدوم؟ يأتي الغموض هنا من استعمال كلمة جسيم ، فلقد رأينا عدم جواز استخدام اصطلاح

جسيم وموجة بشكل منفرد في الفيزياء الكمومية . إذ يجب أن يتضمن الوصف الملائم للجمل الفيزيائية الفكرتين معاً . فالسلوك الموجي هو المسؤول عن انتشار توزع الاندفاع أثناء تقليص المجال L . ولتحديد موضع الجسيم يجب تحديد سعة الموجة المرتبطة معه ، وهذا يتم بجمع عدد كبير من أمواجه وكلما صغرت المسافة L ازدادت الحاجة إلى أمواج كبيرة في عملية الجمع . وتتحرك هذه الأمواج بصورة عامة بسرع مختلفة فتنعكس جيئة وذهاباً بين الجدارين ، فعندما يكون الجداران في الموضعين $x = \mp \infty$ نحتاج إلى موجة واحدة فقط فلا تبدد ولا انعكاس ولا تغير في سلوك الجسيم مع الزمن . ومع اقتراب الجدارين نحتاج إلى عدد أكبر من الأمواج ويمكن أن يحدث الانعكاس والتبدد ويمكن للأطوار والسعات أن تجمع لإنتاج موجة لحظية متحركة نحو اليمين أو اليسار وهذا ما نشاهده كقيمة غير معدومة للاندفاع P_x .

مثال (٣-٥) :

تتحرك حزمة الكترونية وحيدة الطاقة (اندفاعها P_y) وفق الاتجاه y . فتمر من شق ضيق عرضه a موازٍ للمحور x . أوجد الارتياب في مركبة الاندفاع ووفق المحور x بعد مرورها من الشق وقارن مع الوصف المتبع للانعراج عند شق وحيد .

الحل :

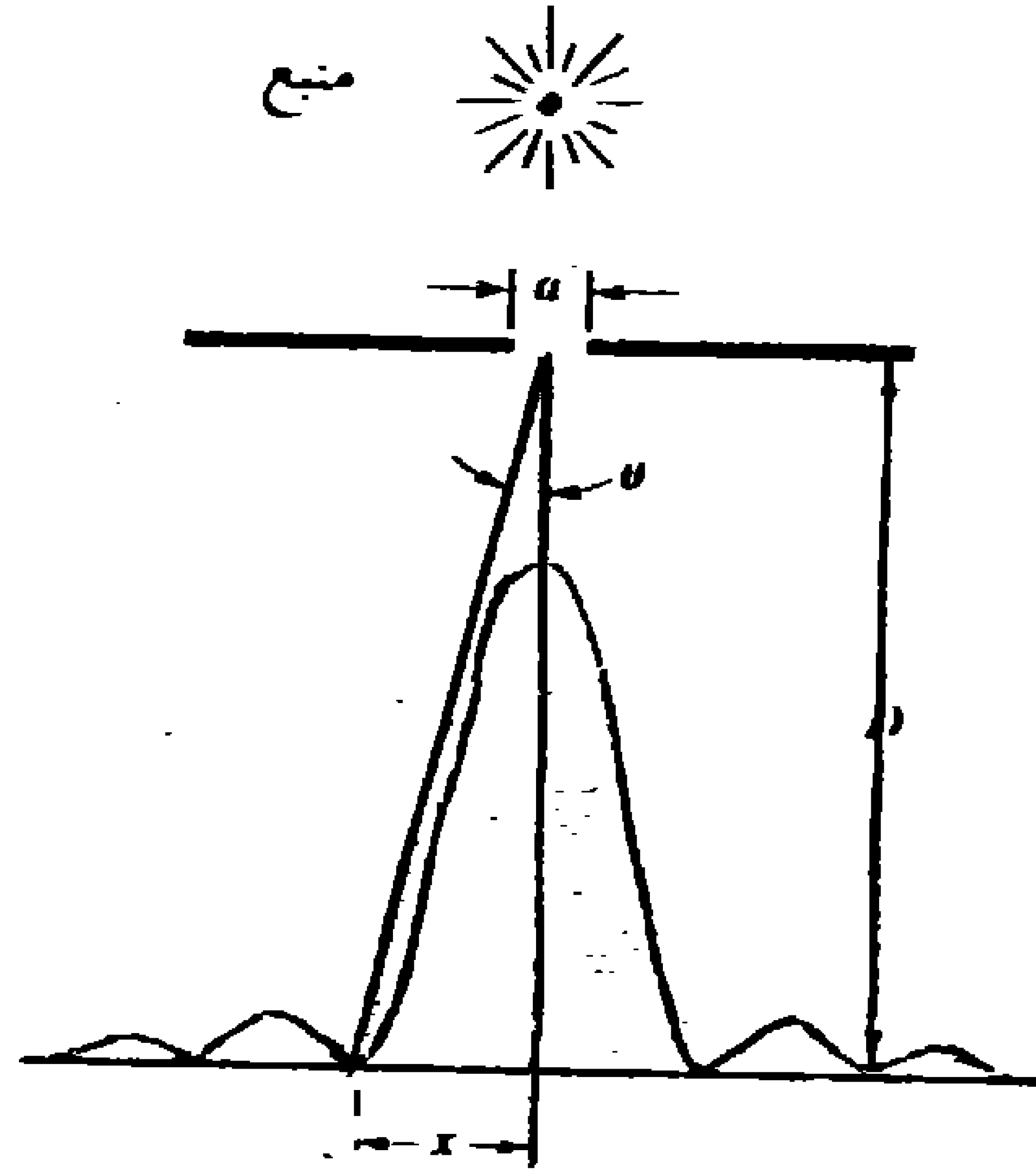
لم يكن للحزمة مركبة اندفاع وفق المحور x قبل مرورها في الشق أي $P_x = o$ و $\Delta P_x = o$. وباستخدام العلاقة (3.6) نجد أن $\Delta_x = \infty$ وليس لدينا أي معرفة عن موضع الالكترونات .

بعد مرور الحزمة عبر الشق لا يبقى الارتياب في الموضع كبيراً لهذا الحد فلقد قلّصنا Δx عندما عبرنا الشق أي $\Delta x \sim a$ ويكون الارتياب في الاندفاع مساوياً

$\Delta P_x \sim \hbar/a$ وذلك وفقاً للعلاقة (3.6) أي أن القياسات التي نجريها بعد عبور الشق لا تظهر جسيمات تسير وفق المحور y فقط ، وبرغم عدم تغير P_y أثناء عبور الشق إلا أن P_x لا تبقى معدومة بل تأخذ مجالاً من القيم حول الصفر متوزعة على عرض من المرتبة $\hbar/a$.

يكتسب الالكترون أثناء عبوره للشق اندفاع وفق المحور x من المرتبة $\hbar/a$ وذلك وفقاً لمبدأ الارتياب .

لدراسة هذه العملية من وجهة نظر الانعراج المألوف ، تُظهر الشاشة الموضوعة خلف الشق نموذجاً شبيهاً بالشكل (٣-٨) .



الشكل (٣-٨)

الكثافة في تجربة الانعراج عند شق وحيد

للشق عرض a والشاشة تبعد مسافة D عن الشق ويقع الهدب الانعراجي المظلم الأول عند الموضع x

لنحدد الموضع الأكثر احتمالاً لوجود الالكترون على الشاشة بين موضعي الهدب الانعراجي المظلم الأول على جانبي مركز الشاشة . تعطي النظرية الموجية موضع الهدب الانعراجي المظلم الأول بالعلاقة :

$$a \text{ sim } \theta = \lambda \qquad (3.9)$$

وبسبب صغر الزاوية θ يمكن استبدالها بصورة تقريبية وفق العلاقة :

$$\sin\theta \approx \tan\theta \approx \frac{X}{D}$$

وكذلك يُعطى طول الموجة وفقاً لنظرية دوبروي بالعلاقة : $\lambda = \frac{h}{p_y}$ ومنه :

$$a\frac{X}{D} = \frac{h}{p_y}$$

أي : $\frac{p_x}{p_y} = \frac{X}{D}$ $\Leftarrow$ $p_x = p_y \frac{X}{D} = \frac{h}{a}$

وهي علاقة موافقة للنتيجة $p_x \sim \frac{h}{a}$ التي توصلنا إليها باستخدام مبدأ الارتياب .

مثال (٣-٦) :

تُشاهد الالكترونات التي تصدرها نواة الذرة على شكل أشعة β ، فإذا افترضنا أن هذه الالكترونات كانت مقيدة (محبوسة) بطريقة ما ضمن النواة وأن أحدها يتمكن من الافلات بين حين وآخر ويشاهد في المختبر . فما هي الطاقة الحركية لمثل الالكترون مفترضاً أن نصف قطر النواة من المرتبة 10^{-14} m .

الحـــل :

لكي نتمكن من حصر الكترون ضمن المجال $\Delta x \sim 10^{-14}$ m يجب أن يكـون الارتيـاب في تعيـين اندفاعـه مـن المرتبـة : $\Delta p_x \sim \frac{\hbar}{\Delta x} \sim 10^{-20}\ \frac{Kgm}{s}$ وهـذا يعـني ارتياباً في الطاقة الحركية من المرتبة 20 Mev ، ويمثل الحد الأدنى وفق العلاقة (3.6). ولكن الالكترونات المنطلقة من النواة في تفاعلات التفكـك تملـك طاقـة مـن المرتبـة 1 Mev ، وهذا يعني عدم إمكان حصر مثل هذه الالكترونـات ضمـن النـواة ولا بـد من تفسير آخر حول مصدر هذه الالكترونات (تنتج هذه الالكترونات من تفكـك النترونات ضمن النواة وتحولها إلى بروتونات) .

مثال (٣-٧) :

يملك الميزون π المشحون كتلة سكونية قدرها 140 Mev ومتوسط حياة قـدره 26 ns . آ) أوجـد الارتيـاب في طاقـة المـيزون مقـدرة بالــ Mev وحـدّد نسبـة هـذا الارتياب من الكتلة السكونية . ب) أعد هذا السؤال من أجل ميزون غير مشـحون كتلته السكونية 135Mev ومتوسط حياته 8.3×10^{17}s. جـ) أعـد هـذا السـؤال مـن أجل الميزون ρ ذي الكتلة السكونية 765 Mev ومتوسط الحياة 4.4×10^{-24} S .

الحـــل :

تعطينا العلاقة (3.7) الارتياب في قيـاس الطاقـة عندمـا يكـون زمـن القيـاس المتاح Δt .

أي : $\Delta E \sim \hbar / \Delta t$ ومنه :

$$\text{آ)}\quad \Delta E \sim \frac{\hbar}{\Delta t} = \frac{6.58 \times 10^{-16}}{26 \times 10^{-9}} = 2.5 \times 10^{-8}\,\text{ev}$$

أو $\Delta E = 2.5 \times 10^{-14}\,\text{Mev}$

ويكون :

$$\frac{\Delta E}{E} = \frac{2.5 \times 10^{-14}}{140} = 1.6 \times 10^{-16}$$

$$\text{ب)}\quad \Delta E = \frac{\hbar}{\Delta t} = 7.9 \;\; \text{ev} \;\; ; \;\; \frac{\Delta E}{E} = 5.9 \times 10^{-8}$$

$$\text{جـ)}\quad \Delta E = \frac{\hbar}{\Delta t} = 1.5 \times 10^{8} \;\; \text{ev} \;\; ; \;\; \frac{\Delta E}{E} = 0.20$$

لا يعطي مبدأ الارتياب في الحالة (آ) أثراً كبيراً ، فالكتلة السكونية لا تقاس بدقة أعلى من 10^{-16} وهو مقدار لا تتحسسه الأجهزة المتوافرة حالياً . بينما نقترب في الحالة ((ب) من المستوى 10^{-7} وهو على الحدود التي يمكن أن تؤثر في قياساتنا المخبرية . أما في الحالة (جـ) فيساهم مبدأ الارتياب بشكل واضح في دقة معرفتنا للكتلة السكونية للميزون p .

مثال (٣-٨) :

قدّر السـرعة الدنيا لكرة بليارد كتلتها ($\sim 100\ g$) محصورة ضمن طاولة ($1\ m$) .

الحل : $\Delta x \sim 1\ m$

$$\Delta P_x \sim \frac{\hbar}{\Delta x} = \frac{1.05 \times 10^{-34}}{1} = 1 \times 10^{-34} \quad Kg.m/s$$

$$\Delta v_x = \frac{\Delta p_x}{m} = \frac{10^{-34}}{0.1} = 1 \times 10^{-33} \quad m/s$$

أي أن المفعول الكمومي سيسبب لكرة البليارد حركة سرعتها من المرتبة $10^{-33}\ m/s$. وهي سرعة لا تستطيع معها كرة البليارد أن تقطع مسافة $\frac{1}{100}$ من قطر نواة الذرة خلال زمن يساوي عمر الكون . أي أن المفعول الكمومي غير قابل للمشاهدة في الأجسام غير المجهرية .

٣-٤- رزم الأمواج Wave Packets :

لاتكون الموجة الجيبية متوضعة على الطلاق ،فهي تمتد من $-\infty$ وحتى $+\infty$، بينما يكون الجسم التقليدي متوضعاً بشكل محدد . يمزج الوصف الكمومي الأمواج مع الجسيمات . فالجسيمات متوضعة بمكان تقريبي ، فللألكترون مثلاً المرتبط بذرة معينة موضع محدد بارتياب من مرتبة أبعاد الذرة ($10^{-10}\ m$) . تدعى الطريقة المستخدمة في الفيزياء لوصف مثل هذه الحالة بالرزمة الموجية . يمكن عدّ الرزمة الموجية كتراكب لعدد كبير من الأمواج التي تتداخل تداخلاً بنّاءاً بجوار

الجسيم فتعطي للموجة الحاصلة سعة كبيرة ، بينما تتداخل تداخلاً هدّاماً في المواضع البعيدة عن الجسم ، فتعطي للموجة الحاصلة هناك سعة صغيرة حيث لا نتوقع أن نجد الجسيم .

سنناقش في هذه الفقرة الوصف الرياضي للرزمة الموجية مع بعض خواصها، ونفسّر في الفقرة التالية المعنى الفيزيائي للسعات الكبيرة والصغيرة .

يمثل الشكل (٣-٦) رزمة موجية مثالية ، فسعتها صغيرة ومهملة في كل مكان باستثناء مجال صغير من الفضاء طوله Δx ، ويقابل مجالاً من الاندفاعات قدره ΔP_x تحدده العلاقة (3.6) وبما أن كل اندفاع يواكب موجة محددة الطول ، فإن مجال الاندفاعات ΔP_x يقابل مجالاً من الأطوال الموجية قدره $\Delta \lambda$. لذلك نتوقع أن يكون الوصف الرياضي للرزمة الموجية مقروناً بتراكب عددٍ من الأمواج ذات الأطوال الموجية المختلفة .

سنفترض للتبسيط أمواجاً من الشكل $y = A \cos KX$ حيث يمثل K العدد الموجي $2\pi/\lambda$. كما سنفترض أن لجميع الأمواج السعة نفسها .

سنبدأ بموجة عددها الموجي K_1 ونضيف إليها موجة عددها الموجي $K_2 = K_1 + \Delta K$. فالموجة الحاصلة تمثل ظاهرة الخفقان الموضحة بالشكل (٣-٥) . تبدأ الموجتان متفقتين بالطور عند الموضع $x = o$ وتأخذ المحصلة سعتها العظمى عند هذا الموضع ، وبسبب الفرق الصغير في طول الموجة تصبح الموجتان متعاكستين في الطور وتنعدم سعة المحصلة في موضع آخر . ويمكننا باستخدام بعض قوانين المثلثات أن نكتب :

$$y(x) = A \cos K_1 x + A \cos K_2 x$$

$$= 2A\cos(\frac{\Delta K}{2}x)\ \cos\ (\frac{K_1 + K_2}{2}x) \qquad (3.10)$$

ويعطي تغير سعة المحصلة ضمن المغلف بالحد التجيبي الأول .

لننظر الآن إلى هاتين الموجتين كأمواج مسافرة يُعطى وصفها الرياضي بالعلاقة (3.10) بعد استبدال ($Kx - \omega t$) بـ (Kx) حيث ω هو التواتر الدائري للاهتزاز و $v = \frac{\omega}{K}$ هي سرعة طور الموجة أي سرعة تحرك الموجة خلال الوسط . يبين الشكل (٣-٩) هاتين الموجتين في اللحظة $t = o$ وفي وقت لاحق t وتكون سرعتا الطور $v_1 = \frac{\omega_1}{K_1}$ و $v_2 = \frac{\omega_2}{K_2}$ غير متساويتين بصورة عامة . ونلاحظ أن المغلف يتحرك بسرعة مختلفة عن سرعة كل من الموجتين .

إن الصيغة الرياضية لمحصلة هاتين الموجتين هي :

$$y(x,t) = A\cos(K_1x - \omega_1 t) + A\cos(K_2x - \omega_2 t)$$

(3.11)

$$= 2A\ \cos(\frac{\Delta K}{2}x - \frac{\Delta\omega}{2})\ \cos\ (\frac{K_1 + K_2}{2}x - \frac{\omega_1 + \omega_2}{2}t)$$

حيث : $\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1$

يتحرك المغلف بسرعة تساوي $V = \frac{\Delta\omega}{\Delta K}$ بينما تتحرك الأمواج ضمن المغلف بالسرعة $(\omega_1 + \omega_2)/(K_1 + K_2)$ والتي لا تختلف كثيراً عن السرعة v_1 أو v_2 عندما تكون الفروق $\Delta\omega$ و ΔK صغيرة .

لا يعطي تراكب الموجتين صورة صحيحة للرزمة الموجية ولكننا نستطيع التوصل إلى وصف أدق بجمع عدد أكبر من الأمواج الجيبية التي تختلف عن بعضها بأعدادها الموجية Ki وربما بسعاتها A (Ki) :

$$y(x) = \sum_i A(Ki) \cos Ki\,x \qquad (3.12)$$

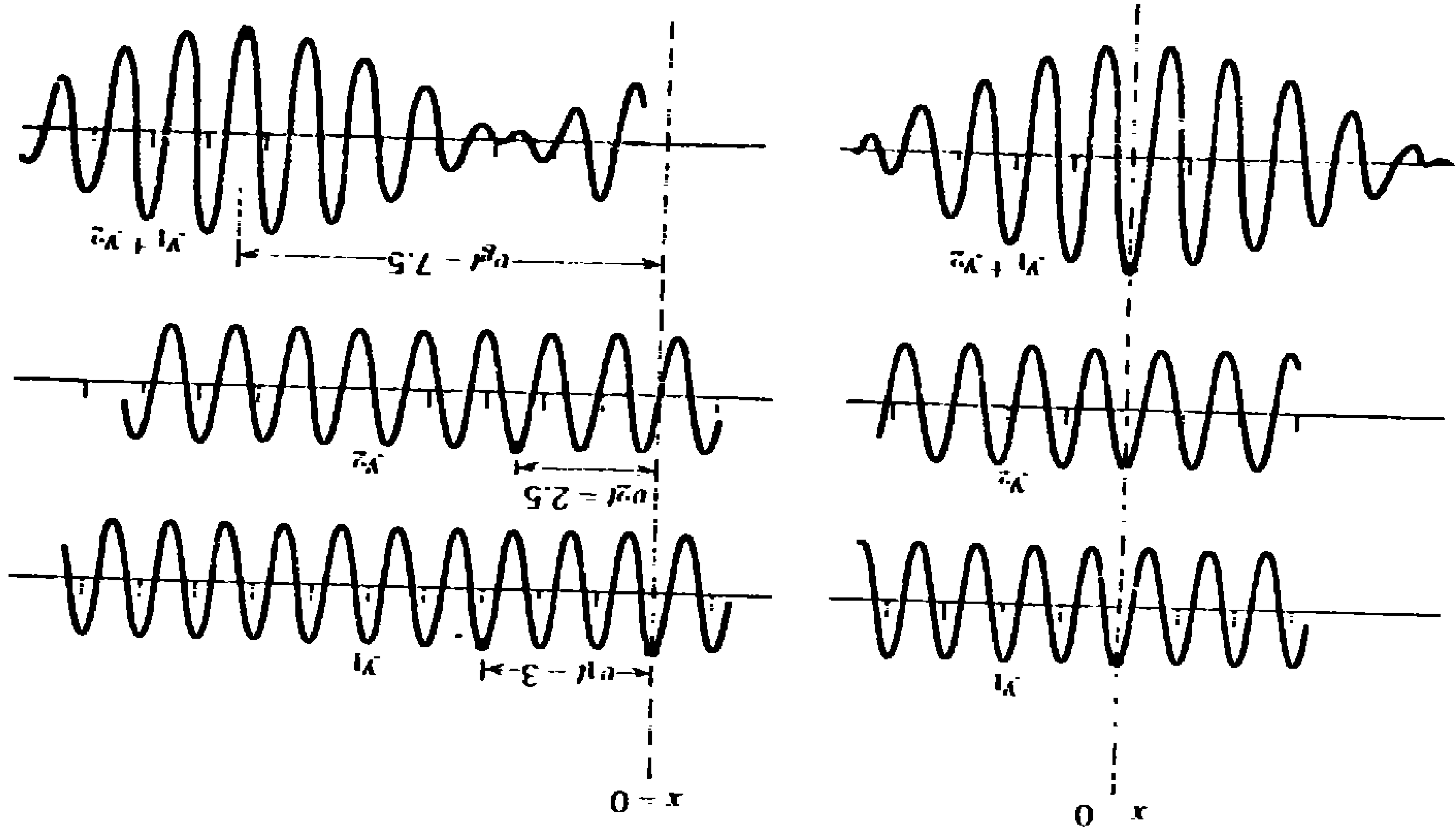
وإذا كانت الأعداد الموجية قريبة جداً من بعضها نستطيع استبدال التكامل بالمجموع فتأخذ العلاقة (3.12) الشكل :

$$y(x) = \int A(K) \cos Kx \; dk \qquad (3.13)$$

حيث يجري التكامل على جميع قيم K الممكنة وربما من الصفر حتى اللانهاية.

لنفترض مثلاً وجود مجال من الأعداد الموجية يتراوح ما بين $(K_o - \frac{\Delta K}{2})$ و $(K_o + \frac{\Delta K}{2})$ ، فإذا كان لجميع الأمواج السعة نفسها A ، عندها تعطينا العلاقة (3.13) شكل الرزمة الموجية وتأخذ الصيغة :

$$y(x) = \frac{2A}{x} \sin \left(\frac{\Delta K}{2} x\right) \cos K_o x \qquad (33.14)$$



الشكل (٣-٩)

سرعة المجموعة للرزمة الموجية

يبين الشكل اليساري لقطة عند اللحظة t = o للموجتين y1 و y2 ومجموعهما . تتحرك الموجة الأولى بسرعة ٣ وحدات في الثانية والموجة الثانية بسرعة 2.5 وحدة بالثانية . ويبين الشكل الأيمن لقطة في اللحظة t = 1s . لا تكون الموجتان متفقتين في الطور إلا عند اللحظة t = 7.5s ، وهي النقطة المقابلة للنهاية العظمى للخفقة التي تتحرك بسرعة 7.5 وحدة في الثانية وهي أكبر من كل V1 و V2

يهتز التابع cos Kox ضمن المغلف $\frac{2A}{x} \sin(\frac{\Delta K}{2}x)$ ويبين الشكل (٣-١٠) وصفاً لهذا التابع ويبدو مشابهاً للرزمة الموجية التي نبحث عنها . فللموجة سعة عظمى ضمن المجال Δ x فقط ولقد حصلنا عليها بجمع عدد كبير من الأعداد الموجية . وهذا ما ينص عليه مبدأ الارتياب وفق العلاقة (3.13) فلكي يكون Δ x صغيراً يجب أن يكون Δ K كبيراً . ونستطيع التوصل إلى تقريب أفضل

لشكل الرزمة الموجية بعدم تثبيت قيمة السعة A (K) بل تركها وفقاً للشكل الغاوصي مثلاً $A(K) = e^{-(K-K_o)^2/2(\Delta K)^2}$ وهذا يعطي التابع :

$$y(x) \propto e^{-(\Delta kx)^2/2} \cos k_o x \qquad (3.15)$$

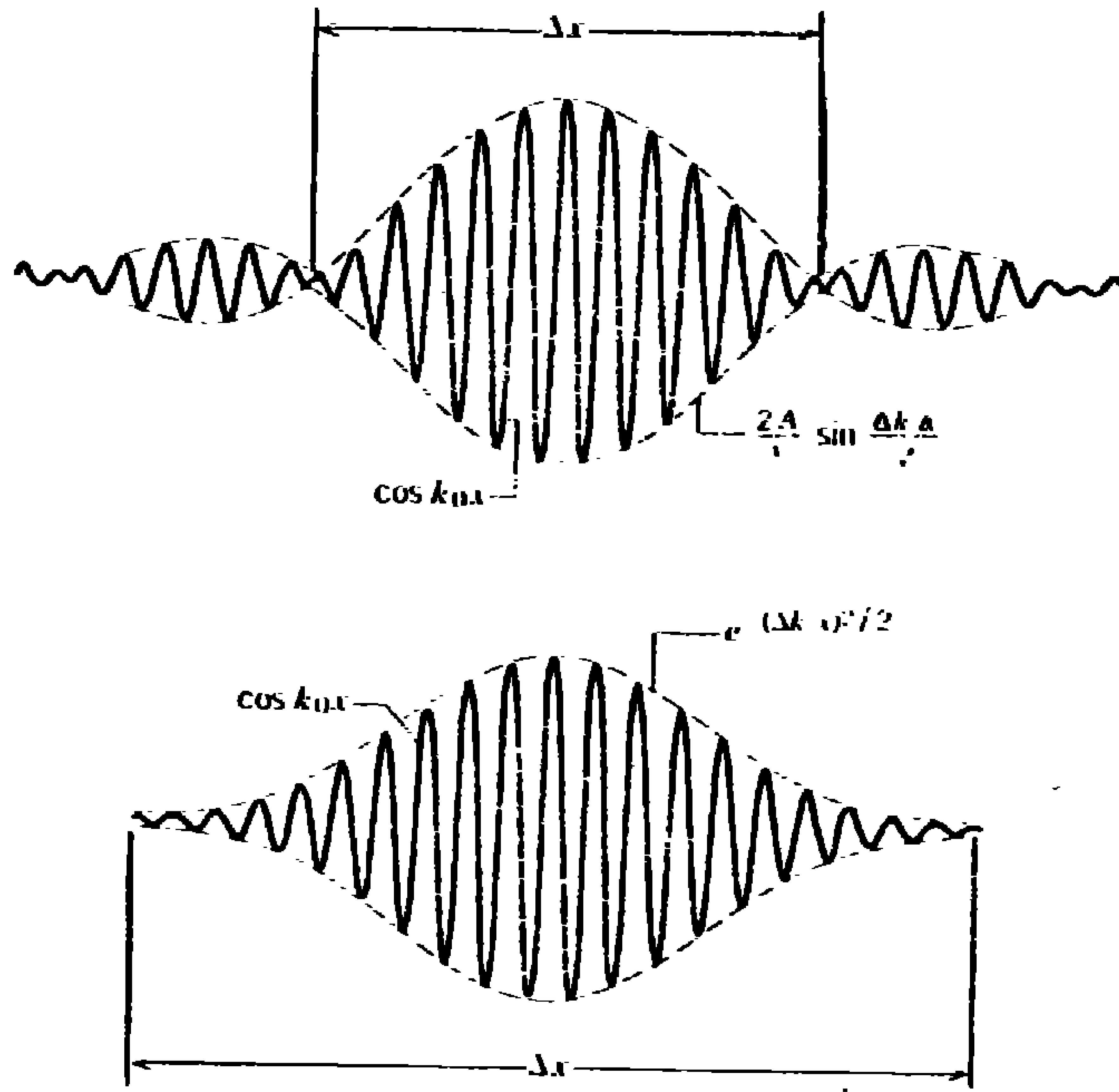
ومرة أخرى نجد مغلفاً يعدّل تابع التجيب مخفضاً سعته خارج المجال Δx كما في الشكل (٣-١٠) . ولا بد من استخدام عدد كبير من الأعداد الموجية هنا أيضاً لحصر الموجة ضمن هذا المجال الصغير .

يجب أن ننظر إلى الشكل (٣-١٠) على أنه لقطة (صورة) للرزمة في لحظة معينة مثل $t = o$ وبالمثل فإن المعادلتين (3.14) و (3.15) تمثلان الأمواج عند اللحظة $t = o$. وحتى نتحول إلى الأمواج المسافرة يجب أن نستبدل بـ (Kx) المقدار ($Kx - \omega t$) كما فعلنا في المعادلة (3.11) حيث وجدنا في حالة الموجتين المسافرتين أن المغلف يتحرك بالسرعة $\Delta \omega / \Delta K$ ويمكن تعميم ذلك إلى حالة عدة أمواج بتعريف سرعة المجموعة كما يلي :

$$v_{group} = \frac{d\omega}{dK} \qquad (3.16)$$

فيتحرك مغلف الرزمة الموجية بسرعة المجموعة بينما تتحرك الموجة ضمن المغلف بسرعة تدعى سرعة الطور وتساوي :

$$v_{phase} = \frac{\omega}{K} \qquad (3.17)$$



الشكل (٣-١٠)

مثالان لرزمتين موجيتين

وفي الحالتين نجد تابعاً مُعدِّلاً يخفض سعة تابع الجيب خارج المجال Δx

ولا يمكن تحديد سرعة الطور للرزمة الموجيــة ، ولا يكــون لهــذه الســرعة أي معنى إلا في حالة موجة واحدة .

مثال (٣-٩) :

تتحـرك موجـة بحريـة بسـرعة طـور تسـاوي $v_{phase} = \sqrt{g\lambda / 2\pi}$ حيــث g تسارع الثقالة الأرضية . ما هي سرعة المجموعة للرزمة الموجية لهذه الأمـواج بدلالـة سرعة الطور ؟

الحـل :

تعطـي العلاقــة (3.16) ســرعة المجموعــة وبمــا أن $K=\frac{2\pi}{\lambda}$ فــإن $v_{phase}=\sqrt{g/K}$.

إن سرعة الطور $v_{phase}=\frac{\omega}{K}$ ومنه $\frac{\omega}{K}=\sqrt{\frac{g}{K}}\Rightarrow\omega=\sqrt{gK}$.

وبأخذ تفاضل الطرفين نجد : $d\omega=\sqrt{g}(\frac{1}{2}K^{-1/2})dK$ ومنه :

$$v_{graup}=\frac{d\omega}{dK}=\frac{1}{2}\sqrt{g/K}=\frac{1}{2}v_{phase}$$

وباختصار نقول لا يمثّل الجسيم المتوضع ضمن مجال محدد من الفضـاء بموجـة دوبروية واحدة ذات تواتر محدد ، وإنما برزمة موجية تمثـل تراكـب عـدد كبـير مـن الأمواج ، ويتحرك المغلف للرزمة الموجية بسرعة تدعـى سـرعة المجموعـة وتسـاوي $d\omega/dK$.

ولا يكـون النقـاش مكتمـلاً مـا لم نعـطِ تفسـيراً فيزيائيـاً لسـرعة المجموعــة . لنفترض أن لدينا جسيماً متوضعاً ممثلاً بمجموعة دوبروية ، ترتبط طاقة وتواتـر كـل موجة بالعلاقة $E=\hbar\omega$ كما يرتبط الاندفاع والعدد الموجي لكل موجة بالعلاقـة $\vec{p}=\hbar\vec{K}$ ويمكننا التوصل إلى سرعة المجموعة كمايلي:

$$v_g=\frac{d\omega}{dK}=(\frac{d\omega}{dE})\ (\frac{dE}{dP})\ (\frac{dP}{dK})=\frac{1}{\hbar}\frac{dE}{dP}\ \hbar$$

أو

$$v_g = \frac{dE}{dP} \qquad (3.18)$$

فسرعة المجموعة ليست مظهراً مرتبطاً بالأمواج بقدر ارتباطه بالوسط الذي تتحرك فيه الرزمة الموجية . لنفترض (ويعدّ هذا الافتراض جوهر الميكانيك الكمومي) أن استجابة الوسط لمرور الرزمة الموجية ، الممثل بالحد dE/dP) مماثل لاستجابة الوسط في حالة مرور الجسيم أي :

$$(3.19) \qquad \left(\frac{dE}{dP}\right)_{\text{للجسيم}} = \left(\frac{dE}{dP}\right)_{\text{للرزمة}}$$

ففي حالة الجسيم ترتبط الطاقة الحركية K فقط بالاندفاع أي أن $\frac{dK}{dP} = \frac{dE}{dP}$ وبما أن الطاقة الحركية للجسيم تساوي $P^2/2m$ في الميكانيك غير النسبي فإن $\frac{P}{m} = \frac{dK}{dP}$ وهذا بالتحديد سرعة الجسيم . أي أن الطرف الأيمن في العلاقة (3.19) ما هو إلا سرعة الجسيم ، بينما يمثل الطرف الأيسر سرعة المجموعة للرزمة الموجية ، وهكذا توصلنا إلى نتيجة مهمة تنص على أن سرعة الجسيمات المادية تساوي سرعة المجموعة للرزمة الموجية المقابلة لها .

ويمكن تلخيص هذه المناقشة كما يلي : يوصف الجسيم المجبر على الحركة ضمن مجال معين من الفضاء برزمة موجية تقابل تراكب عدد من أمواج دوبروي . تتحرك هذه الرزمة الموجية بسرعة تساوي سرعة المجموعة لهذا الوسط والتي تساوي سرعة الجسيم .

٣-٥- الاحتمال والعشوائية :

ترتبط دقة قياس الموضع أو الاندفاع لجسيم ما بمقدار ما تسمح به مهارتنا التجريبية . فكيف نستطيع مشاهدة السلوك الموجي للجسيم ؟ وكيف يؤثر الارتياب في الموضع أو الاندفاع في نتائج تجربتنا ؟

لنفترض أننا نحضّر ذرة ما ، وذلك بربط الكترون مع نواة . (أي أننا ستفترض النواة ثابتة في هذا المثال) ثم نقيس موضع هذا الالكترون ، بعد مرور فترة على تحضير هذه الذرة ، ونكرر الاجراءين ، تحضير الذرة وقياس موضع الالكترون مستخدمين الأسلوب نفسه ، فنشاهد أن إعادة قياس موضع الالكترون تعطي قيمة مختلفة عن التي شاهدناها في القياس الأول ، وقد نحصل كذلك على قيم مختلفة في كل مرة نكرر فيها القياس . وبعد تكرار القياس مرات عديدة جداً سنجد أنفسنا منقادين إلى استنتاج يعيدنا إلى الملاحظات الأساسية في الفيزياء التقليدية وهي : أن الجمل المحضّرة بأساليب متماثلة لا تظهر سلوكاً متماثلاً . فما هو الأمل المتوافر لدينا في بناء نظرية رياضية نافعة تؤدي إلى النتائج ذات الطبيعة العشوائية ؟ ويمكن حل هذا التساؤل بالنظر إلى احتمالات الحصول على أي نتيجة تجريبية ، لتجربة تخضع نتائجها الممكنة إلى القوانين الاحصائية . إننا لا نستطيع التنبؤ بنتيجة رمية واحدة لقطعة النقود أوَ لمكعب النرد لأن جميع النتائج متساوية الاحتمال ، ولكننا نستطيع التنبؤ بالتوزع لعدد كبير من القياسات المنفردة . ففي حالة قطعة النقود مثلاً لا نستطيع التنبؤ بنتيجة رمية واحدة هل هي طرة أم نقش ؟ فالاحتمالان متساويان. أما إذا قمنا بعدد كبير من الرميات فنتوقع أن تكون نصف النتائج تقريباً طرة والنصف الآخر نقشاً . فبرغم عجزنا عن التنبؤ في حالة الرمية الواحدة إلا أننا نستطيع أن نتنبأ بشكل معقول بنتائج عدد كبير من الرميات .

تقود دراستنا ، للجمل الخاضعة إلى قوانين الفيزياء الكمومية ، إلى وضع مشابه لما سبق ، فلا نستطيع التنبؤ بنتيجة قياسٍ واحدٍ لموضع الالكترون في الذرة التي نحضّرها ، أما إذا قمنا بعدد كبير من القياسات فيجب أن نتمكن من ايجاد توزع إحصائي للنتائج . وإذا كنا لا نستطيع وضع نظرية رياضية تعطينا نتيجة قياس واحد ، إلا أننا نستطيع ايجاد نظرية رياضية تعطي السلوك الاحصائي للجملة (أو لعدد كبير من الجمل المتماثلة) . وتؤمن النظرية الكمومية مثل هذا الأسلوب الرياضي ، وبرغم أننا لن ندخل في التفاصيل الدقيقة لهذا الأسلوب إلا أنه من المهم أن نلاحظ أن النظرية الرياضية للميكانيك الكمومي تمكننا من حساب المتوسط أو الناتج المحتمل للقياسات وكذلك تَوَزّعْ النتائج الافرادية حول المتوسط . ولا يعد هذا الأمر نقطة ضعف لأننا في الفيزياء الكمومية نتعامل مع عدد كبير من الجسيمات ونادراً ما نتعامل مع ذرة واحدة . فلو كنا بصدد دراسة إصدار الضوء من جملة مشعة ، أو دراسة خواص الجسم الصلب ، أو تبعثر الجسيمات النووية ، فإننا سنتعامل مع عدد كبير من الذرات حيث تكون المتوسطات الاحصائية مفيدة جداً .

إن مثل هذه الأفكار ليست غريبة عن حياتنا اليومية فلطالما سمعنا المذيع يتحدث عن احتمال هطول الأمطار ، فما هو التفسير لاحتمال قدره 50% ؟ فهل ستهطل الأمطار نصف الوقت أم على نصف المدينة ؟ التفسير الصحيح هو أن هناك مجموعة ظروف جوية سينتج من عدد كبير من حالاتها المماثلة هطولٌ للأمطار بمقدار نصف الحالات تقريباً . والجرّاح الذي يقول إن مريضه يملك فرصة 50% للبقاء على قيد الحياة بعد إجراء عملية له يعني الشيء نفسه ، فتجاربه مع عدد كبير من المرضى يعانون من حالات مماثلة يفترض معافاة لنصف الحالات . تتنبأ الفيزياء الكمومية أننا لو حضّرنا ذرات الهدروجين وفقاً لأسلوب واحد فيكون احتمال

دوران الالكترون ، في وقت واحد ، وفق اتجاه دوران عقارب الساعة مساوياً 50%. وبالطبع تكون نتيجة قياس واحد إما وفق اتجاه دوران عقارب الساعة أو عكس اتجاه دوران عقارب الساعة وليس مجموع الاتجاهين معاً. قد يقول بعضهم إن القاء قطعة النقود أو رمي مكعب النرد ليس عملية عشوائية ، ويأتي المظهر العشوائي للنتائج من نقص معرفتنا لحالة الجملة . فإذا عرفنا بشكل موثوق كيف رُمي مكعب النرد (قيمة واتجاه السرعة الابتدائية ، التوجه الابتدائي ، السرعة الدورانية) وعرفنا بدقة القوانين التي تحكم اصطدامه بالطاولة ، نستطيع من حيث المبدأ أن نتنبأ بوضعه النهائي. أما إذا حلّلنا النتائج بطريقة احتمالية فهذا يعني اعترافاً صحيحاً بعجزنا عن التحليل الدقيق .

٣-٦- سعة الاحتمال :

بقي علينا مناقشة مسألة أخيرة ألا وهي : ماذا تمثل سعة موجة دوبروي ؟ تتغير المقادير الفيزيائية المرتبطة بالظواهر الموجية ، مثل الإزاحة والضغط ، تبعاً للمسافة والزمن . فما هي الخاصة الفيزيائية التي تتغير مع انتشار موجة دوبروي ؟ لقد ناقشنا في الفقرة السابقة مسألة تمثيل الجسيم المتوضع برزمة موجية . فإذا كان الجسيم محصوراً ضمن مجال من الفضاء Δx ، فسيكون للرزمة الموجية الممثلة لهذا الجسيم سعة كبيرة ضمن هذا المجال فقط ، وسعة صغيرة في أي مكان آخر . أي أن السعة عظمى في مكان الاحتمال الكبير لتواجد الجسيم ، والسعة صغرى في مكان الاحتمال الأقل لتواجد الجسيم. فسعة موجة دوبروي عند أية نقطة مرتبطة باحتمال وجود الجسيم عند تلك النقطة .

وبالقياس على الفيزياء التقليدية حيث تتناسب كثافة الموجة مع مربع سعتها، يكون الاحتمال متناسباً مع مربع سعة موجة دوبروي . سنناقش في الفصل القادم

الإطار الرياضي لحساب سعة الموجة لجسيم في ظروف مختلفة ، كما سنناقش التعريف الرياضي للاحتمال . تأتي صعوبة إعطاء تفسير دقيق لسعة الموجة من طبيعتها العقدية ، إذ لا نستطيع تمثيل المتحولات العقدية في عالمنا الحقيقي وبالتالي لا نستطيع تنفيذ قياس مباشر لسعة الموجة . أما الاحتمال فهو معرّف بدلالة القيمة المطلقة لمربع السعة وهذا حقيقي دوماً ولا يوجد صعوبة في تفسيره . وبرغم عدم إمكان التفسير البسيط لسعة الموجة إلا أن الأمواج نفسها تملك جميع الخواص الموجية في الفيزياء التقليدية . فهي تنعكس وتنكسر وتتراكب وتسافر وتشكل أمواجاً مستقرة .

مسائل

١ - أوجد طول موجة دوبروي آ) لجزيئة آزوت في درجة الحـرارة 300 K. ب) لبروتون طاقته 5 Mev . جـ) لالكترون طاقتـه 50 Gev . د) لالكـترون يتحـرك بسرعة 10^6 m/s .

٢ - تدعـى النترونـات المنتجـة في المفـاعلات بالنترونـات الحراريـة بسـبب انخفاض طاقتها الحركية نتيجة الاصطدامـات المتتاليـة حتـى تصبـح مسـاوية $\frac{3}{2}KT$ حيث T هي الدرجة 300 K . آ) ما هي الطاقة الحركية لمثـل هـذه النترونـات . ب) ما هو طول موجة دوبروي المواكبة لها .

٣ - ما هو الكمون الذي يجب أن نسرّع به الكتروناً إذا أردنا استخدامه في تمييز . آ) فيروسٍ قطـره 12 nm ؟ ب) ذرة قطرهـا 0.12 nm ؟ جـ) بروتـون قطـره 1.2 fm ؟

٤ - نريد دراس جسيمات قطرهـا مـن المرتبـة 0.10 µm مسـتخدمين مجهـراً الكترونياً . آ) ما هو طول موجة دوبروي المواكبة للالكترون ؟ ب) ما هو الكمون الذي يجب تطبيقه لتسريع الكترونات المجهر ؟

٥ - لكـي نتمكـن مـن دراسـة نـوى الـذرات يجـب أن نشـاهد انعـراج الجسيمات المقابلة لأطوال موجية من مرتبة أبعاد النواة أي نحو 14 fm في حالـة نـواة

ثقيلة مثل نواة الرصاص . ما هي الطاقة الحركية التي يجب استخدامها إذا كانت الجسيمات المنعرجة آ) الكترونات ؟ ب) نترونات ؟ جـ) جسيمات α ؟

٦ - يرتطم الكترون جيئة وذهاباً بصورة مرنة بين جدارين المسافة بينهما 0.5 nm . آ) أوجد أطوال أمواج دوبروي الممكنة لتشكيل أمواج مستقرة بين الجدارين بحيث تتشكل عقدتان عند الجدارين . ب) أوجد الطاقة الحركية لهذا الالكترون .

٧ - ما هو كمون التسريع في تجربة ديفسون - جيرمر لكي يبدأ الانعكاس الثاني بالظهور ($n = 2$ في معادلة براغ) ؟ الانعكاس الثالث ؟

٨ - إذا كان كمون التسريع في تجربة ديفسون - جيرمر هو 105 v عوضاً عن 54 v فما هي الزاوية التي سيبدأ عندها الانعكاس الأول بالظهور ؟

٩ - أثبت أن العلاقة $\Delta x \Delta \lambda \sim \lambda^2$ هي العلاقة (3.3) نفسها .

١٠ - لدينا موجة مسافرة سرعتها $v = \lambda\nu$ ولنفترض أننا بقينا في موضع ثابت وبدأنا بعدّ قمم الأمواج التي تمر من هذا الموضع خلال الفترة Δt وذلك بدلاً من قياس الأمواج الموجودة ضمن المجال Δx . أثبت أن الصيغة $\Delta x \Delta \lambda \sim \lambda^2$ تكافيء الصيغة $\Delta \omega \Delta t \sim 1$.

١١ - إذا قيست سرعة الالكترون بارتياب يساوي 2.0×10^4 m/s فما هو طول المجال الذي ينحصر فيه هذا الالكترون ؟

١٢ - وضع الالكترون ضمن مجال من مرتبة أبعاد الذرة (0.1 nm) . آ) أوجد الارتياب في تعيين اندفاع هذا الالكترون . ب) أوجد الطاقة الحركية

لالكترون اندفاعه ΔP . جـ) هـل تعـد هـذه القيمـة مقبولـة بالنسـبة للالكترونـات المرتبطة بالذرة ؟

١٣ - إذا كانت الكتلة السكونية للجسيم (Σ^+) هـي 1385 Mev وحياتـه المتوسطة 2×10^{23} s ما هو مجال النتائج النموذجية لقياس الكتلة السكونية للجسيم (Σ^+) ؟

١٤ - إن الطاقة السكونية للجسيم Δ هي 123 Mev مع انتشار تجريبي قـدره 120 Mev . ما هي القيمة الدنيا لعمر هذا الجسيم ؟

١٥ - تصدر نواة أشـعة غامـا طاقتهـا 1.0 Mev مـن حالـة عمرهـا 1.2 ns . آ) ما هو الارتياب في طاقة أشعة غاما ؟ ب) قـارن هـذا الارتيـاب مـع أفضـل دقـة تعطيها أجهزة الكشف وهي من مرتبة ev . جـ) هـل يمكـن قيـاس هـذا الارتيـاب بطريقة مباشرة ؟

١٦ - يتفكك النظير $^{5}_{2}He$ إلى النظير $^{4}_{2}He$ ونترون وتتحـرر طاقـة قدرهـا 0.89 Mev . آ) أوجـد الطاقـة الحركيـة للنـترون الصـادر مسـتخدماً مبـدأ انحفـاظ الاندفاع . ب) إذا كان عمر النواة الأصلية 1.0×10^{-2} S فما هو مجـال قيـم الطاقـة الحركية التي نشاهدها في المختبر ؟

١٧ - يتفكك جسيم طاقته السـكونية m_Ac^2 وعمـره t_A إلى جسـمين B و C طاقة الأول السكونية m_Bc^2 وعمره t_B أما الثاني فطاقته السكونية m_Cc^2 وهو مسـتقر . ($t_C = \infty$)

أثبـــت أن :
$$K_B + K_C = (m_A - m_B - m_C)C^2 \pm \sqrt{(\frac{\hbar}{t_A})^2 + (\frac{\hbar}{t_B})^2}$$

حيث K_B و K_C هما الطاقتان الحركيتان للجسمين B و C .

١٨ - تكون الالكترونات الناقلة في المعادن غير مرتبطة بذرة معينة وتستطيع أن تتحرك بحرية نسبية ضمن كامل المعدن . لنفترض أن لدينا مكعباً من النحاس طول ضلعه 1 cm . آ) ما هو الارتياب في كل مركبة من مركبات الاندفاع للالكترون المحصور ضمن هذا المكعب ؟ ب) ما هي الطاقة الحركية لمثل هذا الالكترون ؟ مفترضاً أن $\Delta P = \sqrt{\Delta P_x^2 + \Delta P_y^2 + \Delta P_z^2}$. جـ) إذا كانت السعة الحرارية للنحاس 24.5 J/mol.K فهل يكون إسهام هذه الحركة في الطاقة الداخلية للنحاس مهماً عند الدرجة 300 K ؟ ماذا تستنتج من ذلك ؟

١٩ - يمكن للبروتون أو النترون في بعض الأحيان مخالفة قانون انحفاظ الطاقة بإصدار ثم امتصاص الميزون π ذي الكتلة $135\ Mev/c^2$. وهذا ممكن إذا تمت عمليتا الإصدار والامتصاص خلال فترة قصيرة Δt لا تتعارض مع مبدأ الارتياب . آ) لننظر إلى التفاعل $P \to P + \pi$. ما هي قيمة الطاقة ΔE التي تخالف مبدأ الانحفاظ؟ (أهمل الطاقات الحركية) . ب) ما هي الفترة Δt التي يتواجد فيها الميزون ؟ جـ) إذا افترضنا أن الميزون يتحرك بسرعة قريبة من سرعة الضوء ، ما هي المسافة التي يبتعد فيها عن البروتون؟

٢٠ - تتوضع الذرات ضمن البلّورة على بعد L من بعضها بعضاً ، أي أن كل ذرة مقيدة بمجال قدره L . آ) ما هو الارتياب الأدنى في اندفاع الذرات ضمن بلّورة جسم صلب تكون فيه L = 0.2 nm ؟ ب) ما هي الطاقة الحركية النموذجية لذرة كتلتها 65 u في هذه البلّورة . جـ) ما هو مدى إسهام مجموعة من مثل هذه الذرات في الطاقة الداخلية لجسم صلب مثل النحاس ؟ ما هي أهمية مثل هذا الإسهام في درجة حرارة الغرفة ؟

٢١ – لدينا جهاز لتوليد الحزم الذرية وذلك بتسخين مجموعة من الذرات حتى الدرجة T ثم السماح للحزمة بالمرور من خلال ثقب قطره d في جدار الفرن. تسير الحزمة بعد ذلك وفق خط مستقيم مسافة قدرها L . أثبت أن قطر الحزمة عند نهاية المسار يكون أكبر من قطر الثقب d بمقدار من المرتبة $L\hbar / d\sqrt{3mKT}$ حيث m هي كتلة الذرة . تطبيق $T = 1500\ K$ ، $m = 7\ u$ ، $d = 3\ mm$ ، $L = 2m$.

٢٢ – هل نحتاج إلى قوانين المثلثات للتوصل إلى العلاقة (3.11) ؟

٢٣ – تسافر الأمواج الصوتية في الهواء بسرعة 330 m/s . فإذا دامت صفارة تواترها 1.0 KHz مدة ثانيتين . آ) ما هي المسافة التي يشغلها قطار الأمواج الممثل لهذه الصفرة ؟ ب) ما هو طول موجة الصوت ؟ جـ) قدّر الدقة التي يستطيع بها ملاحظ أن يقيس طول الموجة ؟ د) قدّر الدقة التي يستطيع بها ملاحظ أن يقيس التواتر ؟

٢٤ – أُلقي حجر ضمن مستودع للماء فشكل اضطراباً عند نقطة الاصطدام دام مدة 4.0 s . فإذا كانت سرعة انتشار الموجة 25 m/s . آ) ما هي المسافة التي تشغلها مجموعة الأمواج المتشكلة على سطح الماء ؟ ب) أحصى ملاحظ 12 قمة موجية ضمن هذه المجموعة . قدّر دقة تعيين طول الموجة .

٢٥ – هل تتفق المعطيات الموجودة في الشكل (٣–٩) مع العلاقة (3.11) ؟ بدّل $\lambda_1 = 1$ ، $\lambda_2 = 10/9$ $v_1 = 3$ ، $v_2 = 2.5$ لتثبت أن $v_g = 7.5$.

٢٦ – آ) استخدم توزع الأعداد الموجية ذا القيم الثابتة ضمن المجال Δx حول k_0 أي :

$$A(k) = A \quad ، \quad k_o - \frac{\Delta k}{2} \le k \le k_o + \frac{\Delta k}{2}$$

خارج المجال $A = o$

للتوصل إلى العلاقة (3.14) من العلاقة (3.13) . ب) استخدم قيمة ملائمة لـ Δx من أجل رزمة موجية وأثبت أن $\Delta x \, \Delta K \sim 1$.

٢٧ - استخدم التوزع الغاوصي $A(K) = e^{-(K-K)^2/2(\Delta K)^2}$ للأعداد الموجية حيث $-\infty \le K \le \infty$ للتوصل إلى العلاقة (3.15) .

٢٨ - آ) أثبت أن سرعة المجموعة ترتبط بسرعة الطور وفق العلاقة: $v_g = v_p - \lambda \frac{dv_p}{d\lambda}$. ب) عندما يجتاز الضوء الأبيض مادة شفافة ، ترتبط سرعة الطور لكل موجة بطول الموجة نفسها . كيف ترتبط (v_p) بـ (λ) ؟ هل تكون قيمة $\frac{dv_p}{d\lambda}$ موجبة أم سالبة ؟ أي هل تكون سرعة الطور أكبر أم سرعة المجموعة ؟

٢٩ - تتحرك بعض الأمواج السطحية في السوائل بسرعة طور تساوي $\sqrt{b/\lambda}$ حيث b ثابت . أوجد سرعة المجموعة لرزمة الأمواج السطحية بدلالة سرعة الطور .

٣٠ - أثبت أن $v = \frac{dE}{dp}$ للجسيم حيث E آ) هي الطاقة الحركية التقليدية. ب) هي الطاقة النسبية الكلية .

الفصل الرابع

- معادلة شرودينغر -

يمكننا أن نتنبأ ، عند معرفتنا التامة للحالة التقليدية ، بسلوك الجسيم في المستقبل وذلك باستخدام قوانين نيوتن . أي أنه بمعرفة القوة $\vec{F}$ (المشتقة من كمون) المؤثرة في جسم كان في اللحظة الابتدائية في الموضع x_0 وكانت سرعته الابتدائية v_0 ، نستطيع تحديد موضعه $x(t)$ وسرعته $v(t)$ في أية لحظة وذلك باستخدام القانون $\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$.

وقد تصعب العمليات الرياضية أحياناً وربما لا نحصل على حل واضح الصيغة فنبحث عن حلول تقريبية باستخدام الطرائق العددية ولكنها مشكلات رياضية . أما الفيزياء فتنتهي بكتابة المعادلة الأصلية $\vec{F} = d\vec{p}/dt$ وتفسير الحلول $x(t)$ و $v(t)$. يمكننا مثلاً دراسة حركة الكواكب أو الأقمار الصناعية الخاضعة لتأثير قوة الثقالة الكونية ، فنجد بعد جهد رياضي أنها تتبع مساراً على شكل قطع ناقص . وبالمثل نستطيع ايجاد الحقلين الكهربائي والمغناطيسي المرتبطين بأي توزع ساكن للشحنات أو التيارات ، وذلك بحل معادلات تفاضلية من المرتبة الأولى تدعى معادلات ماكسويل . وهنا أيضاً تنتهي المسألة الفيزيائية بكتابة المعادلات وتفسير الحلول .

أما فن ايجاد الحلول فهي مسألة رياضية.وفي حالة الفيزياء الكمومية غيرالنسبية تدعى المعادلة التي يجب حلّها بمعادلة شرودينغر وهي معادلة تفاضلية من

المرتبة الثانية . وكما كان الحال مع معادلة نيوتن ، فإننا نبحث عن حل من أجل صيغة معينة للقوة ، ولكننا نهتم بالكمون الذي تُشتق منه هذه القوة . يدعى حل معادلة شرودينغر بالتابع الموجي ويعطي معلومات عن الخواص الموجية للجسيم . سنتعرف في هذا الفصل على معادلة شرودينغر وندرس بعض الحلول ونتعلم كيفية تفسير هذه الحلول .

ففي الميكانيك التقليدي نجد المسألة مميزة بوجود قوة معينة F ، فنكتب قانون نيوتن الثاني ثم ندير العجلة الرياضية فنحصل على وضع وسرعة الجسيم . وكذلك في المسائل الكهرطيسية نجد مسألة مميزة بمجموعة شحنات أو تيارات ، فنكتب معادلات ماكسويل لهذا التوزع المدروس وندير العجلة الرياضية فنحصل على الحقل الكهربائي والحقل المغناطيسي . أما في المسألة الكمومية فلدينا حالة مميزة بتابع كمون معين ، نكتب معادلة شرودينغر لهذا الكمون ونبحث عن حل لهذه المعادلة ويكون الحل صالحاً للحالة المدروسة فقط إذ تتطلب الحالات المختلفة حلاً جديداً لمعادلة ملائمة .

٤-١- مبررات معادلة شرودينغر :

لا يمكن اشتقاق قوانين أو معادلات ماكسويل أو معادلة شرودينغر انطلاقاً من المبادىء الأساسية ، فهي معادلات رياضية تعطي نتائج متوافقة مع التجارب . ويمكن ايجاد الحل الدقيق لمعادلة شرودينغر من أجل بعض الكمونات ، وأبسطها هو الكمون الثابت وكمون الهزّاز التوافقي ، وتصلح كمرشد لأسلوب الحل لذلك سنعرض لها بالتفصيل رغم عدم كونها حالات فيزيائية بمعنى أننا لا نستطيع اختبار الحل بالمقارنة مع النتائج التجريبية . فلا نجد في الطبيعة جسيمات عالقة ضمن صندوق وحيد البعد أو ضمن هزّاز توافقي مثالي .

بحث شرودينغر عن معادلة تفاضليـة تـؤدي إلى حـل ملائـم لمسـائل الفيزيـاء الكمومية فكتب الخواص المتوقعة من المعادلة وفحص أنواع الحلـول الـتي تلبي هـذه الخواص .

١ - يجب أن تكون الطاقة مصانة . فبرغم رغبتنا بالتضحية في جزء كبير من الأُطر التقليدية إلا أن مبدأ انحفاظ الطاقة يبقى محققاً لذلك نكتب :

$$K + V = E \qquad (4.1)$$

الطاقة الكلية E تساوي مجموع الطـاقتين الحركيـة K والكامنـة V ولسـوف نتعامل مع الحالة غير النسـبية أي : $K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{p^2}{2m}$ فالطاقـة الكليـة لا تشـمل الكتلة .

٢ - يجب ألا تتنـاقض المعادلـة التفاضليـة مهمـا كـان شـكلها مـع مسـلمة دوبروي . فإذا أدرنا العجلة الرياضية منطلقين من جسيم اندفاعه P فيجب أن نصل إلى حل لموجة طولها يساوي $\lambda = h/p$ فباستخدام العلاقة (3.5) فإن الطاقـة الحركيـة لجسيم حر هي : $K = \frac{p^2}{2m} = \frac{\hbar^2 K^2}{2m}$.

٣ - يجب أن تكـون المعادلـة منسـجمة ذاتيـاً بـالمعنى الريـاضي . فنتوقـع أن يخبرنا الحل ببعض المعلومات عن احتمال وجود الجسيم ، ولسـوف نصـاب بالخيبـة إذا أشار الحل إلى تغير فجائي في الاحتمال وهذا يعني اختفـاء مفـاجىء للجسيم في نقطة من الفضاء ثم ظهـوره في نقطـة أخـرى . كمـا يجـب أن يكـون الحـل وحيـد القيمة، فلا معنى لاحتمالين عند نقطة واحدة ويجب أن يعون خطياً ليؤمـن تراكـب الأمواج .

سنبدأ من حل للمعادلة التي نبحث عنها . فالصيغة الرياضية للموجة المنتشرة على وتر مشدود هي $y(x,t) = A \sin(Kx - \omega t)$ وكذلك تأخذ الأمواج الكهرطيسية صيغة مشابهة $E(x,t) = E_0 \sin(Kx - \omega t)$ و $B(x,t) = B_0 \sin(Kx - \omega t)$. لذلك سنفترض أن لموجة دويروي المثلة للجسيم الحر الصيغة $\psi(x,t) = A \sin(Kx - \omega t)$. ولهذه الموجة طول قدره $\lambda = 2\pi/K$ وتواتر قدره $v = \omega/2\pi$. سنهمل الآن الارتباط الزمني ونتعامل مع وصف لحظي للموجة عند زمن معين وليكن $t = o$ أي أننا سنعرّف التابع $\psi(x)$ عند اللحظة $t = o$ بالعلاقة :

$$\psi(x) = A \sin Kx \qquad (4.2)$$

يمكن للمعادلة التفاضلية التي تشكل التابع $\psi(x,t)$ حلاً لها أن تحتوي عدداً غير محدود من مشتقات $\psi(x,t)$ بالنسبة للموضع x أو الزمن t ، ولكننا نريد معادلة مرتبطة بالتابع $\psi(x,t)$ ومشتقاته من القوة الأولى كي لا تظهر حدود من الشكل ψ^2 أو $(\frac{\partial\psi}{\partial t})$ ، وهذا يأتي من افتراض خطية المعادلة ووحدانية قيمها . كما يجب على المعادلة أن تتضمن الكمون V فإذا ظهر الكمون V بالقوة الأولى فيجب على الطاقة الحركية K أن ترد بالقوة الأولى أيضاً لكي تنسجم معادلة انحفاظ الطاقة $(K + V = E)$ ولقد وجدنا أن $K = \frac{\hbar^2 K^2}{2m}$ ، والطريقة الوحيدة للحصول على حدود بدلالة K^2 هي أخذ المشتق الثاني للتابع $\psi(x) = A \sin Kx$ بالنسبة لـ x .

$$\frac{d2\psi}{dx^2} = -K^2\psi = -\frac{2m}{\hbar^2}K\psi = -\frac{2m}{\hbar^2}(E - V)\psi$$

أو :

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d2\psi}{dx^2} + V\psi = E\psi \qquad (4.3)$$

ويجب أن نؤكد أننا لم نقم هنا بعملية اشتقاق واستنتاج بل بناء معادلة تفاضلية تحقق الخواص التالية : ١ - انسجام مع انحفاظ الطاقة ، ٢ - خطية ووحيدة القيمة ، ٣ - تعطي حلاً للجسيم الحر منسجماً مع مسلمة دوبروي . ويوجد معادلات أخرى تتمتع بهذه الخواص الثلاث ، ولكن المعادلة (4.3) هي الوحيدة التي تجتاز اختبار توافق نتائجها مع النتائج التجريبية في حالات فيزيائية مختلفة . تدعى المعادلة (4.3) بمعادلة شرودينغر غير المرتبطة بالزمن وهي وحيدة البعد ، وبرغم ارتباط الأمواج الحقيقية بالزمن والمسافة ، وكون عالمنا ثلاثي الأبعاد، فإننا نستطيع أن نتعلم الكثير حول فيزياء ورياضيات ميكانيك الكم بدراسة حلول المعادلة (4.3) وسنعود إلى تعميم المسألة فندرس حالة البعدين والأبعاد الثلاثة كما سنأخذ الزمن في الحسبان .

٤-٢- أسلوب شرودينغر :

إن أسلوب حل المعادلة (4.3) هو أسلوب عام بغض النظر عن شكل الكمون لذلك يمكن وضع سلسلة من الخطوات توصلنا إلى الحلول . لنفترض أننا نتعامل مع كمون معين $V(x)$ ونرغب في الحصول على التابع الموجي $\psi(x)$ والطاقة E . وهو مثال عام لنوع من المعادلات تدعى معادلة القيم الذاتية ، سنجد أن حل هذه المعادلة ممكن من أجل قيم معينة للطاقة E تدعى قيم الطاقة الذاتية أو طيف الطاقة .

١ - نبدأ بكتابة المعادلة (4.3) مع الكمون المفترض $V(x)$. وقد نضطر لكتابة معادلات مختلفة للمجالات المختلفة من الفضاء .

٢ - نبحث عن حل رياضي $\psi(x)$ للمعادلة التفاضلية باستخدام أسلوب رياضي ملائم .

٣ – نطبق الشروط الحدية ونختار الحلول الملائمة مع تعيين ثوابتها وغالباً ما تحدد هذه الشروط القيم الذاتية للطاقة .

٤ – نطبق شروط الاستمرار للتابع ψ ومشتقه $\frac{d\psi}{dx}$ عند حدود المناطق المختلفة .

٥ – نحسب جميع الثوابت غير المعينة مثل الثابت A في العلاقة (4.2) .

سننظر الآن إلى مثال من الفيزياء التقليدية يتطلب أسلوب الحل نفسه الذي يُتبع في مسائل الفيزياء الكمومية النموذجية .

مثال (٤–١) :

أُلقيت كتلة m دون سرعة ابتدائية من ارتفاع H فوق حوض من الماء ، فأثرت فيها عندما دخلت في الماء دافعة أرخميدس بقوة B أكبر من وزنها . أوجد موضع وسرعة هذه الكتلة من لحظة رميها وحتى لحظة ظهوورها على سطح الماء ، مهملاً قوة لزوجة الماء .

الحـل :

سنختار جملة احداثيات بحيث يكون المحور الشاقولي منطبقاً على المحور oy، ومبدأ الاحداثيات منطبقاً على سطح الماء .

تخضع الكتلة التي تسقط سقوطاً حراً لتأثير قوة الثقالة الأرضية ، وباستخدام قانون نيوتن الثاني ضمن المجال I (فوق سطح الماء) نجد :

$$-\ mg = m\frac{d2y}{dt^2}$$

وبالتكامل نجد $v_1(t) = v_{01} - gt$ وكذلك $y_1(t) = y_{01} + v_{01}t - ½gt^2$ حيث y_{01} و v_{01} هما الارتفاع والسرعة في اللحظة $t = o$.

عندما تدخل الكتلة في المجال الثاني (ضمن الماء) تخضع للقوة $B - mg$ ويأخذ قانون نيوتن الثاني الشكل :

$$B - mg = \frac{d2y}{dt^2}$$

وبالتكامل نجد $v_2(t) = v_{02} + (\frac{B}{m} - g)t$ وكذلك $y_2(t) = y_{02} + v_{02t} + \frac{1}{2}(\frac{B}{m} - y)t^2$ وفي هذه الحلول أربعة ثوابت غير معينة هي y_{01} ، v_{01} ، y_{02} ، v_{02} .

نحسب الثابتين y_{01} و v_{01} بتطبيق الشرطين الابتدائيين أي عند اللحظة $t = o$

فنجد :

$y_{01} = H$ و $v_{01} = O$ ومنه :

$y_1(t) = H - ½ gt^2$ و $v_1(t) = - gt$

نطبق الآن الشروط الحدية عند سطح الماء فنفترض أن t_1 هي لحظة دخول الكتلة في الماء .

تتطلب الشروط الحدية استمرار قيم y و v عند السطح الفاصل بين الهواء والماء .

أي : $y_1(t_1) = y_2(t_1)$ و $v_1(t_1) = v_2(t_1)$

ينص الشرط الأول على عدم اختفاء الكتلة ، بينما ينص الشرط الثاني علـى تغير السرعة بصورة ناعمة (دون انقطاع) عنـد سـطح المـاء . ولتطبيـق الشـرطين يجب ايجاد t_1 ونحصل عليها في اللحظة التي يكون فيها $y_1 = o$ أي:

$$y_1(t_1) = H - \frac{1}{2} g t_1^2 = o \;\;\Rightarrow\;\; t_1 = \sqrt{\frac{2H}{g}}$$

ثم نحسب السرعة التي تخترق فيها الكتلة سطح الماء :

$$v_1(t_1) = -g t_1 = -\sqrt{2gH}$$

نطبق الشرطين الحديين فنجد :

$$y_2(t_1) = y_{02} + v_{02}\sqrt{\frac{2H}{g}} + \frac{1}{2}(\frac{B}{m} - g)\frac{2H}{g} = o$$

$$v_2(t_1) = v_{02} + (\frac{B}{m} - g)\sqrt{\frac{2H}{g}} = -\sqrt{2gH}$$

بحل هاتين المعادلتين نجد :

$$y_{02} = H(1 + \frac{B}{mg}) \qquad , \qquad v_{02} = -\frac{B}{m}\sqrt{\frac{2H}{g}}$$

ويكون الحل في المجال الثاني :

$$v_2(t) = -\frac{B}{m}\sqrt{\frac{2H}{g}} + (\frac{B}{m} - g)t$$

$$y_2(t) = H + \frac{HB}{mg} - \frac{B}{m}\sqrt{\frac{2H}{g}}\,t + \frac{1}{2}(\frac{B}{m} - g)t^2$$

تعطي معادلات y_1 و v_1 و y_2 و v_2 سلوك الكتلة من اللحظة الابتدائية $t = o$ وحتى ظهورها على سطح الماء .

نستطيع استخدام هذه النتائج لحساب مميزات أخرى للحركة ، فنحسب مثلاً العمق الأعظمي الذي تصله الكتلة وهذا يحدث من أجل $v_2 = o$ فإذا رمزنا بـ t_2 لزمن وصول الكتلة إلى العمق الأعظمي نجد :

$$v_2(t_2) = -\frac{B}{m}\sqrt{\frac{2H}{g}} + (\frac{B}{m} - g) = O \quad \Rightarrow \quad t_2 = \frac{B}{B - mg}\sqrt{\frac{2H}{g}}$$

ويكون العمق الأعظمي D مساوياً y_2 في اللحظة t_2 أي :

$$D = y_2(t_2) = H + \frac{HB}{mg} - \frac{B}{m} - \sqrt{\frac{2H}{g}} \quad t_2 \quad + \frac{1}{2}(\frac{B}{m}g) \quad t_2^2$$

$$D = \frac{-\ mgH}{B - mg}$$

وبايجاز نقول لقد استخدمنا في هذا المثال معادلات الحركة وتوصلنا إلى حل ثم عيّنا ثوابت الحل بتطبيق الشروط الابتدائية والشروط الحدية ، كما استخدمنا الحل الناتج في حساب مظاهر السلوك الذي ستسلكه الكتلة في المستقبل (العمق الأعظمي) . ويطبق هذا الأسلوب الأساسي نفسه في مسائل الفيزياء الكمومية . ويمكن تلخيص هذا الأسلوب ومقارنته في الحالتين الكمومية والتقليدية كما يلي ، حيث وضعنا المقادير التي تمثل الحالة الكمومية بين قوسين :

عندما يتحرك جسيم ما عبر حدود تفصل بين منطقتين يخضع فيهما إلى قوى (كمونات) مختلفة ، نستطيع معرفة السلوك الذي سيتبعه هذا الجسيم بحل قانون نيوتن الثاني (معادلة شرودينغر) . يكون الانزياح (التابع الموجي) مستمراً دوماً عبر الحدود ، كما تكون السرعة (المشتق $\frac{d\psi}{dx}$ مستمرة مادامت القوة (تغير الكمون) محدودة .

وكما هو الحال في الفيزياء التقليدية ، فإن كل مسألة تتطلب أسلوباً رياضياً مختلفاً خاصاً بها . لذلك لا نستطيع وضع أسلوب عام . وتقترح الخطوات التي أوردناها في هذه الفقرة اتجاهاً عاماً للبحث عن الحلول . وأفضل طريقة بتعلم الأساليب المختلفة هي دراسة الأمثلة التي سنوردها في هذا الفصل .

لم يكتمل أسلوب شرودينغر بعد ، إذ ناقشنا حتى الآن الأسلوب الرياضي في النوصل إلى الحل ψ (x) ولم نتعرض إلى تفسير الحل وتطبيقاته على الحالات الفيزيائية . وسنقوم بذبك في الفقرة التالية .

٤-٣- الاحتمالات والتنظيم :

ترتبط الخطوات المتبقية في أسلوب شرودينغر بالتفسير الفيزيائي لحل المعادلة التفاضلية ، فمعنى التابع الموجي غير واضح على الاطلاق ، ولقد سببت هذه المسألة مناقشات طويلة في أدبيات الفيزياء خلال العقود الخمسة الماضية . يمثل التابع ψ (x) موجة بالمعنى المألوف من حيث طول الموجة المعرّف بدقة وسرعة الطور المحددة ، وتبدأ المتهاهة عندما نحاول تفسير سعة هذه الموجة . ماذا تمثل سعة ψ (x) ؟ وما هو المتحول الفيزيائي الذي يتموج ؟ فهو ليس الإزاحة حتماً كما هي الحال في الأمواج المائية والأمواج المنتشرة على وتر مشدود . وليس موجة ضغط كما هو الحال في الصوت. فهو موجة من نوع مختلف جداً يعطي مربع سعتها

احتمال وجود الالكترون أو الجسيم عند نقطة معينة من الفضاء . وبتعبير أدق تعطي العلاقة $|\psi|^2 dx$ احتمال وجود الجسيم ضمن المجال الضيق dx بجوار النقطة x، ولا يكون التمييز بين ايجاد الجسيم عند النقطة x وايجاده ضمن المجال dx بجوار النقطة x مهماً في المسائل وحيدة البعد ، ولكن عندما نتعامل مع مسائل ذات بعدين أو ثلاثة يظهر الفرق واضحاً . ويمكننا الآن أن ننظر إلى هذه القاعدة انطلاقاً من انعدام الأبعاد الفيزيائية للنقطة الهندسية في الفضاء ، فيكون احتمال ايجاد الجسيم عند نقطة معينة في الفضاء معدوماً ، ويوجد حتماً احتمال غير معدوم لايجاد الجسيم ضمن المجال dx . إذا عرفّنا التابع $P(x)$ بأنه كثافة الاحتمال (الاحتمال من أجل واحدة الطول في المسائل وحيدة البعد) ، عندها يكون تفسير التابع $\psi(x)$ وفقاً لأسلوب شرودينغر كما يلي :

$$P(x)\,dx = |\psi(x)|^2\,dx \qquad (4.4)$$

يساعدنا تفسير $|\psi|^2$ على فهم شرط استمرار ψ ، إذ يجب ألا نسمح للاحتمال أن يتغير بصورة متقطعة ، بل بصورة بطيئة مستمرة . يمكننا الآن ، بعد أن أعطينا للتابع $\psi(x)$ تفسيراً مرتبطاً بالاحتمال ، أن ننهي أسلوب شرودينغر ونوضح كيفية استخدام التابع الموجي في حساب المقادير التي نستطيع قياسها في المختبر . الخطوات (١) حتى (٥) موجودة في الفقرة السابقة .

٦ - إن احتمال وجود الجسيم بين النقطة x_1 والنقطة x_2 يساوي مجموع كل الاحتمالات $P(x)\,dx$ ضمن المجالات الصغيرة dx بين x_1 و x_2 وهذا يعني التكامل :

$$\int_{x_1}^{x_2} p(x)\,dx = \int_{x_1}^{x_2} |\psi(x)|^2\,dx \qquad (4.5)$$

وكمتمم لهذه القاعدة يجب أن يمون احتمال وجود الجسيم في مكان ما ضمن كل الفضاء مساوياً الواحد أي :

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\psi(x)|^2 dx = 1 \qquad (4.6)$$

تدعى العلاقة (4.6) بشرط التنظيم وتساعدنا على ايجاد الثابت A الذي ناقشناه في الخطوة (٥) . ولا يأتي الثابت A من حل المعادلة التفاضلية فلطالما بقيت معادلة شرودينغر خطية فإن جداء أي ثابت بالحل $\psi(x)$ هو حل للمعادلة أيضاً .

ونقول عن التابع الموجي الذي حُدّد ثابته باستخدام شرط التنظيم (4.6) إنه منظّم وإلا فهو غير منظّم . وتستعمل التوابع الموجية المنظمة فقط في الحسابات الفيزيائية ذات المعنى . فإذا تم التنظيم بصورة صحيحة فتكون نتيجة التكامل (4.5) دوماً بين الصفر والواحد .

٧ - يجب أن نهمل كل حل لمعادلة شرودينغر يكون فيه $|\psi|^2$ لانهائياً . فلا يوجد أي احتمال لانهائي لوجود الجسيم عند نقطة معينة . ونهمل هذه الحلول بجعل الثابت المضروب بها معدوماً . فإذا كان حل معادلة شرودينغر من الشكل $\psi(x) = Ae^{kx} + Be^{-kx}$ ضمن كامل المجال $x > o$ مثلاً ، عندها يجب أن نضع $A = o$ كي يكون الحل فيزيائياً .

٨ - بماأننا لا نستطيع التحدث عن موضع الجسيم دون ارتياب ، فإننا لا نستطيع ضمان نتيجة قياس وحيد لأي مقدار مرتبط بموضع الجسيم ، ولكننا نستطيع حساب الاحتمال المرتبط بأي احداثي وبالتالي حسب الناتج المحتمل لأي قياس وحيد وبتعبير آخر حساب متوسط نتائج عدد كبير من القياسات . لنفترض مثلاً أننا نرغب في ايجاد متوسط موضع جسيم بقياس الاحداثي x . فبإجراء عدد

كبير من القياسات نحصل على القيمة x_1 ، n_1 مرة والقيمة x_2 ، n_2 مرة وهكذا نحسب القيمة المتوسطة بالعلاقة :

$$x_{av} = \frac{n_1 x_1 + n_2 x_2 + \ \ldots\ldots}{n_1 + n_2 + \ \ldots\ldots} \qquad (4.7)$$

أو :

$$x_{av} = \frac{\sum n_i x_i}{\sum n_i} \qquad (4.8)$$

فإذا عرفنا احتمال وجود الجسيم عند كل نقطة x_i عندها ترتبط n_i بـ $P(x_i)$ ويتحول المجموع إلى تكامل فنجد :

$$x_{av} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} x p(x) dx}{\int_{-\infty}^{\infty} p(x) dx} \qquad (4.9)$$

ومنه :

$$x_{av} = \int_{-\infty}^{\infty} |\psi|^2 \, x dx \qquad (4.10)$$

وذلك بفرض أن التابع الموجي $\psi(x)$ منظّم :

وبالمثل يعطى متوسط قيمة أي تابع لـ x بالعلاقة :

$$[F(x)]_{av} = \int_{-\infty}^{\infty} |\psi|^2 F(x) dx \qquad (4.11)$$

تدعى القيم المحسوبة بالعلاقتين (4.10) و (4.11) بالقيم المتوقعة .

٤-٤- تطبيقات :

الجسيم الحر :

هو جسيم لا يخضع لأي قوة في أي مجال من الفضاء أي $F = o$ وبالتالي : ثابت = $V(x)$ من أجل جميع قيم x ونستطيع جعل هذا الثابت مساوياً الصفر لأن الكمون يتعين دوماً مع ثابت اختياري هو ثابت التكامل $F = -\frac{dv}{dx}$ في المسائل وحيدة البعد سنطبق أسلوب شرودينغر منطلقين من المعادلة (4.3) ووضع الكمون الملائم $V(x) = o$.

فنجد :

$$\frac{-\hbar^2}{2m}\frac{d2\psi}{dx^2} = E\psi \qquad (4.12)$$

أو

$$\frac{d2\psi}{dx^2} = -K^2\psi \qquad (4.13)$$

حيث

$$K^2 = \frac{2mE}{\hbar^2} \qquad (4.14)$$

إن المعادلة (4.13) مألوفة وحلّها هو :

$$\psi(x) = A\sin Kx + B\sin Kx \qquad (4.15)$$

وتحسب القيم المسموحة للطاقة من العلاقة (4.14) أي:

$$E = \frac{\hbar^2 K^2}{2m} \qquad (4.16)$$

بما أن الحل لا يضع قيوداً على قيم K فيمكن للطاقة أن تأخذ أي قيمة (وبلغة الفيزياء الكمومية نقول إن الطاقة غير مكممة) . ونلاحظ أن العلاقة (4.16) ما هي إلا الطاقة الحركية للجسيم باندفاع قدره $P = \hbar K$ أو $P = h/\lambda$ ، وانطلاقاً من المناقشة في الفقرة (٤-١) فهي نتيجة متوقعة لأننا بنينا معادلة شرودينغر لتعطي حلاً للجسيم موافقاً لموجة دوبروية واحدة .

إن محاولة ايجاد الثوابت A و B تتعثر بصعوبة إجراء التكامل (4.6) من $-\infty$ إلى $+\infty$ لمثل هذا التابع الموجي (نتغلب على هذه الصعوبة عندما نصنع تراكباً خطياً من عدة توابع جيبية لتشكيل رزمة موجية كما فعلنا في الفقرة (٣-٤) .

الجسيم ضمن صندوق وحيد البعد :

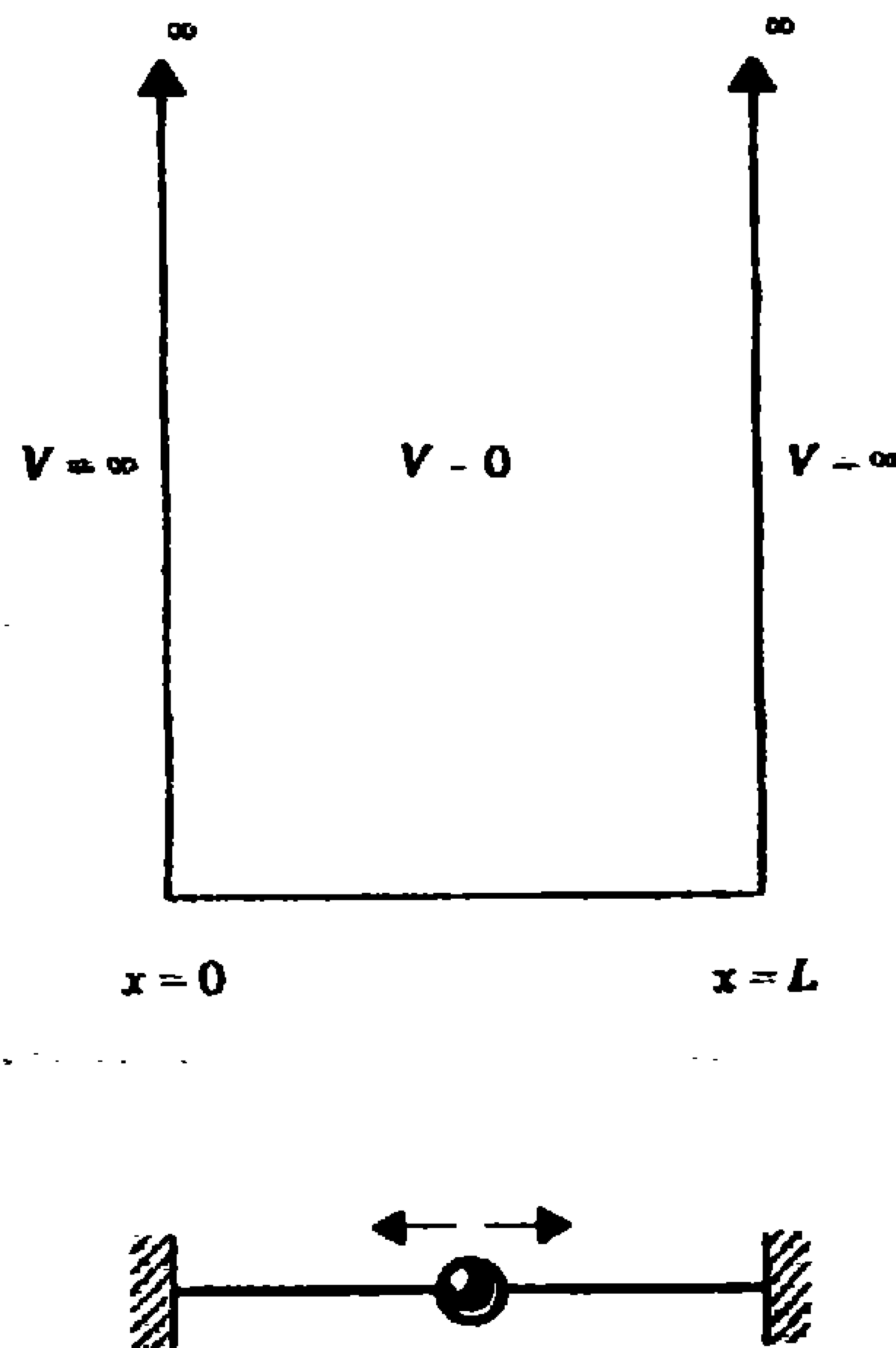
سنهتم في هذه الحالة بجسيم يتحرك بحرية ضمن صندوق وحيد البعدطوله L، فالجسيم محبوس كلياً ضمن الصندوق (مثل خرزة تتزحلق دون احتكاك على

سلك مشدود بين جدارين صلبين صانعة معهما اصطدامات تامة المرونة) يمكننا التعبير عن هذا الكمون كما يلي :

$$V(x) = o \qquad o \leq x \leq L \quad (4.17)$$

$$V(x) = \infty \qquad x < o \text{ و } x > L$$

يبين الشكل (٤-١) هذا الكمون الذي يدعى أحياناً بالبئر المربع اللانهائي.



الشكل (٤-١)

جسيم يتحرك بحرية ضمن مجال وحيد البعد $o \leq x \leq L$ ويحظر عليه التواجد في المجالين $x < o$ و $x > L$

وبالطبع لدينا مطلق الحرية في اختيار أي قيمة ثابتة للكمون ضمن المجال $o \leq x \leq L$ لذلك سنختار قيمة الصفر .

سنطبق الآن أسلوب شرودينغر على المجالين داخل الصندوق وخارجه بشكل منفصل، فيمكن دراسة المجال خارج الصندوق بإحدى الطريقتين ، فإذا فحصنا المعادلة (4.3) من أجل المجال خارج الصندوق نجد أن الحالة الوحيدة التي تجعل المعادلة ذات معنى عندما $V \to \infty$ هي جعل $\psi = o$ بحيث يصبح المقدار $1/\psi$ لانهائياً، أو نستطيع العودة إلى صيغة المسألة فإذا كانت الجدران تامة الصلابة فهذا يعني بقاء الجسيم دوماً ضمن الصندوق ويكون احتمال وجوده في أي مكان آخر . ولكي نجعل الاحتمال معدوماً في كل مكان خارج الصندوق ، فيجب أن يكون $\psi = o$ خارج الصندوق أي :

$$\psi = o \qquad x < o \qquad \text{و} \qquad x > L \qquad (4.18)$$

أما داخل الصندوق فتكون المعادلة مماثلة للمعادلة (4.12) ولها الحل نفسه أيضاً أي :

$$\psi (x) = A \sin Kx + B \cos Kx \qquad o \leq x \leq L \qquad (4.19)$$

ويجب علينا تعيين الثابتين A و B وكذلك تحديد قيم الطاقة الممكنة E ، ولكي نفعل ذلك نطبق شرط استمرار التابع $\psi (x)$ عند الحدود في هذه الحالة يجب أن يتساوى الحلان في المجالين $x < o$ و $x > o$ عند النقطة $x = o$ وبالمثل يجب أن يتساوى الحلان في المجالين $x < L$ و $x > L$ عند النقطة $x = L$.

سنبدأ بالنقطة $x = o$ ، لدينا $\psi = o$ من أجل $x < o$ والحل (4.19) من أجل $x > o$ لذلك نكتب :

$$\psi\ (o) = A \sin o + B \cos o = o$$

$$B = o \qquad (4.21)$$

أما عند النقطة $x = L$ فلدينا $\psi = o$ من أجل $x > L$ والحل (4.19) من أجل $x < L$ فنكتب :

$$\psi\ (L) = A \sin KL + B \cos KL = o \qquad (4.22)$$

وبما أن $B = o$ فيجب أن يكون $A \sin KL = o$ فإما $A = o$ وهذا يعني أن $\psi = o$ في كل مكان ومنه $|\psi|^2 = o$ ولا وجود للجسيم في أي مكان وهو حلٌ مرفوض أو :

$$\sin KL = o \qquad (4.23)$$

ويصح هذا من أجل $KL = \pi, 2\pi, 3\pi, ...$ أي :

$$KL = n\,\pi \qquad n = 1,2,3, ... \qquad (4.24)$$

وبما أن $K = \frac{2\pi}{\lambda}$ يكون $\lambda = \frac{2L}{n}$ وهي نتيجة مماثلة لما نجده في حالة الأمواج المستقرة على وتر مشدود مثبت الطرفين طوله L . أي أن حل معادلة شرودينغر للجسيم المحبوس ضمن مجال خطي طوله L هو مجموعة من أمواج

دوبروي المستقرة . ولا يسمح لجميع الأطوال الموجية بل بعض القيم المعينة بالعلاقة (4.24) .

وباستخدام العلاقة (4.20) مع العلاقة (4.24) التي تحدد قيم K المسموحة نصل إلى قيم الطاقة الممكنة :

$$E = \frac{\hbar^2 K^2}{2m} = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2mL^2} n^2 \qquad (4.25)$$

أي أن الطاقة في هذه الحالة مكممة . سنفترض للتبسيط أن $E_o = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2mL^2}$ هي حبة الطاقة وتتحدد بكتلة الجسيم وطول الصندوق وتكون $E = n^2 E_o$ ويمكن للجسيم أن يتوواجد بطاقات تساوي E_o ، $4\ E_o$ ، $9\ E_o$ ، $16\ E_o$ ، وهكذا وليس إطلاقاً بطاقة تساوي $3\ E_o$ أو $6.2\ E_o$ مثلاً . وبما أن الطاقة في هذه الحالة هي طاقة حركية فقط فإن هذه النتيجة تعني قيماً معينة للسرعة وليس أية قيمة . وهذا أمر مختلف كلياً عما اعتدنا عليه في الفيزياء التقليدية إذ تستطيع الخرزة أن تنزلق بدون احتكاك على طول السلك وتصطدم اصطدامات مرنة بالجدارين مهما كانت السرعة الابتدائية التي نعطيها للخرزة ، وتبقى متحركة إلى الأبد جيئة وذهاباً بالسرعة الابتدائية نفسها . وهذا غير ممكن في الفيزياء الكمومية إذ توجد سرع ابتدائية معينة تنتج حالات مستمرة من الحركة وتدعى مثل هذه الظروف الخاصة بالحالات المستقرة بسبب عدم ارتباطها بالزمن . فإذا كان للجسيم طاقة ابتدائية تساوي $6.2\ E_o$ مثلاً فيجب أن تخسر $2.2\ E_o$ أو $5.2\ E_o$ قبل أن تستقر ضمن حالة مستقرة طاقتها $4\ E_o$ أو E_o .

لم يكتمل الحل بعد إذ بقي علينا تعيين قيمة الثابت A ويتم هذا الأمر باستخدام شرط التنظيم $\int_{-\infty}^{\infty}\psi^2 dx = 1$ وبما أن $\psi = o$ باستثناء المجال $o \le x \le L$ ، يتلاشى التكامل خارج المجال ويبقى لدينا :

$$\int_{o}^{L} A^2 \sin^2(\frac{n\pi}{L}x)dx = 1 \qquad (4.26)$$

بتنفيذ هذا التكامل نجد $A = \sqrt{\frac{2}{L}}$ ويكون الحل الكامل ضمن المجال $o \le x \le L$ من الشكل :

$$n = 1,2,3, \ \ldots \qquad \psi(x) = \sqrt{\frac{2}{L}} \ \sin \ (\frac{n\pi}{L}x) \qquad (4.27)$$

ويُظهر الشكل (٤-٢) سويات الطاقة المسموحة والتوابع الموجية وكثافة الاحتمال ψ^2 من أجل بعض الحالات المنخفضة . تدعى أخفض حالة ، وهي تقابل $n = 1$ ، بالحالة الأساسية وتدعى الحالات الأخرى ، المقابلة $n > 1$ ، بالحالات المثارة .

سنحاول الآن تفسير نتائج حساباتنا ، لنفترض أننا وضعنا بحذر جسيماً طاقته E_o ضمن المجال المدروس وحاولنا تحديد موضعه ، فبعد تكرار مثل هذا القياس عدداً كبيراً من المرات يجب أن نتوقع توزع نتائجنا بشكل مشابه للتوزع ψ^2 المقابل للحالة $n = 1$ أي يكون الاحتمال أعظمياً عند النقطة $x = L/2$ ويتناقص مع ابتعادنا عن المنتصف حيث يتلاشى عند الطرفين .

(أما الاحتمال المحسوب وفق الفيزياء التقليدية فيكون ثابتاً في جميع المواضع ضمن الصندوق) . لنفترض أننا نكرر القياس مع جسيم طاقته $4\ E_0$ فسنجد أن نتائج القياس لموضع الجسيم ستتوزع وفقاً لـ ψ^2 المقابل للحالة $n = 2$ ، فالاحتمال أعظمي عند النقطتين $x = L/4$ و $x = 3L/4$ ، ومعدوم عند النقطة $x = L/2$. فيجب على الجسيم أن يتحرك بشكل يتواجد فيه بكثرة في الموضعين $x=3L/4$ و $x=3L/4$، ولا يتواجد عند النقطة $x = L/2$. وهنا نجد توضيحاً بيانياً للفرق بين الفيزياء التقليدية والفيزياء الكمومية فكيف يتحرك الجسيم من الموضع $x = L/4$ إلى الموضع $x = 3L/4$ دون المرور بالوضع $x = L/2$ ؟

تأتي صعوبة الإجابة عن هذا السؤال من رغبتنا في التفكير من منطلق الجسيم، بينما تتطلب الفيزياء الكمومية منا أن نفكر من منطلق الأمواج . يكون للمدروج الأول في اهتزاز وتر طوله L عقدة في المركز وتتحرك المعلومات من اليسار نحو اليمين ومن اليمين نحو اليسار من خلال المركز دون أن تتحرك نقطة المنتصف ، فعندما نتحدث عن موضع فإننا نقصد الجسيم أما عندما نتحدث عن حركة من الموضع $L/4$ إلى الموضع $3L/4$ فنحن نتعامل مع أمواج .

سنوضح الآن في المثالين التاليين كيفية حساب الاحتمال ومتوسطات القيم.

مثال (٤-٢) :

حُبس الكترون ضمن مجال وحيد البعد طوله 1.0×10^{-10} m (قطر الذرة). آ) ما هي الطاقة التي يجب أن نقدمها لإثارة الالكترون من الحالة الأساسية إلى الحالة المثارة الأولى ؟ ب) ما هو احتمال وجود الالكترون في المجال الواقع بين 0.090×10^{-10} m و 0.110×10^{-10} m وهو في حالته الأساسية؟ جـ) ما هو

احتمال وجود الالكترون في المجال الواقع بين O و 0.250×10^{-10} m وهـو في حالتـه المثارة الأولى ؟

الحـل :

$$آ)\quad E_o = \frac{\hbar^2\pi^2}{2mL^2} = \frac{1.05\times10^{-34}\times3.14^2}{2\times9.11\times10^{-31}\times10^{-20}} = 6.0\times10^{-18} J = 37 \quad ev$$

إن طاقة الالكترون في الحالة الأساسية (n = 1) تساوي E_o وفي حالتـه المثـارة الأولى (n = 2) $4 E_o$ لذلك يجب أن نقدم له طاقة تساوي $4 E_o - E_v = 3 E_o$ أي 111 ev لنقله إلى الحالة المثارة الأولى من الحالة الأساسية .

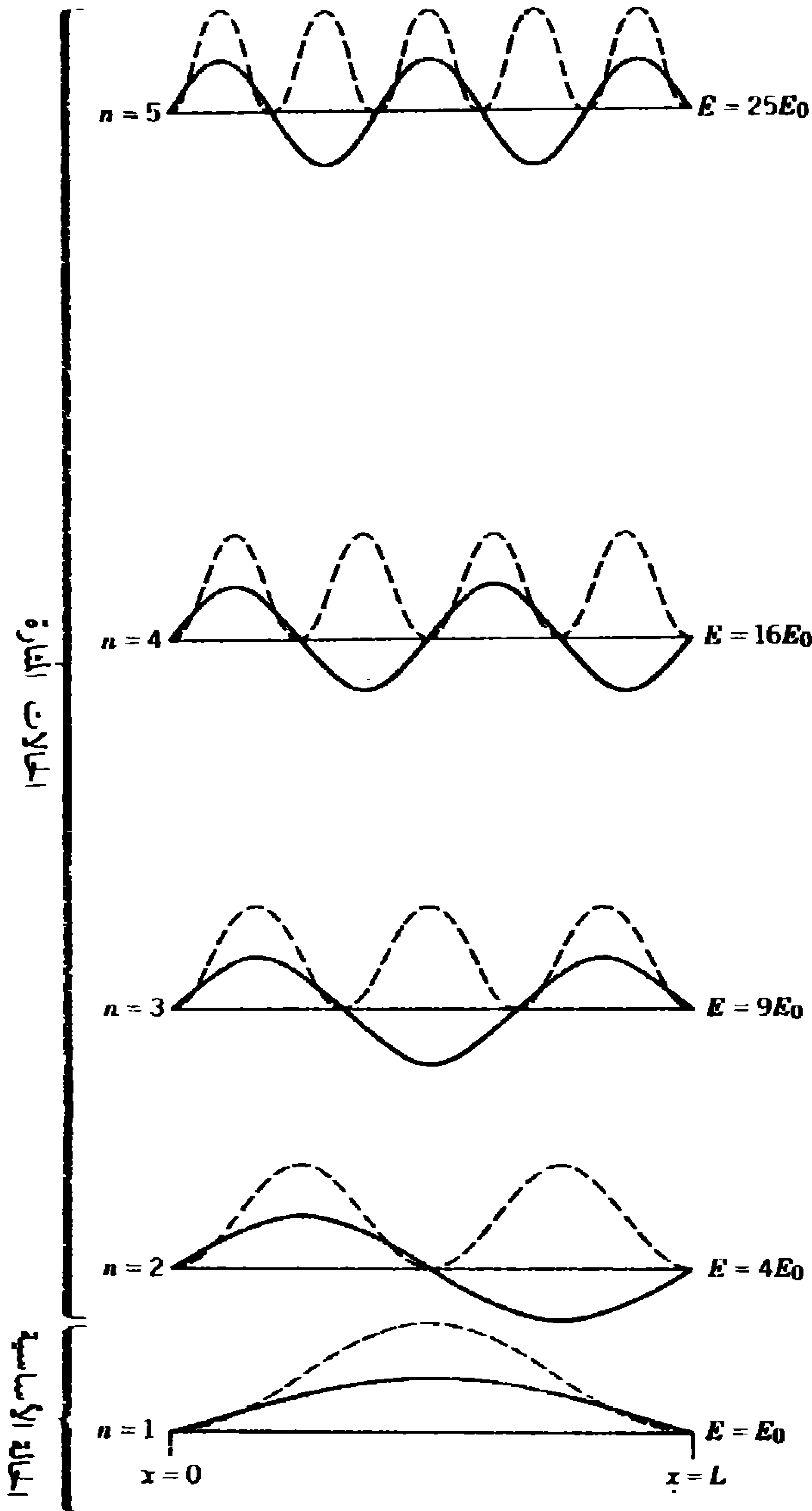
$$ب)\ الاحتمال = \int_{x_1}^{x_2}\psi^2 dx = \frac{2}{L}\int_{x_1}^{x_2}\sin^2(\frac{\pi}{L}x)dx = (\frac{x}{L} - \frac{1}{2\pi}\sin\frac{2\pi}{L}x)]_{x_1}^{x_2}$$

$$= 0.0038 = 0.38\%$$

$$ج)\ الاحتمال = \int_{x_1}^{x_2}\psi^2 dx = \frac{2}{L}\int_{x^1}^{x^2}\sin^2(\frac{2\pi}{L})dx = (\frac{x}{L} - \frac{1}{4\pi}\sin\frac{4\pi}{L}x)]_{x_1}^{x_2}$$

$$= 0.25$$

وهي نتيجة متوقعة من النظر إلى منحني ψ^2 للحالة n = 2 في الشـكل (٤-٢) إذ تمثل المسافة (من الصفر وحتـى L/4) . 25% مـن كـامل السـطح تحـت المنحـني ψ^2 .



الشكل (٤-٢)

سويات الطاقة المسموحة في بئر مربعه لانهائية وحيدة البعد

تُظهر المنحنيات المستمرة التوابع الموجية الممثلة للحالات المختلفة أما الجزء المظلل

فيمثل كثافة الاحتمال في كل سوية

مثال (٤-٣) :

أثبت أن متوسط متحول الموضع x هو L/2 مهما كانت الحالة الكمومية .

الحـل :

سنستخدم العلاقة (4.10) ،فبما أن $\psi = o$ باستثناء المجـال $o \le x \le L$ نـأخذ الصفر و L كحدود للتكامل فنجد :

$$x_{av} = \frac{2}{L}\int_{o}^{L} \sin^{2}\frac{n\pi x}{L} dx$$

نكامل فنجد :

$$x_{av} = \frac{L}{2}$$

وهي نتيجة لا ترتبط بالعدد n وهذا يعني أن قياس متوسط الموضـع للجسـيم لا يعطي أي معلومات عن حالته الكمومية .

٤-٥- الهزّاز التوافقي البسيط :

هو مثال رياضي يمكن معالجته بسهولة مستخدمين معادلة شرودينغر وحيـدة البعد ، فمن وجهة نظرٍ تقليدية يمكن النظر إليـه كتلتـه m معلقـة بنـابض مرونتـه K وبالتالي فهي خاضعة لقوة ارجاع قدرهـا F = KX حيـث X هـو البعـد عـن وضـع التوازن .

يمكن دراسة مثل هذا الهزاز باستخدام قانون نيوتن فنجد أن له تواتراً يساوي $\omega_o = \sqrt{\frac{K}{m}}$ دوراً يساوي $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}}$. ويأخذ طاقته الحركية العظمى عند الموضع $x = o$ وتتلاشى الطاقة الحركية عند نقطتي الانعطاف $x = \mp A_o$ حيث A_o هي السعة العظمى للحركة . يصل الهزاز إلى حالة السكون عند نقطة الانعطاف ثم يعكس اتجاه حركته . وتبقى الحركة محصورة ضمن المجال $A_o \le x \le A_o$ - لماذا تريد تحليل مثل هذه الجملة باستخدام الميكانيك الموجي ؟ فبرغم عدم وجود مثال في الطبيعة على شكل هزاز توافقي وحيد البعد ، إلا أن هناك جملاً تسلك مثل سلوكه تقريباً كالجزيئة الثنائية المهتزة . كما أن الجملة الموجودة في كمونها الأدنى تسلك سلوك الهزاز التوافقي البسيط . ترتبط القوة $F = KX$ بالكمون $V = \frac{1}{2} KX^2$ وبالتالي تأخذ معادلة شرودينغر الشكل :

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d2\psi}{dx^2}+\frac{1}{2}KX^2\psi = E\psi \qquad (4.28)$$

وهي معادلة صعبة الحل لذلك سنحاول أن نخمّن بعض حلولها . فالحل المطلوب يتناهى إلى الصفر عندما $x \to \mp\infty$ أما حلول المعادلة (4.28) فلها تابع أسي للمقدار X^2 . لذلك سنبحث عن حل من الشكل $\psi = Ae^{-x^2}$ ويتحدد قيم الثابتين A و a بتعويض الحل المفترض في المعادلة (4.28) لذلك نبدأ بحساب $\frac{d2\psi}{dx^2}$ فنجد :

$$\frac{d\psi}{dx} = -2ax(Ae^{-ax^2})$$

$$\frac{d2\psi}{dx^2} = -2a(Ae^{-ax^2}) - 2ax(Ae^{-ax^2}) \quad (-2ax)$$

بتعويض كل من ψ (x) و $\frac{d2\psi}{dx^2}$ في المعادلة (4.28) نجد :

(4.29)

$$-\frac{\hbar^2}{2m}(-2aAe^{-ax^2}+4a^2x^2Ae^{-ax^2})+\frac{1}{2}Kx^2(Ae^{-ax^2})=EAe^{-ax^2}$$

وباختصار العامل المشترك Ae^{-ax^2} نجد :

$$\frac{\hbar^2 a}{m}-\frac{2a^2\hbar^2}{m}x^2+\frac{1}{2}KX^2-E=O \qquad (4.30)$$

نريد أن تتحقق هذه المعادلة مهما كانت قيم x وهذا يتم إذا جعلنا أمثال جميع قوى x معدومة أي :

$$-\frac{2a^2\hbar^2}{m}+\frac{1}{2}K=O \qquad (4.31)$$

و

$$\frac{\hbar^2 a}{m}=E \qquad (4.32)$$

وتؤديان إلى :

$$a=\frac{\sqrt{Km}}{2\hbar} \qquad (4.33)$$

و

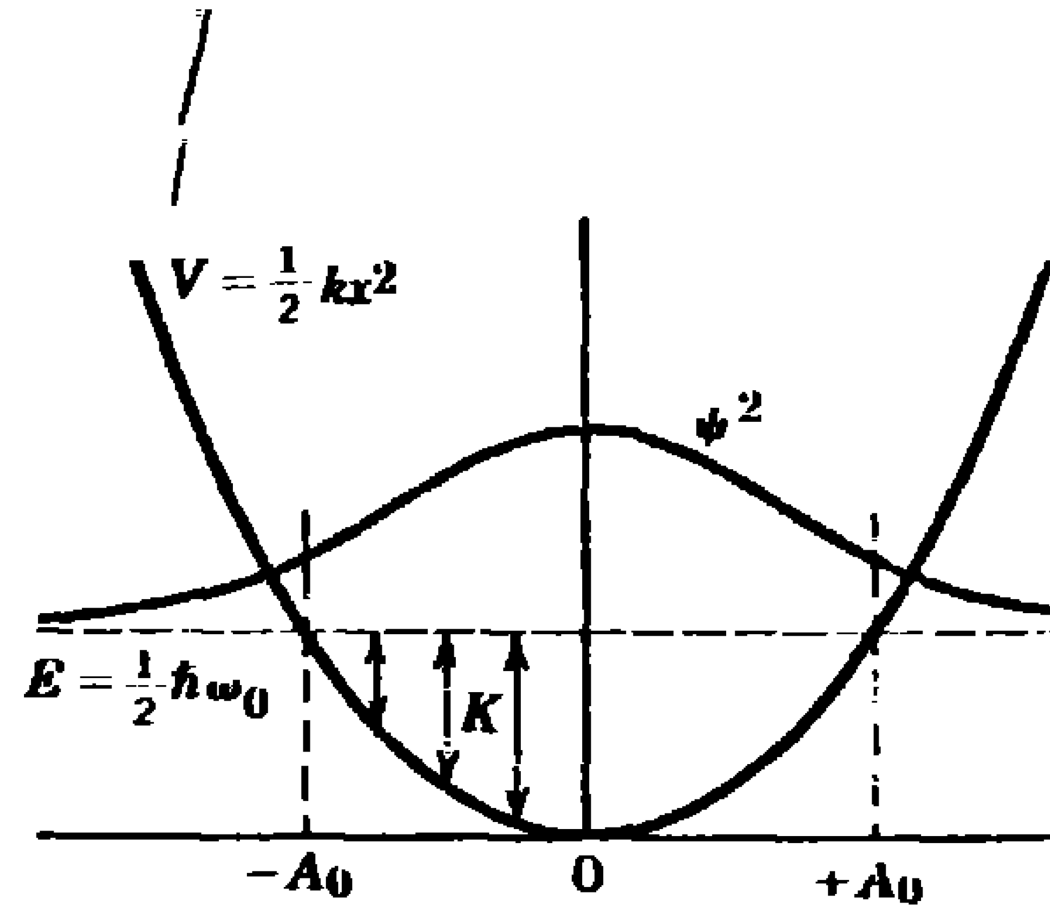
$$E=\frac{1}{2}\hbar\sqrt{\frac{K}{m}} \qquad (4.34)$$

ويمكننا أيضاً كتابة الطاقة بدلالة التواتر التقليدي $\omega_0 = \sqrt{K/m}$ أي :

$$E = \frac{1}{2}\hbar\omega_o \qquad (4.35)$$

أما الثابت A فيتعين باستخدام شرط التنظيم .

يبين الشكل (٤-٣) الحل الذي توصلنا إليه ، وأهم ما فيه هو عدم تلاشي الاحتمال لوجود الجسيم خلف الحدود التقليدية أي عند نقاط الانعطاف $X = \mp A_o$ فالطاقة الكلية E مصانة ويكون الكمون خلف النقطتين $X = \mp A_o$ أكبر من الطاقة الكلية وبالتالي تكون الطاقة الحركية سالبة . وهذا مستحيل في النهج التقليدي لذلك لا يمكن للجسيمات التقليدية أن تتواجد عند النقاط $|X| > A_o$. أما الأمواج الكمومية فيمكنها النفوذ ضمن المجال الممنوع تقليدياً . ولسوف نتابع هذا الأمر عندما نناقش مسألة الحواجز في الفقرة القادمة .



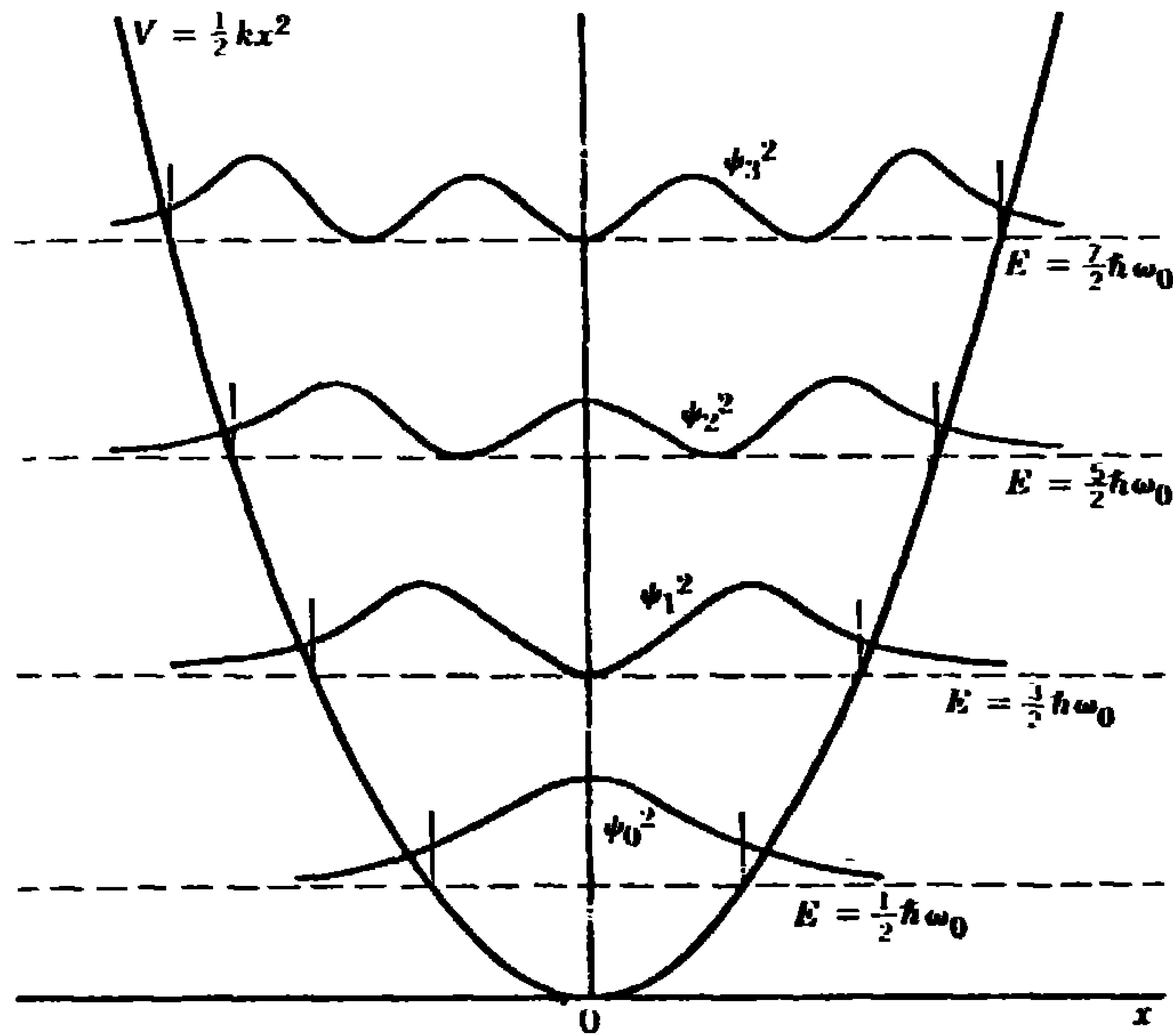
الشكل (٤-٣)

الحالة الأساسية لهزاز توافقي وحيد البعد . الطاقة الحركية K هي الفرق بين الطاقة الكلية E والطاقة الكامنة $V = \frac{1}{2} KX^2$. لا تسمح الفيزياء التقليدية للجسيم بالحركة خلف نقاط الانعطاف $X = \mp A_o$ لأن الطاقة الحركية سالبة في هذا المجال . أما كثافة الاحتمال ψ^2 فتمتد خلف نقاط الانعطاف التقليدية ، أي أن هناك احتمالاً لوجود الجسيم ضمن المجال المحظور تقليدياً

يقابل الحل الذي وجدناه الحالة الأساسية للهزاز ، أما الحل العام للمعادلة (4.28) فيأخذ الشكل $\psi(x) = A f_n(x) e^{-ax^2}$ حيث $f_n(x)$ كثير حدود أكبر قوة فيه هي x^n . والطاقات المقابلة لهذا الحل العام هي :

$$E_n = (n + \frac{1}{2}) \hbar \omega_0 \qquad (4.36)$$

حيث n عدد صحيح يأخذ القيم ....,o,1,2,3 ويبين الشكل (٤) سويات الطاقة مع كثافة الاحتمال الموافقة لها . وهي متباعدة بانتظام خلافاً لكما هو عليه الحال في مسألة الجسيم ضمن صندوق . تملك الحلول خاصة اختراق تابع كثافة الاحتمال للمجالات الممنوعة في الفيزياء التقليدية ، وتهتز كثافة الاحتمال كتابع جيبي بين نقاط الانعطاف وتتناقص ووفق العلاقة $e^{-2\alpha x^2}$ خلف نقاط الانعطاف .



الشكل (٤-٤)

بعض سويات الطاقة المنخفضة للهزاز التوافقي البسيط مع كثافة الاحتمال المقابلة لها

٤-٦- الارتباط بالزمن :

لم نناقش حتى الآن معادلة شرودينغر أو ارتباط حلولها بالزمن ، لـن نتعـرض لطريقة الحل بالتفصيل ولكننا سنذكر النتائج ، فانطلاقاً من الحل غير المرتبط بالزمن ψ (x) للمعادلة (4.3) المقابل للطاقة E ، يمكن ايجـاد التـابع الموجـي المرتبـط بـالزمن وفق ما يلي :

$$\psi\ (x,t) = \psi\ (x)\ e^{-i\omega t} \qquad (4.37)$$

حيث يعطى التواتر ω من علاقة دوبروي :

$$\omega = \frac{E}{\hbar} \qquad (4.38)$$

ولكي نرى كيفية الحصول علـى الموجـة بضـرب التـابع ψ (x,t) مـن العلاقـة (4.15) ويتم ذلك عن طريق إعادة كتابة العلاقة (4.15) بدلالة الأسس العقدية e^{iKx} و e^{-iKx} فتصبح من الشكل :

$$\psi\ (x) = A'e^{iKx} + B'e^{-iKx} \qquad (4.39)$$

ويمكن ايجاد الثوابت 'A و 'B من الثابتين A و B . ففي حالـة التـابع الموجـي المرتبط بالزمن لدينا :

$$\psi\ (x,t) = (A'e^{iKx} + B'e^{-iKx})\ e^{-i\omega t} \qquad (4.40)$$

$$= A'e^{i(Kx - \omega t)} + B'e^{-i(Kx + \omega t)}$$

يمثل الحد الأول تابعاً مثلثاتياً طوره ($Kx - \omega t$) فهو موجة تتحرك وفق الاتجاه الموجب للمحور x . أما شدة الموجة فتعطى بمربع الأمثال ، فللموجة المتحركة نحو اليمين شدة قدرها $|A'|^2$ ولتلك المتحركة نحو اليسار شدة قدرها $|B'|^2$.

٤-٧- العتبات والحواجز :

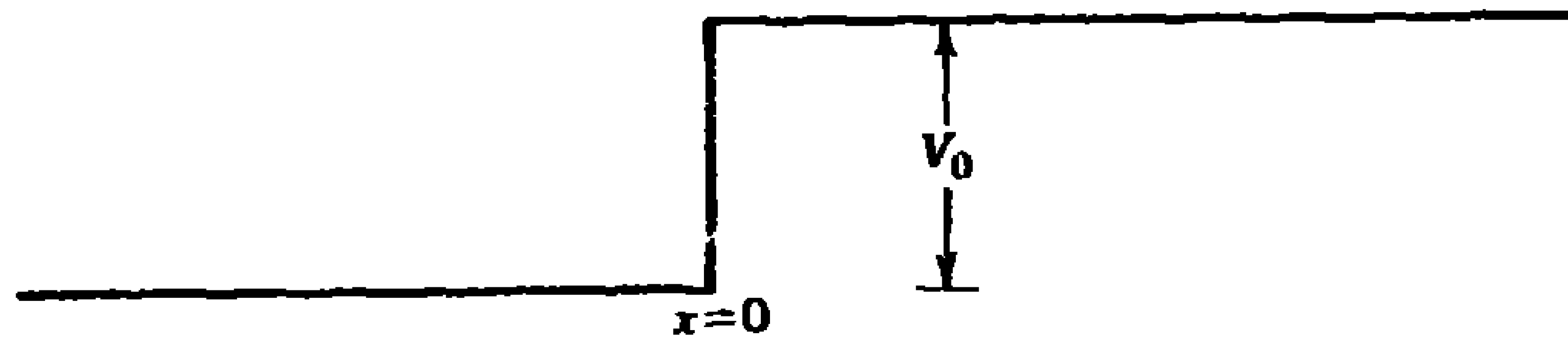
سندرس ، في هذا النوع من المسائل العامة ، ما يحدث عندما ينتقل جسيم متحرك ضمن مجال كمون ثابت ، بشكل مفاجىء ، إلى مجال كمون ثابت آخر مختلف عن الكمون الأول . إن طريقة حل جميع هذه المسائل متماثلة لذلك سنلخص الخطوات العامة لحلها ، سنفترض في هذه المناقشة أن طاقة الجسيم الكلية E ثابتة وأن قيمة الكمون الثابت هي v_o .

١ - عندما تكون E أكبر من v_o يأخذ حل معادلة شرودينغر الشكل التالي:

$$K = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2}(E - V_o)} \quad \text{حيث} \quad \psi(x) = A \sin Kx + B \cos Kx \qquad (4.41)$$

ونحصل على الثابتين A و B من شرطي الاستمرار والتنظيم .

لننظر مثلاً إلى كمون العتبة المبين في الشكل (٤-٥) فإذا كانت الطاقة الكلية E أكبر من v_o نكتب حلي معادلة شرودينغر في المجالين كما يلي :



الشكل (٤-٥)

عتبة ارتفاعها V_0

$$V(x) = o \qquad x < o$$

$$= Vo \qquad x \geq o$$

$$\psi_o(x) = A \sin K_o x + B \cos K_o x \; x \qquad < o$$

$$K_o = \sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}} \qquad (4.42)$$

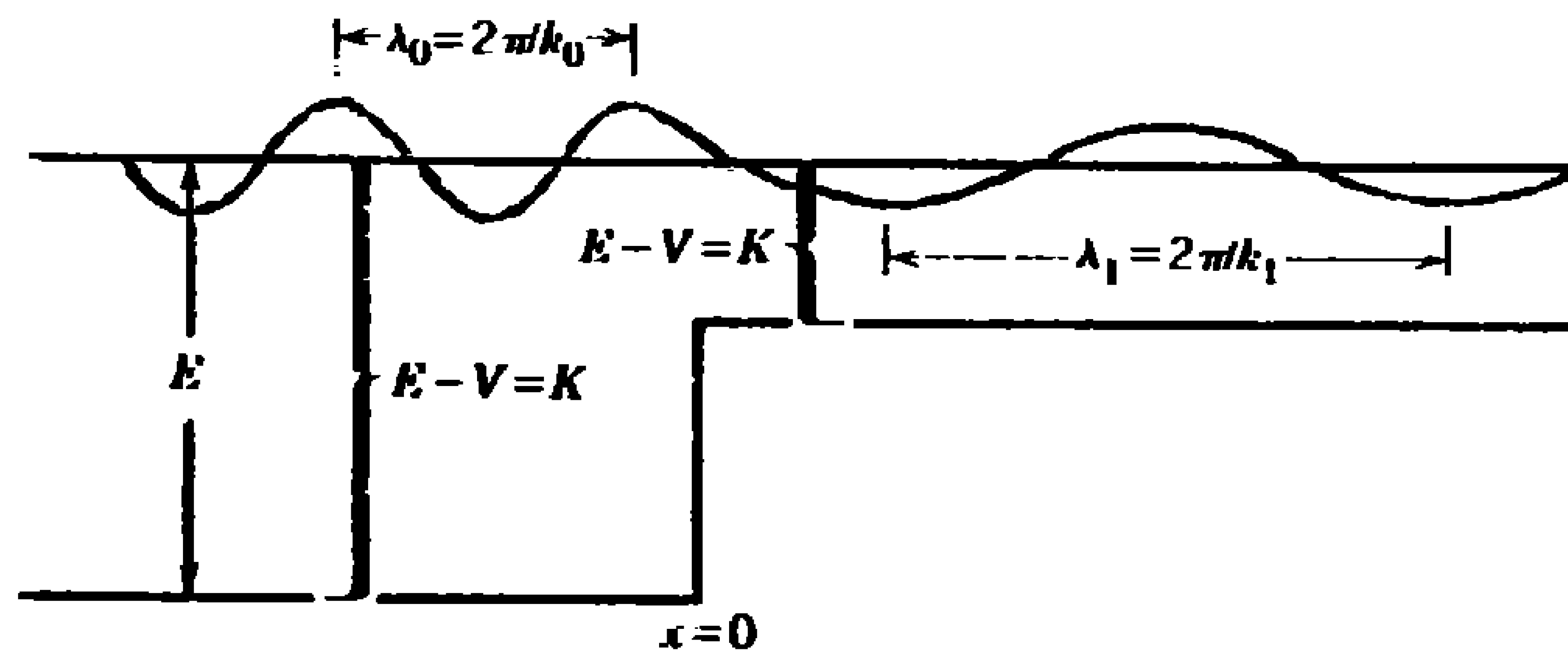
$$\psi_1(x) = C \sin K_1 x + D \cos K_1 x \qquad x > o$$

$$K_1 = \sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}(E - V_o)} \qquad (4.43)$$

يمكن ايجاد العلاقة بين الثوابت A و B و C و D بتطبيق شرطي الاستمرار على كل من ψ (x) و $\frac{d\psi}{dx}$ عند الحدود أي :

$$\psi_o(o) = \psi_1(o) \quad و \quad \psi_o(o) = \psi_o$$

ونجد في الشكل (٤-٦) رسماً لحل نموذجي . إن تطبيق شرطي الاستمرار يضمن انتقالاً ناعماً من الموجة الأولى إلى الثانية عند الحدود .



الشكل (٤-٦)

التابع الموجي لجسيم طاقته E يجتاز عتبة ارتفاعها Vo من أجل الحالة E > Vo

نستطيع هنا استخدام العلاقة $e^{i\theta} = \cos\theta + i\sin\theta$ لنقل الحل من الشكل الجيبي إلى الشكل الأسي فنجد :

$$\psi_o(x) = A'e^{iK_ox} + B'e^{-iK_ox} \qquad (4.44)$$

$$\psi_1(x) = C'e^{iK_1x} + D'e^{-iK_1x}$$

فعند إضافة التبعية الزمنية وذلك بضرب كل حد بالعامل $e^{-i\omega t}$ نستطيع التعرف على الأمواج المسافرة نحو اليمين $(Kx - \omega t)$ وتلك المسافرة نحو اليسار $(Kx + \omega t)$ ومعرفة شدة كل منها ، فمربع الأمثال يعطي شدة الموجة . ففي المجال $x < o$ تصف المعادلة (4.44) تراكب موجتين الأولى واردة شدتها $|A'|^2$ تتحرك وفق الاتجاه الموجب للمحور x من ∞- وحتى الصفر ، والثانية منعكسة شدتها $|B'|^2$ تتحرك وفق الاتجاه السالب للمحور x . أما النسبة $|B'|^2 / |A'|^2$ فتعطي الجزء المنعكس من شدة الموجة الواردة. أما في المجال $x > o$ فلدينا موجة شدتها $|D'|^2$ تتحرك وفق الاتجاه السالب للمحور x ولا تكون موجودة عندما نطلق الجسيمات من الجزء السالب للمحور x أي تكون $D = o$ في مثل هذا الوضع التجريبي . أما شدة الموجة المنتقلة فهي $|C'|^2$.

نستطيع أيضاً تحليل الحل بدلالة الطاقة الحركية في كل منطقة . ففي المكان الذي تكون فيه الطاقة الحركية كبيرة يكون الاندفاع كبيراً $P = \sqrt{2mK}$ وطول موجة دوبروي صغيراً $\lambda = h/p$. أي أن طول موجة دوبروي أصغر في المجال $x < o$ مما هو عليه في المجال $x > o$.

٢ – عندما تصبح E أصغر من V_o نجد حلاً مختلفاً :

$$\psi(x) = Ae^{Kx} + Be^{-Kx} \qquad (4.45)$$

حيث :

$$K = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2}(V_o - E)} \qquad (4.46)$$

فإذا كان المجال الذي يصح فيه الحل ممتداً مـن ∞ - ∞ +، فيجـب علينـا منـع التابع $\psi(x)$ من أن يصبح لانهائياً وذلك بجعل A أو B معدوماً . أما إذا كان المجـال محدوداً فلا حاجة للتخلص من أحد الثابتين .

فإذا عدنا للمثال السابق مع جعل E أصغر من V_o عندها يكون $\psi(x)$ معطـى بالعلاقة (4.44) أما في المجال $x > o$ فيأخذ التابع $\psi_o(x)$ الشكل :

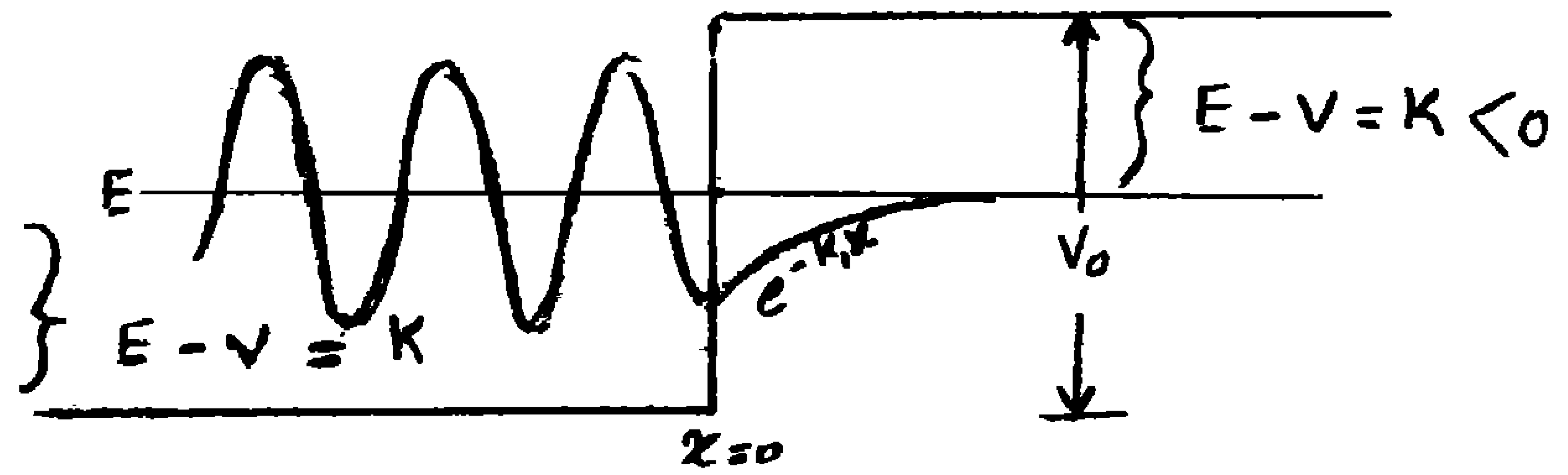
$$\psi_1(x) = Ce^{K_1 x} + De^{-K_1 x} \qquad (4.47)$$

حيث :

$$K_1 = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2}(V_o - E)}$$

وهنا أيضاً يجـب أن يكـون التـابع ومشـتقه مسـتمرين عنـد الحـدود كمـا في السابق وكذلك نجعل الثابت C مساوياً الصفر لإبقاء $\psi_1(x)$ محدوداً . ويبين الشكل (٤-٧) نموذجاً للحل المتوقع .

يوضح هذا الحل فارقاً مهماً بين الميكانيك التقليدي وميكـانيك الكـم . فـلا يمكن للجسيم أن يتواجد في المجال $x > o$ وفقاً للميكانيك التقليـدي . أمـا ميكـانيك الكم فيسمح للتابع الموجي وبالتالي للجسيم أن ينفذ إلى المكان المحظور تقليدياً .



الشكل (٤-٧)

التابع الموجي لجسيم طاقته E يصطدم بعتبة ارتفاعها V_0 أكبر من E . يتناقص التابع الموجي أسياً في المجال المحظور تقليدياً لأن الطاقة الحركية سالبة في هذا المجال . إن التابع ψ ومشتقه $d\psi/dx$ مستمران عند $x = o$

إن كثافة الاحتمال في المجال $x > o$ هي $|\psi_1(x)|^2$ وهي تتناسب مع e^{-2k_1x} فإذا عرّفنا ممثل مسافة الاختراق Δx بأنه المسافة من $x = o$ إلى النقطة التي يهبط فيها الاحتمال إلى القيمة $\frac{1}{e}$ فنجد :

$$e^{-2K_1\Delta x} = e^{-1} \quad \Rightarrow \quad \Delta x = \frac{1}{2K_1}$$

أو :

$$\Delta x = \frac{1}{2}\frac{\hbar}{\sqrt{2m(V_o - E)}} \qquad (4.48)$$

فلكي يدخل الجسيم المجال $x > o$ يجب أن تتوافر له طاقة تساوي الفرق $V_o - E$ تمكنه من التغلب على عتبة الكمون . وكذلك يجب أن تتوافر له طاقة حركية تمكنه من التحرك ضمن المجال $x > o$. وهذا طبعاً مخالف لانحفاظ الطاقة فمن أين تأتي هذه الكمية من الطاقة بشكل مفاجىء ؟ ولكن مبدأ الارتياب $\Delta E \Delta t \sim \hbar$ لا يخضع لانحفاظ الطاقة خلال زمن قصير Δt أي طالما بقي التغير المفاجىء في الطاقة أقل من $\Delta E \sim \frac{\hbar}{\Delta t}$. وهذا يعني أن الجسيم يستعير كمية من الطاقة ΔE أقل من $\Delta E \sim \frac{\hbar}{\Delta t}$، وهكذا نستمر مفتنعين بأن الطاقة مصانة.

لنفترض أننا استعرنا طاقة كافية لإعطاء الجسيم طاقة حركية K ضمن المجال المحظور $x > o$. فإلى أي مدى يتابع الجسيم ضمن المجال المحظور ؟

إن الطاقة المستعارة هي $(V - E) + K$ ، يساعد الحد $(v_o - E)$ على الوصول إلى أعلى العتبة وتؤمن K الإضافية ، حركة الجسيم . يجب أن تعاد هذه الطاقة ضمن الفترة .

$$\Delta t \approx \frac{\hbar}{V_o - E + K} \qquad (4.49)$$

يتحرك الجسيم بسرعة تساوي $v = \sqrt{\frac{2K}{m}}$ فيقطع خلال هذه الفـترة مسـافة قدرها :

$$\Delta \ x = \frac{1}{2} v \Delta \ t = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{2K}{m}} . \frac{\hbar}{v_o - E + K} \qquad (4.50)$$

(يأتي العامل $\frac{1}{2}$ لأن الجسيم يخترق مسافة Δx ويعود خلال هذه الفترة).

وعندما تتنـاهى K نحـو الصفـر يجـب أن يصبـح Δx مسـاوياً الصفـر بسـبب انعدام سرعة الجسيم .

وبالمثل تتناهى Δx نحو الصفر عندما $x \to \infty$ لأن الجسيم يتحرك خـلال فـترة معدومة ويوجد بين هاتين النهايتين نهايـة عظمـى للمقـدار Δx تقـابل قيمـة معينـة لـ K .

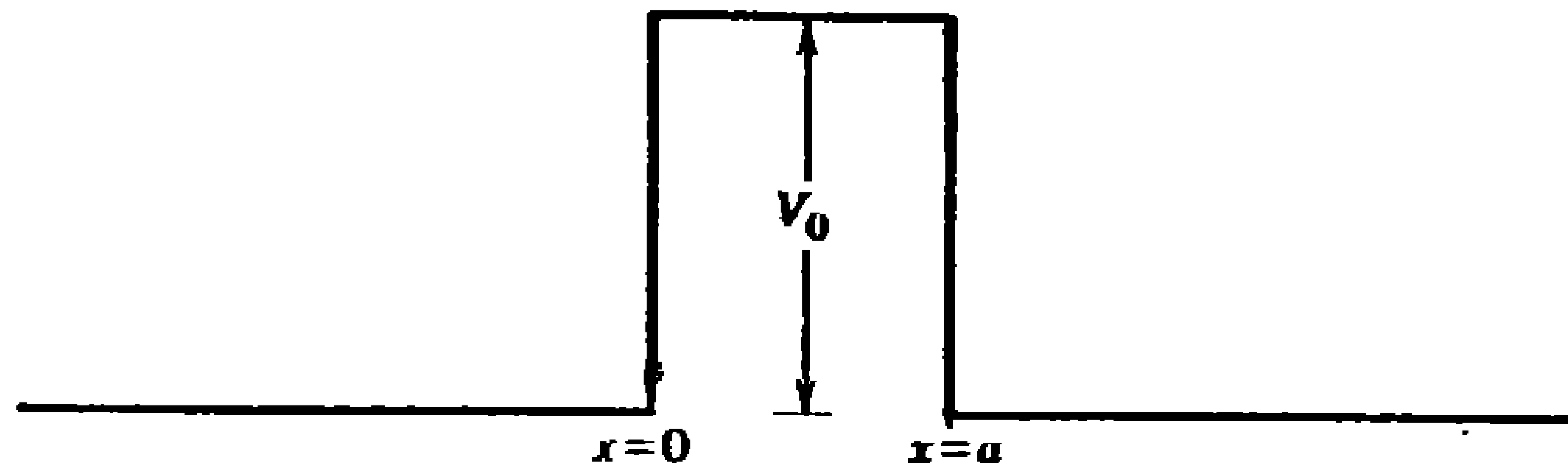
بمفاضلة العلاقة (4.48) نحصل على القيمة العظمى :

$$\Delta \ x_{max} = \frac{1}{2} \frac{\hbar}{\sqrt{2m(v_o - E)}} \qquad (4.51)$$

وهي مماثلة للعلاقة (4.48) وهذا يدل على أن المسافة التي يصل إليها الجسـيم ضمن المجال المحظور المحسوبة وفق معادلة شرودينغر على وفاق تام مع ما يعطيه مبدأ الارتياب .

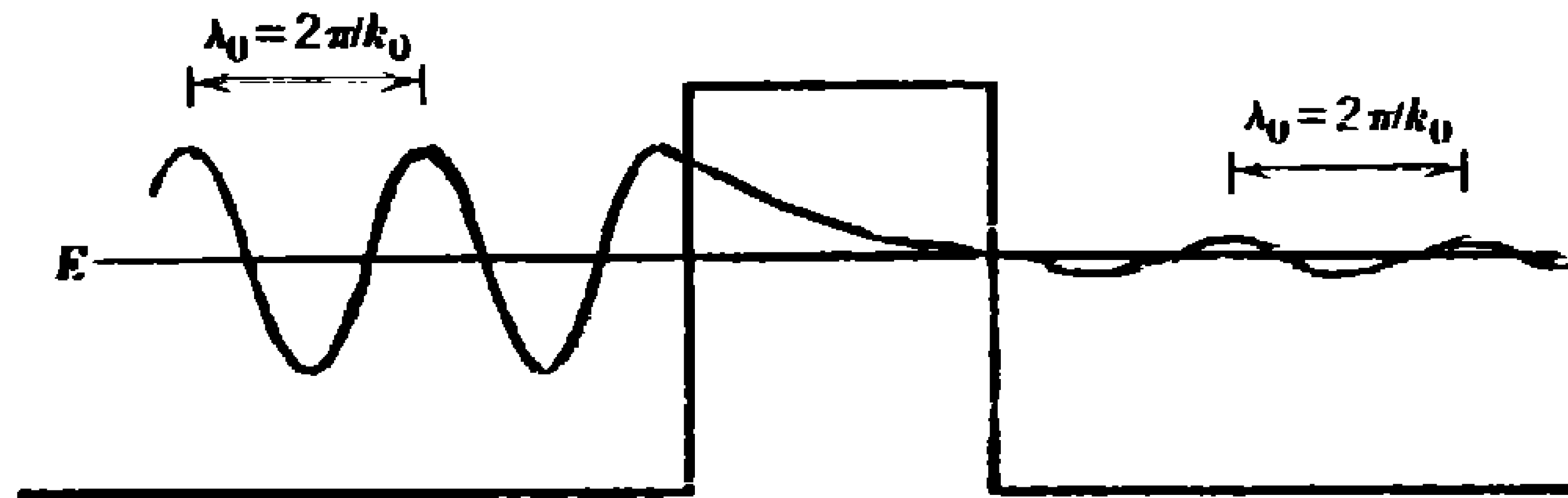
لننظر الآن إلى الحـاجز الكمومـي المبـين في الشـكل (٤-٨) ولنفـترض أن لدينا جسيمات طاقتها E أقل من V_o واردة مـن اليسـار . تقودنـا خبرتنـا إلى توقـع

حلول مماثلة للحل المبين في الشكل (٤-٩) أي تابع جيبي ضمن المجال x < o (موجة قادمة زأخرى منعكسة) ، تابع أسي متناقص ضمن المجال o ≤ x ≤ a ، وتابع جيبي في المجال x > a (موجة عابرة) .



الشكل (٤-٨)

حاجز كمومي ارتفاعه V_0 وعرضه a



الشكل (٤-٩)

التابع الموجي لجسيم طاقته $E < V_0$ يواجه حاجزاً كمومياً . إن طول الموجة λ_0 نفسه في المجالين خارج الحاجز ولكن سعة الموجة أقل بعد الحاجز مما كانت عليه قبل الحاجز . لا يمكن مشاهدة الجسيم ضمن الحاجز لأن الطاقة الحركية سالبة هناك ، ولكن يمكن مشاهدة الجسيم خلف الحاجز

تحسب شدة الموجة العابرة بتطبيق شروط الاستمرار الملائمة ، وترتبط بطاقة الجسيم وبارتفاع الحاجز وعرضه . فمن وجهة نظرٍ تقليدية لا يمكن أن يظهر الجسيم ضمن المجال $x > a$ لعدم امتلاكه طاقة كافية للتغلب على الحاجز . وتدعى مثل هذه الظاهرة في ميكانيك الكم بالمفعول النفقي ، فلا يمكن مشاهدة الجسيم ضمن المجال المحظور تقليدياً $o \le x \le a$ ولكنه يستطيع أن يخترق هذا المجال ويشاهد في المجال $x > a$.

وبرغم كون هذا المثال افتراضياً ، إلا أنه يوجد في الطبيعة أمثلة كثيرة على المفعول النفقي ولسوف ننظر إلى ثلاثة أمثلة منها .

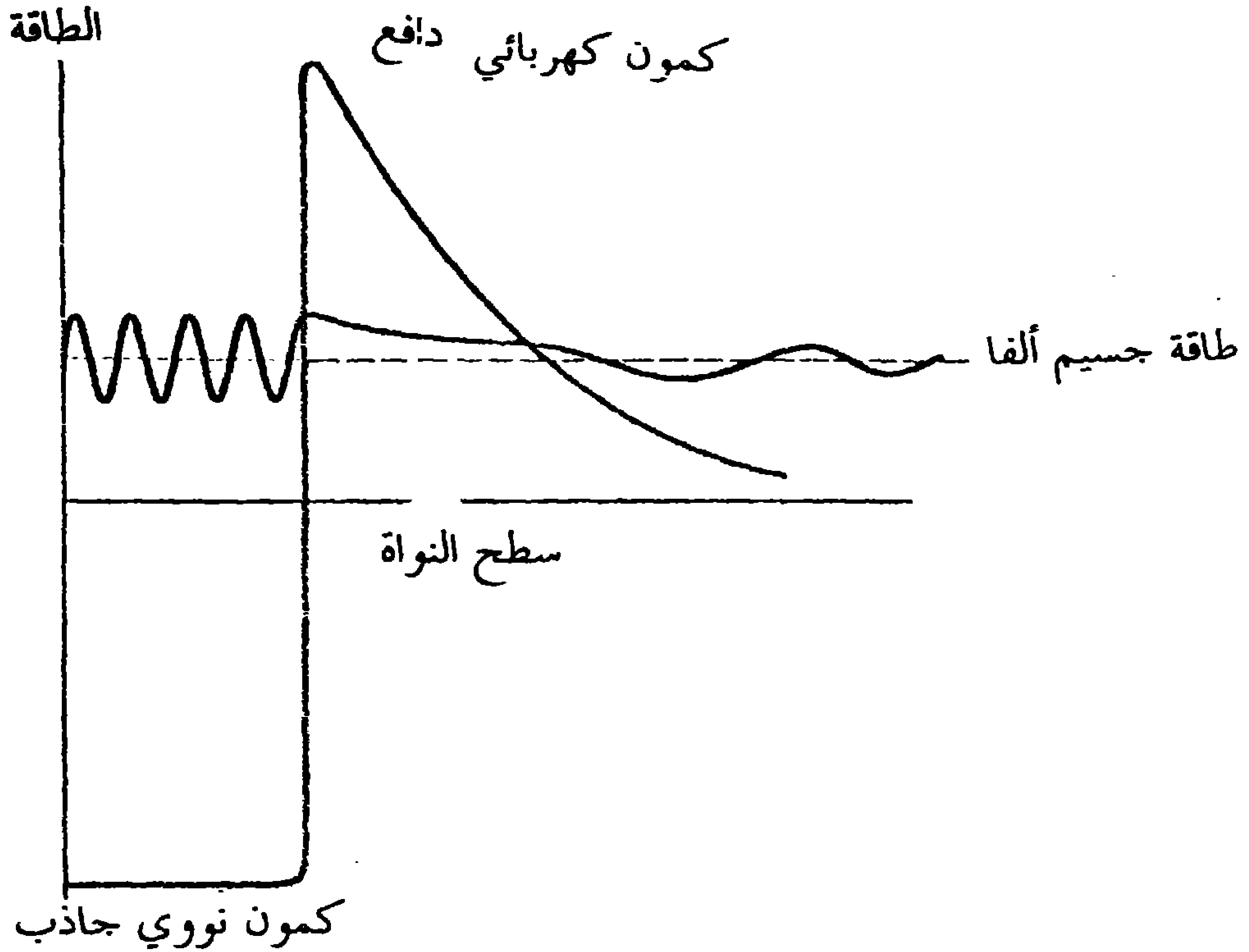
١ – التفكك إلفا :

تحوي نواة الذرة مجموعة من البروتونات والنترونات في حالة حركية دائمة، يتجمع أحياناً بروتونان ونترونان فيشكلان تجمعاً يدعى جسيم إلفا . ويمكن للنواة أن تُصدر هذا الجسيم كشكل من أشكال الاشعاع ونستطيع التقاطه وكشفه في المختبر . ولكي يستطيع جسيم إلفا النجاة من النواة، يجب عليه اختراق كمون الشكل المبين في الشكل (٤–١٠) . يمكننا حساب احتمال اختراق جسيم إلفا لهذا الحاجز وكذلك احتمال التقاطه في المختبر منطلقين من طاقة جسيم إلفا وارتفاع وثخن الحاجز . ولقد كانت حسابات ميكانيك الكم على وفاق تام مع القياسات التجريبية .

٢ – الانقلاب النشادري :

يبين الشكل (٤–١١) مخططاً لجزيئة النشادر NH_3 فإذا حاولنا تحريك ذرة الآزوت وفق محور الجزيئة نحو مستوي ذرات الهدروجين نجد قوة دفع ناتجة من

ذرات الهدروجين تؤدي إلى كمون يوضحه الشكل (٤-١٢) . ولا يمكن استناداً للقوانين التقليدية أن تنتقل ذرة الآزوت إلى الجهة الأخرى من المستوي إلا باعطائها

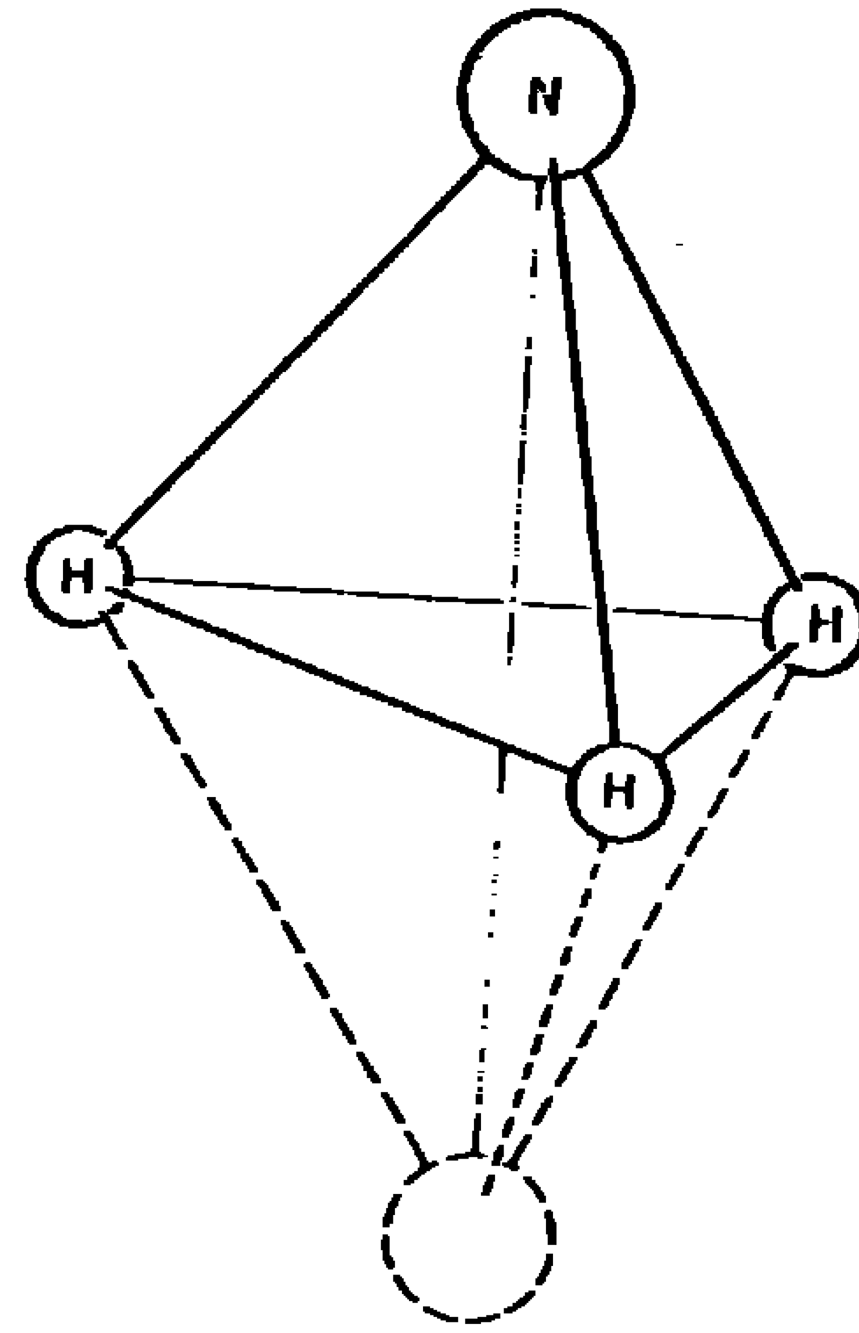


الشكل (٤-١٠)

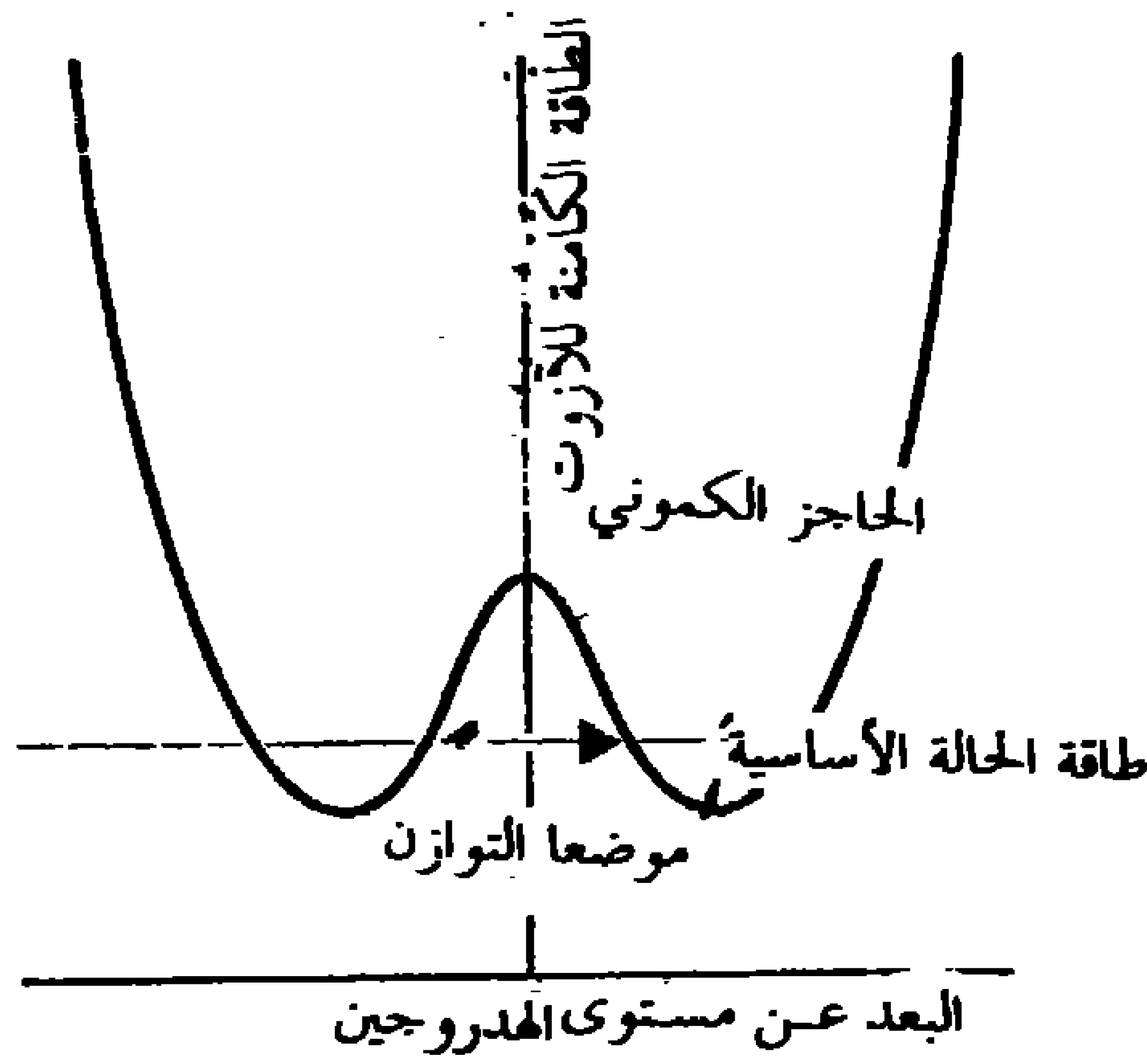
جسيم إلفا يخترق الحاجز الكمومي النووي

يرتبط احتمال النفوذ بسماكة الحاجز وارتفاعه

طاقة كافية ، ولكن ميكانيك الكم يُمكّن ذرة الآزوت من عبور هذا الحاجز والانتقال إلى الجهة الأخرى من المستوي . والمعروف أن ذرة الآزوت تنتقل فعلاً على جانبي مستوي ذرات الهدروجين بتواتر من المرتبة 10^{10} HZ .



الشكل (٤-١١)
مخطط جزيئة النشادر
يُنتج التدافع الكولوني لذرات الهدروجين حاجزاً كمونياً يمنع ذرة الآزوت من الوصول إلى الموضع المناظر على الجانب الآخر من مستوي ذرات الهدروجين

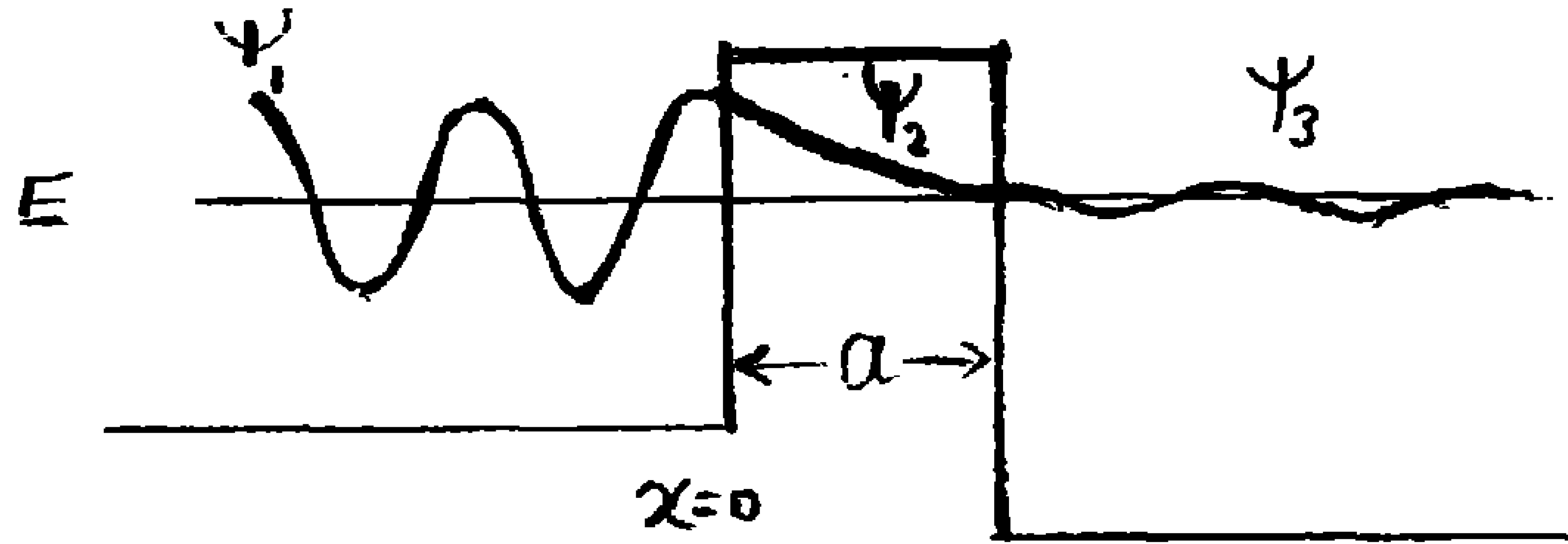


الشكل (٤-١٢)
الطاقة الكامنة التي تقف أمام ذرة الآزوت في جزيئة النشادر
يمكن لذرة الآزوت أن تخترق الحاجز منتقلة بين وضعي التوازن

٣ – الديود النفقي :

هو جهاز الكتروني يستخدم ظاهرة المفعول النفقي . ونشاهد وصفاً دقيقاً لهذا الجهاز ضمن الأجهزة نصف الناقلة . وبصورة تخطيطية يكون الكمون الذي يعترض الالكترون في الديود النفقي كما هو موضح في الشكل (٤-١٣) . فالتيار الذي يتدفق عبر الجهاز ناتج من عبور الالكترونات من جانب لآخر . يمكن تنظيم معدل العبور ، وبالتالي تنظيم التيار ، بتغيير ارتفاع الحاجز ويتم ذلك عن

طريق الكمون المطبق . ويمكننا تأمين هذا الأمر بسرعة وتواتر كبيرين من مرتبة 10^9 HZ . تعتمد الديودات نصف الناقلة العادية على انتشار الالكترونات عبر الوصلة وبهذا تعمل وفق سلم زمني أطول (تواتر أقل) .



الشكل (٤-١٣)

حاجز الكمون الذي يعترض الالكترون في الديود النفقي

تتحدد ناقلية الجهاز باحتمال اختراق الالكترون للحاجز الذي يرتبط بالكمون المطبق

ففي الفيزياء التقليدية لا يمر الجسيم عبر الحاجز إذا كانت طاقته الحركية أقل من ارتفاع الحاجز أما ميكانيك الكم فيسمح له بالاختراق .

إن احتمال وجود الجسيم ذي الكتلة m بجوار الجانب الأيسر داخل الحاجز هو : $\Psi_L^2 dx = (Ae^{-\beta x_0})^2 dx$ واحتمال وجود الجسيم بجوار الجانب الأيمن داخل الحاجز هو : $\Psi_R^2 dx = \left[Ae^{-\beta(a+x_0)}\right]^2 dx$ حيث :

$$\beta = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2}(V-E)}$$

فيكون احتمال اختراق الحاجز مساوياً نسبة احتمال وجود الجسيم عند الطرف الأيمن داخل الحاجز إلى احتمال وجوده عند الطرف الأيسر داخل الحاجز أي :

$$T = \frac{\left[Ae^{-\beta(a+x_o)}\right]^2 dx}{(Ae^{-\beta x_o})^2 dx} = e^{-2\beta a} \qquad (4.52)$$

مثال (٤-٤) :

ما هو احتمال اختراق الكترون طاقته الحركية (10 ev) لحاجز كموني عرضه (0.05 nm) وارتفاعه 12 v ؟

الحـل :

$$\beta = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2}(V-E)} = 7.24 \ \ nm^{-1}$$

$$T = e^{-\beta a} = e^{-0.724} = 0.484$$

أي أن الاحتمال كبير في المستوى الذري وهذا مبدأ المجهر النفقي الطبقي .

- مسـائل -

١ - يتحرك جسيم تقليدي بحرية وفـق الاتجاه الموجب للمحـور x بسـرعة قدرها u_0 ثم يدخل في اللحظة $t = o$ عند النقطة $x - o$ ، مجـالاً يخضـع فيـه إلى تبـاطؤ قدره a_1 ، ثم يغادر في اللحظة $t = t_1$ عند النقطة x_1 إلى مجال ثان يخضع فيه إلى تباطؤ قدره $a_2 = \frac{1}{2} a_1$ ، ويغادر في اللحظة $t = t_2$ عند النقطـة x_2 إلى مجـال ثـالث لا يخضـع فيــه إلى أي قــوة فيسـير بسـرعة منتظمـة قدرهـا $v = v_0/2$. ارسـم ، دون كتابـة المعادلات ، شكلاً تظهر فيه التسارع والسرعة والموضع بدلالة الزمن .

٢ - يصدر جسيم محصور ، ضمن بئر كمونية ، فوتوناً نتيجـة قفـزة مـا إلى حالة أخفض . اذكر بدلالة E_0 جميع طاقات الفوتون الممكنة في حالة جسيم محصور ضمن بئر لانهائياً وحيدة البعد ينتقل من الحالة $n = 4$ إلى الحالة الأساسية .

٣ - أثبت أن المعادلة (4.26) تعطي القيمة $A = \sqrt{\frac{2}{L}}$.

٤ - حُصـر الكترون ضمـن مجـال وحيـد البعد بطاقـة دنيـا قدرهـا 1.0 ev

آ) ما هو طول المجال ؟ ب) ما هي الطاقة اللازمـة لنقـل هـذا الالكـترون إلى الحالـة المثارة الأولى ؟ جـ) عند انتقال الالكترون من الحالــة n إلى الحالـة الأساسـية يصـدر فوتوناً طاقته 24.0 ev ، ما هو العدد n ؟

٥ - عُلِق جسيم ضمـن مجـال وحيـد البعـد طولـه L . آ) أثبـت أن احتمـال وجوده بين النقطتين $x - o$ و $x = L/2$ وهو في حالته المثارة الثانية ($n = 3$) يسـاوي

1/3 . ب) أثبت أن احتمال وجوده بين النقطتين o - x و $x = L/n$ وهو في حالته المثارة n يساوي $\frac{1}{n}$.

٦ – ما هي الطاقة الدنيا لالكترون محصور ضمن مجال وحيد البعد طوله يساوي قطر نواة الذرة (1.0×10^{-14} m) ؟ قارن نتيجتك مع القيمة المكافئة المحسوبة في المثال (٣–٧) .

٧ – ما هي الطاقة الدنيا لبروتون أو نترون ($mc^2 = 940$ Mev) محصور ضمن مجال من الفضاء له قطر النواة (1.0×10^{-14} m) .

٨ – يكون احتمال وجود جسم ما ، محصور ضمن بئر كمونية وحيدة البعد ، في أي مجال عرضه ω ، وفق المفاهيم التقليدية ، مستقلاً عن موضع الجسم ويساوي ω / L . استخدم التابع الموجي العام لجسيم محصور ضمن بئر وحيدة البعد في حساب احتمال ايجاد الجسيم في المجال بين x و $x + \omega$. ماذا يحدث عندما $n \to \infty$ ؟ هل تكون النتيجة على وفاق مع نتائج الحسابات التقليدية ؟

٩ – أثبت أن القيمة المتوسطة لـ x^2 ضمن بئر كمونية وحيدة البعد هي :

$$x_{av}^2 = L^2\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2n^2\pi^2}\right)$$

١٠ – استخدم نتيجة المسألة (٩) لإثبات صحة العلاقة :

$$\Delta x = L\sqrt{\frac{1}{12} - \frac{1}{2n^2\pi^2}}$$

حيث $\Delta x = \sqrt{(x_{av}^2) - (x_{av})^2}$ وذلك من أجل بئر لانهائي وحيد البعد.

١١ – آ) أوجد $(P)_{av}$ في حالة جسيم ضمن بئر كمونية لانهائية وحيدة البعد مستخدماً فكرة التناظر . ب) أوجد $(P^2)_{av}$ وبالتالي $(\frac{p^2}{2m})_{av}$. جـ) أوجد $\Delta p = \sqrt{(p^2)_{av} - (p_{av})^2}$.

١٢ – تشبه مسألة الجسيم ضمن بئر محدودة تلك المقابلة للبئر الكمونية غير المحددة باستثناء كون الكمون مساوياً V_o في المجالين $x < o$ و $x > L$. آ) اكتب التوابع الموجية للمجالات الثلاثة $x<o$ و $o < x < L$ و $x > L$ في الحالة $V_o > E$. ب) يجب أن يكون لثابتين من ثوابت الحل قيمة معدومة ، حدّد هذين الثابتين وعلل ذلك . جـ) ارسم ثلاثة توابع موجية تقابل الشروط الحدية الثلاثة الدنيا للطاقة وكذلك ارسم كثافة الاحتمال ثم بيّن على الشكل ، دون محاولة تطبيق الشروط الحدية بالتفصيل ، شكل التابع الموجي المتوقع . هل تستطيع معرفة شكل التابع الموجي ضمن البئر من معرفتك للحل في حالة البئر غير المحدودة .

١٣ – أثبت مستخدماً شرط التنظيم أن الثابت A يأخذ القيمة $(m\omega_o/\hbar\pi)^{1/4}$ في حالة هزّاز توافقي وحيد البعد .

١٤– أوجد ، مستخدماً التابع الموجي للحالة الأساسية في الهزاز التوافقي البسيط ، كلاً من x_{av} و $(x^2)_{av}$ و Δx حيث $A = (\frac{m\omega_o}{\hbar\pi})^{1/4}$.

١٥ – ما هي القيمة المتوقعة لـ $(P)_{av}$ في حالة هزّاز توافقي بسيط ؟ آ) استخدم تعليلاً تناظرياً عوضاً عن القيام بالحسابات . ب) يمكننا استخدام انحفاظ الطاقة لايجاد العلاقة بين p^2 و x^2 ، استخدم هذه العلاقة مع قيمة $(x^2)_{av}$ المحسوبة في المسألة (14) لايجاد $(p^2)_{av}$. جـ) احسب Δp مستخدماً نتيجتي (آ) و (ب) .

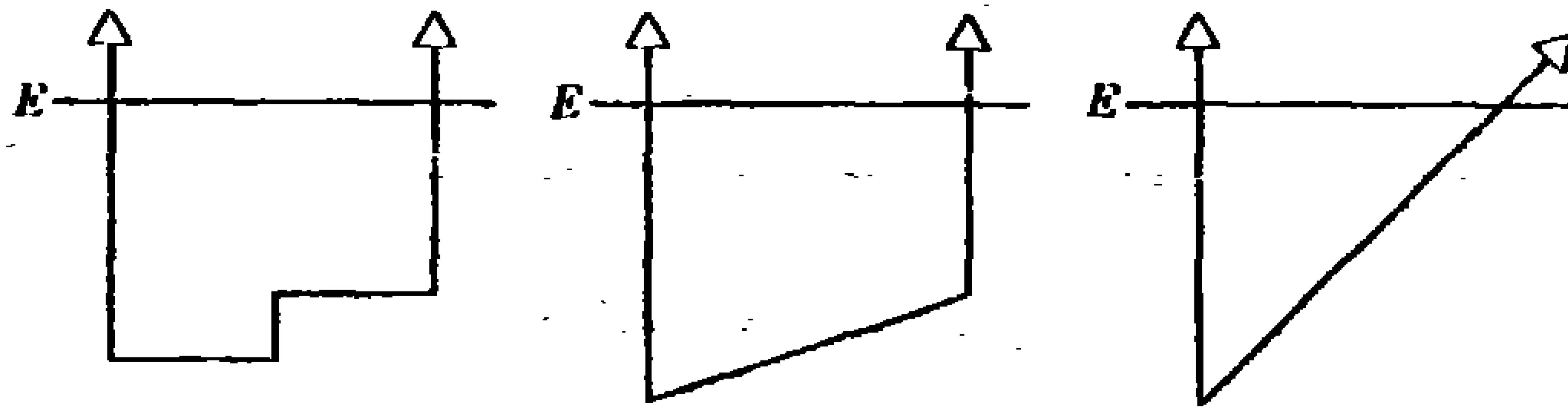
١٦ – احسب الجداء $\Delta p \Delta x$ في حالة هزاز توافقي بسيط مستخدما نتائج المسألتين (١٤) و (١٥) . هل تتوافق النتيجة مع علاقة الارتياب ؟

١٧ – يُعطى التابع الموجي الممثل للحالة المثارة الأولى في الهزاز التوافقي بالعلاقة $\psi(x) = Axe^{-ax^2}$. اتبع الطريقة المبينة في الفقرة (٤–٥) من أجل ايجاد الثابت a والطاقة E . ثم احسب الثابت A مستخدماً علاقة التنظيم .

١٨ – ما هي طاقات الانتقال الممكنة في حالة الهزاز التوافقي ؟

١٩ – أوجد قيمة K التي تعطي العلاقة (4.50) قيمتها العظمى وأثبت أن العلاقة (4.51) تعطي القيمة العظمى لـ Δx .

٢٠ – ارسم حلول معادلة شرودينغر الممكنة لكل من الكمونات المبينة أدناه:



٢١ – يرد جسيم طاقته $E < V_o$ على عتبة كمونية . استخدم ψ_o من العلاقة (4.43) و ψ_1 من العلاقة (4.47) ثم احسب B و D بدلالة A وذلك بتطبيق الشروط الحدية عند $x = o$.

٢٢ – طبّق الشروط الحدية على كل من ψ و $\frac{d\psi}{dx}$ من أجل ايجاد الثابتين B' و C' بدلالة A' مستخدماً التابع الموجي (4.44) في حالة ورود جسيم من

الاتجـاه الســـالب للمحور x على عتبة الكمون . ثم احسب النسبتين $|B'|^2/|A'|^2$ و $|C'|^2/|A'|^2$ وفسّر النتيجة .

٢٣ - اكتب التوابع الموجية في المجالات الثلاثة للحاجز الكموني المبين بالشكل (٤-٨) من أجل $E < V_o$. ب) استخدم الشروط الحدية عند $x = o$ و $x = a$ من أجل ايجاد أربع علاقات بين الثوابت الستة . جـ) إذا ورد الجسيم من اليسار ما هي الثوابت التي تنعدم ؟ لماذا ؟.

٢٤ - أعد المسألة (٢٣) في الحالة $E > V_o$ وارسم الحلول .

الفصل الخامس

– ذرة الهدروجين –

سندرس في هذا الفصل حلول معادلة شرودينغر لذرة الهدروجين ، وسنرى كيف تتوافق هذه الحلول مع متطلبات الميكانيك الموجي وخاصة موضوع الارتياب في توضع الالكترون ، والتوصل إلى قيم الطاقة نفسها المحسوبة وفق نموذج بور .

أما ما عجز عن تفسيره نموذج بور وهي البنية الدقيقة (انقسام الخطوط الطيفية) التي تظهر عند فحص الخطوط بحرص ، فيمكن تفسيره بإدخال خاصة جديدة للالكترون تدعى السبن الداخلي .

سنركز الاهتمام في هذا الفصل على ذرات وحيدة الالكترون ونعالج في الفصل التالي بنية الذرات متعددة الالكترونات .

٥–١– معادلة شرودينغر في الاحداثيات القطبية الكروية :

تأخذ معادلة شرودينغر ثلاثية الأبعاد الصيغة التالية :

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\left(\frac{\partial 2\psi}{\partial x^2}+\frac{\partial 2\psi}{\partial y^2}+\frac{\partial 2\psi}{\partial z^2}\right)+V(x,y,z)\psi = E\psi \qquad (5.1)$$

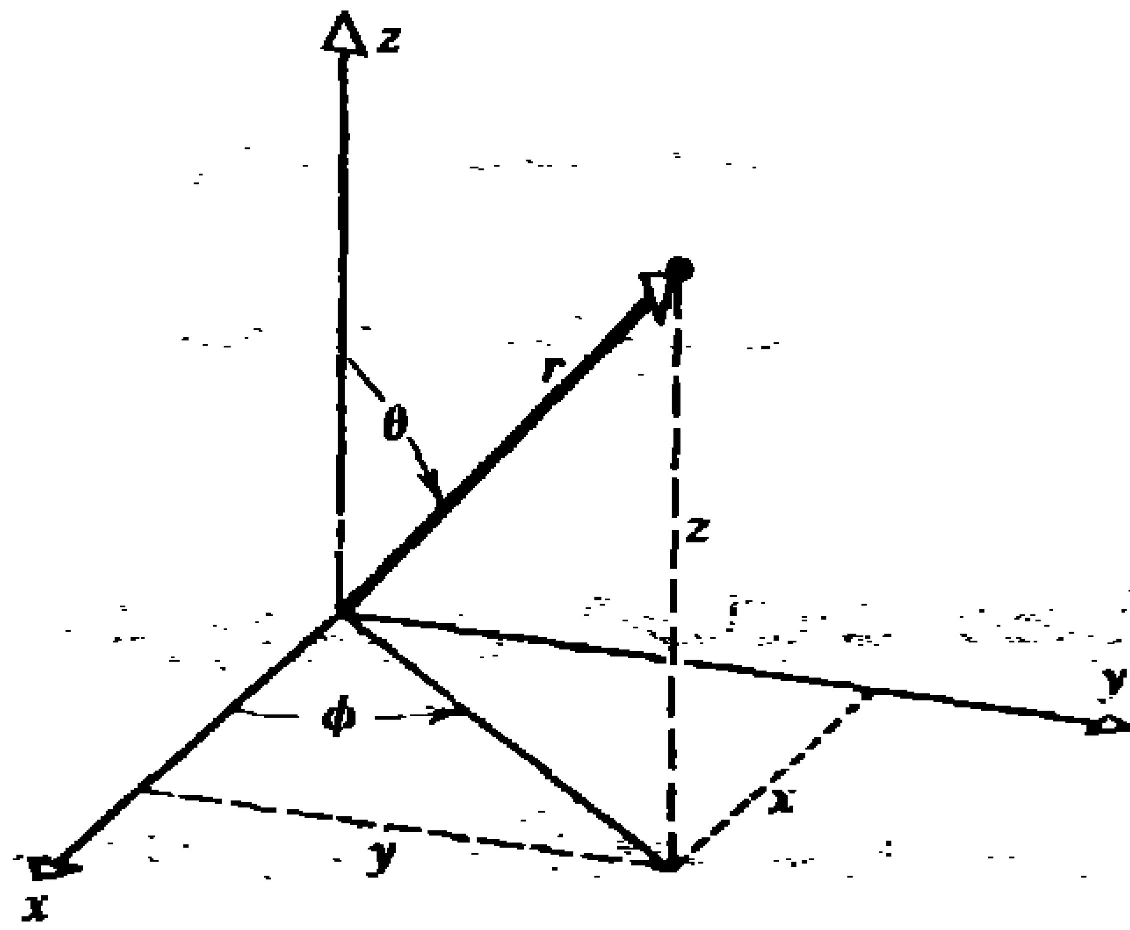
ويكون التابع ψ تابعاً لكل من x و y و z .

إن الأسلوب المعتاد لحل مثل هذه المعادلة التفاضلية الجزئية هو أسلوب فصل المتحولات ، والكمون الممثل للقوة بين النواة والالكترون هو $V = \frac{-1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{e^2}{r}$.

وبما أن $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ فيأخذ الكمون الصيغة :

$$V(x,y,z) = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{e^2}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \qquad (5.2)$$

ولا يؤدي الكمون بهذه الصيغة إلى معادلة قابلة للفصل ، ولكن عندما نستخدم الاحداثيات القطبية الكروية (r,θ,φ) عوضاً عن (x,y,z) نستطيع فصل المتحولات والتوصل إلى مجموعة من الحلول ، ويوضح الشكل (٥-١) متحولات الاحداثيات القطبية الكروية .



الشكل (٥-١)

الاحداثيات القطبية الكروية

البروتون عند مبدأ الاحداثيات o والالكترون عند الموضع $\vec{r}$ المحدد بالزاويتين θ و φ

يأتي تبسيط الحلول على حساب تعقيد المعادلة التفاضلية الجزئية الـتي تصبـح من الشكل :

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\left[\frac{\partial 2\psi}{\partial r^2}+\frac{2}{r}\frac{\partial\psi}{\partial r}+\frac{1}{r^2\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}(\sin\theta\frac{\partial\psi}{\partial\theta})\right.$$

$$\left.+\frac{1}{r^2\sin^2\theta}\frac{\partial 2\psi}{\partial\varphi^2}\right]+V(r,\theta,\varphi)\psi=E\psi \quad (5.3)$$

سنبحث عن الحلول ذات الشكل :

$$\psi\ (r,\theta,\varphi)=R\,(r)\,.\,\Theta\,(\theta)\,.\,\phi\,(\varphi) \qquad (5.4)$$

حيث يكون كل من $R(r)$ و $\Theta(\theta)$ و $\phi(\varphi)$ تابعاً لمتحول واحد . يعطي هذا الأسلوب ثلاث معادلات تفاضلية للمتحولات r و θ و φ .

٥-٢- الأعداد الكمومية والانطباق :

إن الحل الرياضي لمعادلـة شـرودينغر في الاحداثيـات القطبيـة الكرويـة معقـد وصعب لذلك لن نتعرض لكيفية الحل بل نذكر الحلول ونناقشها .

تتطلب المسائل ثلاثية الأبعاد ثلاثة أعداد كمومية تحدد الحلول . ولا بـد مـن ثلاثة أعداد كمومية لوصف التابع الموجي الممثل لـذرة الهدروجـين . يرتبـط العـدد الكمومي الأول n بحل المعادلة المرتبطة بـالموضع r أي $R(r)$ ، وهـو العـدد n نفسه المحدد لسويات الطاقة في نمـوذج بـور . ويعطـي حـل المعادلـة القطبيـة $\Theta(\theta)$ العـدد الكمومي ℓ ، أما معادلة $\phi(\varphi)$ فتؤدي إلى العدد الكمومي الثالث m_l .

يدعى العدد الكمومي n بالعدد الكمومي الرئيس ويأخذ القيم الصحيحة ....,1,2,3 . فعند تحديد العدد n تتعين سوية طاقة محدد θ كما في نموذج بور . وبحل معادلة شرودينغر نجد سويات طاقة مكممة على وفاق كامل مع نموذج بور .

$$E_n = -\frac{me^4}{32 \pi^2 \varepsilon_o^2 \hbar^2} \cdot \frac{1}{n^2} \approx -\frac{13.6 \text{ ev}}{n^2} \qquad (5.5)$$

ونلاحظ ارتباط الطاقة بالعدد الرئيس فقط وليس بأي من ℓ أو m_l .

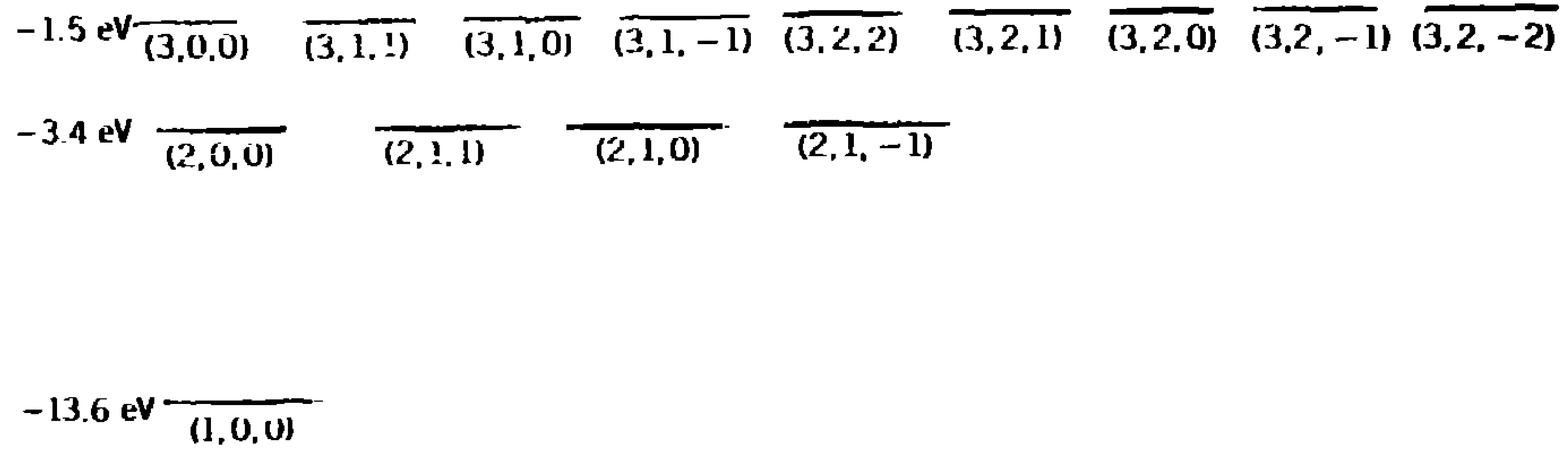
يأخذ العددان الكموميان ℓ و m_l قيماً مرتبطة بالعدد n . فالعدد الكمومي الممثل للإندفاع الزاوي ℓ يأخذ قيماً تتراوح بين الصفر والقيمة n - 1 . فإذا كانت قيمة العدد n مساوية الواحد مثلاً أخذ العدد ℓ قيمة واحدة هي الصفر . وإذا كانت قيمة العدد n مساوية 2 يكون للعدد ℓ قيمتان مسموحتان هما $\ell = o$ و $\ell = 1$. ويقابل كل قيمة للعدد ℓ عدداً من القيم للعدد m_l هي $o, \mp 1, \mp 2, ..., \mp \ell$ أي : $(2\ell + 1)$ قيمة .

لننظر الآن كيف تحدد السويات بالأعداد الكمومية الثلاثة (n, ℓ, m_l) فمن أجل الحالة الأساسية n = 1 يكون : $\ell = o$ ويوجد قيمة واحدة للعدد m_l هي : $m_l = o$ أي أن للحالة الأساسية الأعداد الكمومية (1,0,0) . أما الحالة المثارة الأولى فتقابل : n = 2 وتكون قيم ℓ المسموحة $\ell = o$ و $\ell = 1$ فمن أجل $\ell = o$ لدينا $m_l = o$ ومن أجل $\ell = 1$ لدينا $m_l = 1,0,1$. فالأعداد الكمومية الممكنة لهذه الحالة هي :

(2,0,0) و (2,1,1) و (2,1,0) و (2,1,1) .

وبجميع هذه السويات العدد $n = 2$ نفسه وبالتالي لها الطاقة نفسها لذلك نقول إنها منطبقة ، وإن الحالة المقابلة لـ $n = 2$ رباعية الانطباق . وإذا كتبنا جميع التراكيب الممكنة للأعداد الكمومية المقابلة للحالة $n = 3$ سنجد تسعة تراكيب ممكنة فنقول إن الحالة $n = 3$ تساعية الانطباق . وبصورة عامة تقابل الحالة n عدداً من الانطباقات يساوي n^2 .

ويبين الشكل (٥-٢) ترقيم هذه السويات .



الشكل (٥-٢)

سويات الطاقة الدنيا في ذرة الهدروجين مرقمة بالأعداد الكمومية (n, ℓ, m_l)

إذا كان للتراكيب المختلفة من الأعداد الكمومية الطاقة نفسها ، فما هو الهدف من تدوينها بشكل منفصل ؟ أولاً ، سنجد في الفقرة الأخيرة من هذا الفصل أن السويات الجزئية ليست منطبقة تماماً ولكنها تنفصل عن بعضها بطاقة صغيرة جداً (ربما من المرتبة 10^{-5} ev . ثانياً عند دراسة الانتقالات بين السويات نجد أن شدة الانتقال مرتبطة بالسوية الجزئية التي يبدأ منها . ثالثاً ، ربما الأهم أن لكل

سوية جزئية تابعاً موجياً خاصاً بها وبالتالي يمثل حالة حركية مختلفة . ولفهم النقطة الأخيرة يجب أن ننظر إلى التفسير الهندسي للأعداد الكمومية لذلك نعود إلى لغة نموذج بور .

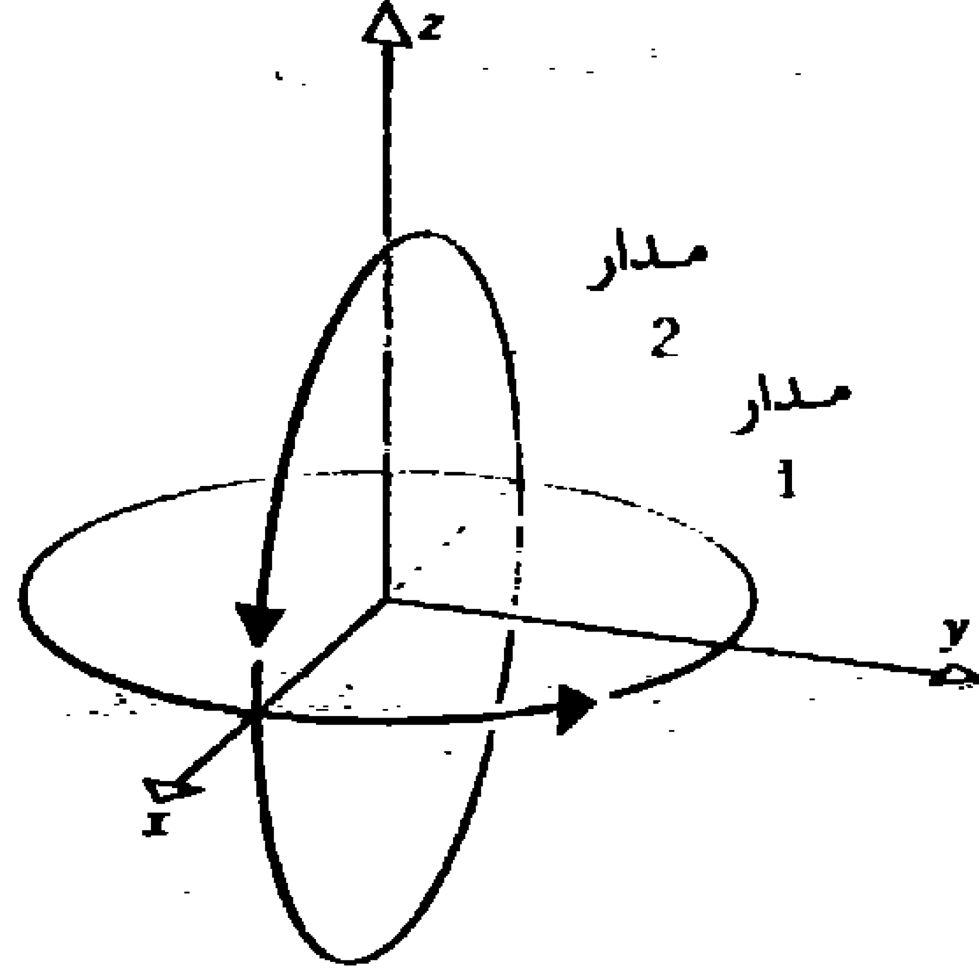
تحدد قيمة العدد n ، في نموذج بور ، نصف قطر مدار الالكترون ، فكلما كبرت قيمة العدد n كبر نصف قدر المدار ، ويحدد العدد ℓ (ضمن مفهوم نموذج بور) شكل المدار من حيث كونه قطعاً ناقصاً أو دائرة . ويوضح الشكل (٥-٣) المدارات الأساسية المقابلة لقيم ℓ المختلفة في الحالة $n = 4$. ونجد من خلال هذا التفسير للعدد ℓ ، ارتباطه بالاندفاع الزاوي للالكترون فالمدار المقابل لأكبر قيمة ممكنة للعدد ℓ أي ($\ell = n - 1$) يملك أكبر اندفاع زاوي حول النواة لذلك يكون دائرياً . وتقابل القيم الأصغر للعدد ℓ مدارات قطعية ناقصية . أما أصغر قيمة ($\ell = o$) فتعطي مسطحاً يمر من النواة .

الشكل (٥-٣)

مدارات الالكترون المقابلة للحالة $n = 4$ ونلاحظ أن القيمة المتوسطة لـ r واحدة في جميع المدارات وأن الالكترون في المدار المقابل لقيم ℓ الصغيرة يقضي معظم وقته إما قريباً من النواة أو بعيداً عنها

يعطي العدد الكمومي m_l توجه مستوي المدار بالنسبة للمستوي xy . ويبين الشكل (٥-٤) توجهين ممكنين لمدار الالكترون . يكون لهذه التفسيرات التي

أوردناها معنى ضمن الصورة التي يعطيهـا نموذج بور ، ويجب ألا تؤخذ بشكل جدي لأن المدار المحدد يتعارض مع مبدأ الارتياب .



الشكل (٥-٤)

توجهان مختلفان لمستوي مدار الالكترون ، الأول يقع في المستوي xy ويقابل $m\ell = \ell$ والثاني يقع في المستوي xz ويقابل $m_l = 0$

٥-٣- النموذج الشعاعي :

يفيد نموذج بور في مساعدتنا على فهم خواص الذرات ولقد رأينا في الفقـرة السابقة كيف تخبرنا الأعداد الكمومية الثلاثة(n, ℓ, m_l) حـول شـكل المـدار. ومـع ذلك فهناك خواص أخرى للذرات ، وبخاصة سلوكها ضمن الحقـول المغناطيسـية ، يمكن فهمها بسهولة عند استخدام نموذج نجعل فيه الاندفاع الزاوي يسـلك سـلوك شعاع عادي .

ففي كل مدار ممكن للالكترون يبقى الاندفاع الزاوي ثابتاً على طول المـدار. سنمثل الاندفاع الـزاوي بالشـعاع $\vec{L}$ ، فهـو بـالمعنى التقليـدي شـعاع يمـر بـالنواة

ويعامد مستوى مدار الالكترون . وتعطي الحسابات الدقيقة المستندة إلى حل معادلة شرودينغر ، علاقة بين طول الشعاع |L| والعدد الكمومي ℓ هي :

$$|L| = \sqrt{\ell(\ell+1)}\ \hbar \qquad (5.6)$$

مثال (٥-١) :

احسب طول أشعة الاندفاع الزاوي الممثل لحركة الالكترون في الحالة = 1 ℓ وكذلك في الحالة $\ell = 2$.

الحل :

تعطي العلاقة (5.6) ارتباط طول الشعاع |L| بالعدد الكمومي ℓ فمن أجل:

$\ell = 1$ لدينا $|L| = \sqrt{1(1+1)}\ \hbar = \sqrt{2}\ \hbar$ ومن أجل :

$\ell = 2$ $|L| = \sqrt{2(2+1)}\ \hbar = \sqrt{6}\ \hbar$

هناك نقطتان مهمتان ، الأولى هي أن طول الشعاع | L | أكبر دوماً من $\ell\hbar$ لأن $\sqrt{\ell(\ell+1)}$ أكبر دوماً من ℓ . وسنناقش أهمية هذه النقطة فيما بعد . والثانية هي أن قيم |L| ، التي نعدها قيماً للاندفاع الزاوي للالكترون ، مختلفة تماماً عن تلك التي نجدها وفقاً لنموذج بور . فمن أجل الحالة n = 3 مثلاً ، يعطي نموذج بور اندفاعاً زاوياً قدره $|L| = 3\ \hbar$ ، بينما يعطي النموذج الشعاعي ثلاث قيم هي :

$\ell=2$ $\quad |L|=\sqrt{6}\ \hbar$

$\ell=1$ $\quad |L|=\sqrt{2}\ \hbar$

$\ell=0$ $\quad |L|=0$

وكما هي الحال بالنسبة لأي شعاع عادي ، يمكن للشعاع $\vec{L}$ أن يملك مركبات وفق أي محور في الفضاء . وبعطينا التابع الموجي الذي نحصل عليه بحل معادلة شرودينغر طريقة حساب مركبات الشعاع $\vec{L}$.

تعطى مركبة الشعاع $\vec{L}$ وفق المحور z ، التي يرمز لها بالرمز ℓ_z بالعلاقة :

$$\ell_z = m_l\ \hbar \qquad (5.7)$$

حيث m_l هو العدد الكمومي المغناطيسي الذي يأخذ القيم : $o,\mp1,\mp2,..,\mp\ell$.

مثال (٥-٢) :

ما هي القيم الممكنة لمركبات الشعاع $\vec{L}$ ، وفق المحور z ، التي تمثل الاندفاع الزاوي المداري في الحالة $\ell=2$.

الحـل :

إن قيم m_l الممكنة في هذه الحالة هي : $+2, +1, 0, -1, -2$

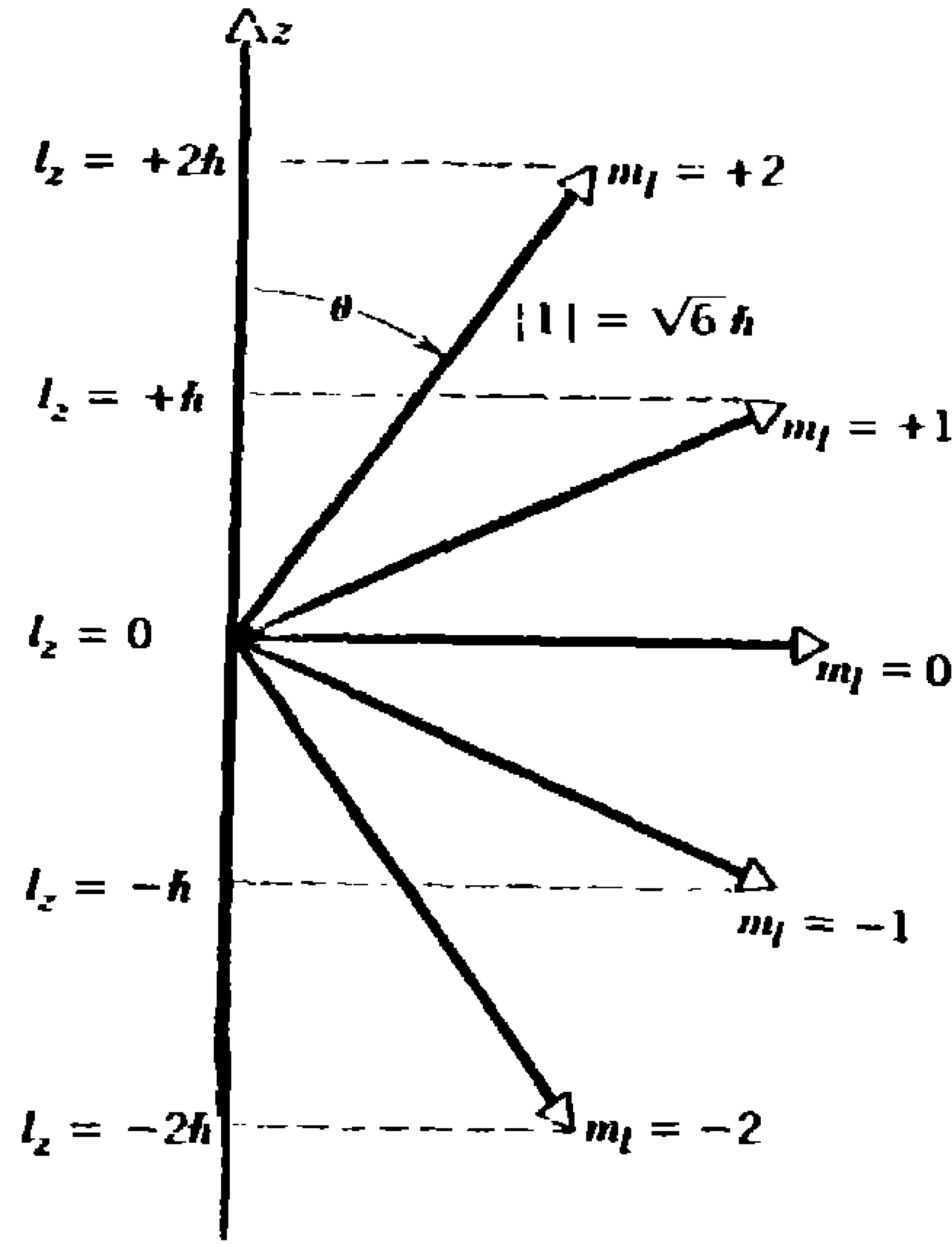
وبالتالي يكون للمركبات وفق المحور z القيم : $2\hbar, \hbar, 0, -\hbar, -2\hbar$

يوضح الشكل (٥-٥) مركبات الشعاع $\vec{L}$ في الحالة $\ell=2$ ، ويقابل كل توجّه للشعاع $\vec{L}$ في الفضاء قيمة مختلفة لـ m_l . وتعطى الزاوية القطبية θ التي يصنعها الشعاع $\vec{L}$ مع المحور z ، انطلاقاً من الشكل المبين ، لأن $\ell_z = |L| \cos\theta$ ومنه :

$$\cos\theta = \frac{\ell_z}{|L|} = \frac{m_\ell \hbar}{\sqrt{\ell(\ell+1)}\ \hbar}$$ أو :

$$\cos\theta = \frac{m_\ell}{\sqrt{\ell(\ell+1)}} \qquad (5.8)$$

يمثل هذا السلوك فكرة جديدة في الفيزياء الكمومية تدعى تكميم الفراغ . وهذا يعني أن هناك اتجاهات معينة مسموحة لأشعة الاندفاعات الزاوية . ويعطى عدد هذه الاتجاهات بالعلاقة ($2\ell + 1$) أي بعدد m_l الممكنة. أما قيم مركبات شعاع الاندفاع الزاوي المتتالية فتختلف عن بعضها بالمقدار $\hbar$.



الشكل (٥-٥)

التوجهات في الفضاء ومركبات الشعاع وفق المحور z للحالة $\ell = 2$

فمن أجل $\ell = 1$ مثلاً ، نختار المحور z ونستخدم التقنية التجريبية الملائمة لقياس مركبة $\vec{L}$ وفق المحور z . فنتوقع أن نحصل على القيم $\ell_z = \hbar, o, -\hbar$ ، وباختيار اتجاه آخر مختلف عن الاتجاه الأول للمحور z ، وإعادة القياس سنجد أيضاً القيم $\ell_z = \hbar, o, -\hbar$. وهذا سلوك مختلف تماماً عن سلوك الأشعة في الفيزياء التقليدية . فللشعاع التقليدي ذي الطول (1.0) مركبة طولها (1.0) إذا كان الشعاع منطبقاً على المحور z أو (1.0 -) إذا كان اتجاه الشعاع معاكساً لاتجاه المحور z ، أو (0.5) إذا اخترنا المحور z بشكل يصنع (60°) مع الشعاع ، أو (0.7) إذا صنع المحور z زاوية قدرها (45°) مع الشعاع .

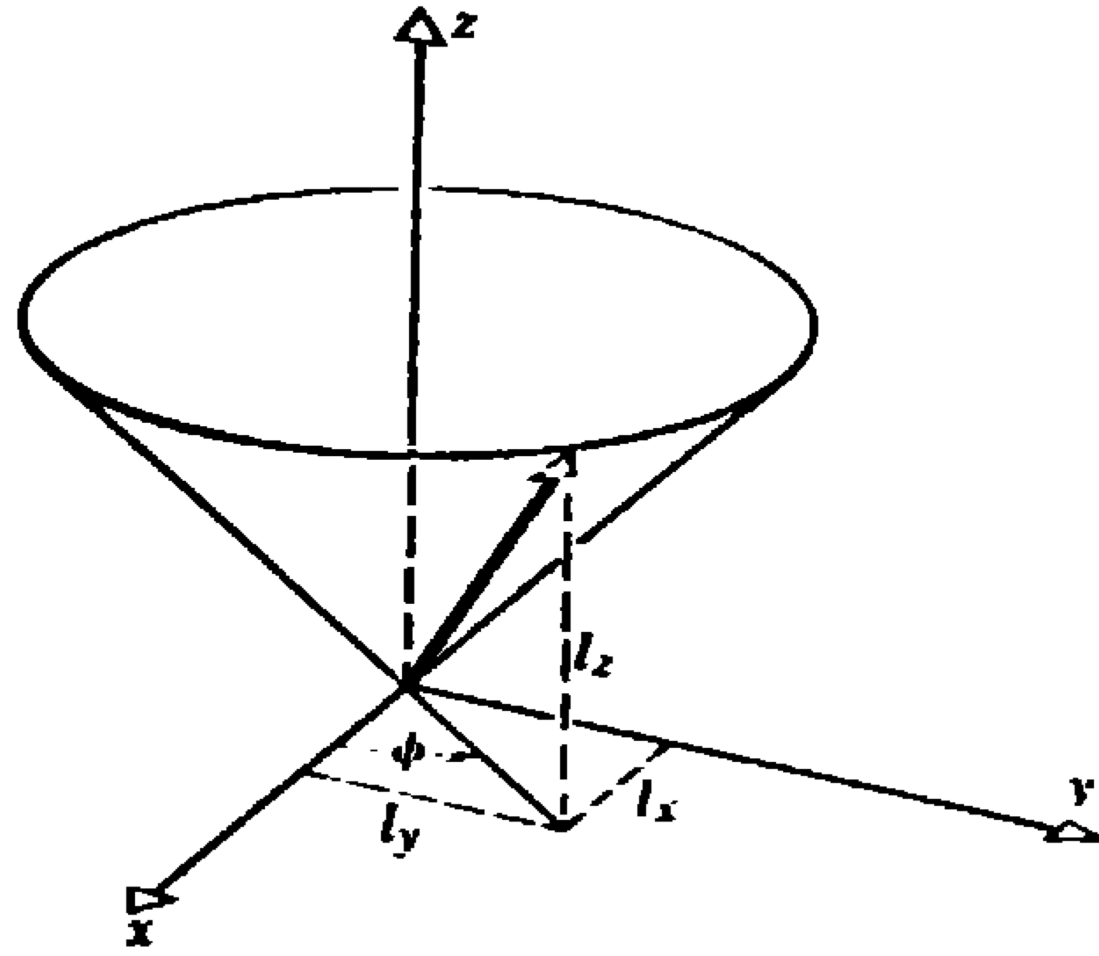
أما ميكانيك الكم فيمكن للشعاع الممثل للحالة $\ell = 1$ أن يكون له ثلاث مركبات فقط هي (1 , 0 , -1) والمدهش هنا أننا نحصل على هذه النتيجة مهما كان اتجاه المحور z .

ولربما نتساءل عن سبب اختيارنا للمحور z . فبالإضافة إلى ملائمته في الاحداثيات القطبية هناك سبب مهم ، فبالاستناد إلى الفيزياء الكمومية نستطيع معرفة مركبة واحدة فقط من مركبات $\vec{L}$ الثلاث ، وتكون المركبتان الباقيتان غير معينتين تماماً ، وهذا يأتي من الشكل التالي لمبدأ الارتياب .

$$\Delta \ell_z \Delta \varphi \geq \hbar \qquad (5.9)$$

حيث φ هي الزاوية القطبية الموضحة بالشكل (1,0) ،فبعرفتنا للمركبة ℓ_z ($\Delta \ell_z = o$) نفقد معرفتنا تماماً عن الزاوية φ . فجميع قيمها ذات احتمالات متساوية . وهذا مكافىء للقول إننا لا نعرف أي شيء عن كل من ℓx و ℓy . أي أن معرفتنا لمركبة واحدة من مركبات $\vec{L}$ تفقدنا كلياً معرفتنا عن المركبين الباقيتين . ويوضح الشكل (٥-٦) تمثيلاً لسلوك الشعاع $\vec{L}$ ، فننظر إليه كشعاع يدور حول المحور z بسرعة لا نستطيع معها رؤية حركته ولكن مركبته وفق المحور z تبقى ثابتة ، وهذا يوضح عدم معرفتنا لمركبتي $\vec{L}$ الباقيتين وفق المحورين x و y .

كما يمكننا معرفة سبب كون $|L| > \ell \hbar$ فإذا كان $|L| = \ell \hbar$ عندها تأخذ m_l قيمتها العظمى ($m_l = \ell$) ويكون $\ell \hbar_z = m_l$ وهذا يعني انطباق الشعاع على المحور z وبالتالي يكون $\ell y = = 0 \ell_1$ ويتحدد بذلك جميع مركبات الشعاع $\vec{L}$ وهو أمر مخالف لمبدأ الارتياب . لهذ لا يسمح لمثل هذا الوضع بالحدوث .



الشكل (٥-٦)

يدور الشعاع $\vec{L}$ بسرعة حول المحور بشكل يبقى فيه ℓ_z ثابتاً بينما يتغير كل من ℓ_x و ℓ_y

٥-٤- التوابع الموجية لذرة الهدروجين :

إن للأعداد الكمومية (n, ℓ, m_l) ، التي تدل على الحالات المختلفة لذرة الهدروجين ، تفسيرين فهي تأتي من الأسلوب الرياضي المتبع في حل معادلة شرودينغر ، ولكنها أيضاً تحمل تفسيراً هندسياً .

سنركز الاهتمام في هذه الفقرة على الخواص الرياضية للحلول حيث تكون الأعداد الكمومية أدلة مقترنة بالتوابع الموجية المختلفة .

يمكن كتابة التابع الموجي ψ (r, θ, φ) على شكل جداء لثلاثة توابع أي :

$$\psi_{n,\ell,m_l}(r,\theta,\varphi) = R_{n,\ell}(r) \ . \ \Theta_{\ell,m_l\ell}(\theta) \ . \ \phi_{m_l\ell}(\varphi) \qquad (5.10)$$

تعطي الأدلة المختلفة (n, ℓ, m_l) توابع موجية مختلفة ، ونجد في الجدول (5.1) بعض هذه التوابع المقابلة لبعض قيم الأعداد الكمومية n, ℓ, m_l .

يتحدد احتمال وجـود الالكـترون بمربـع التـابع الموجـي ، وبدقـة أكـثر فـإن المقدار $|\psi(r,\theta,\varphi)|$ يعطي كثافة الاحتمال (الاحتمال في واحدة الحجـم) لوجـود الالكترون في الوضع (r,θ,φ) . ولحسـاب الاحتمـال الحقيقـي لوجـود الالكـترون نضرب كثافة الاحتمال بعنصر الحجم dv في الموضع (r,θ,φ) . وهويساوي في حالة الاحداثيات القطبية الكروية ، كما هو واضح في الشكل (٥-٧) .

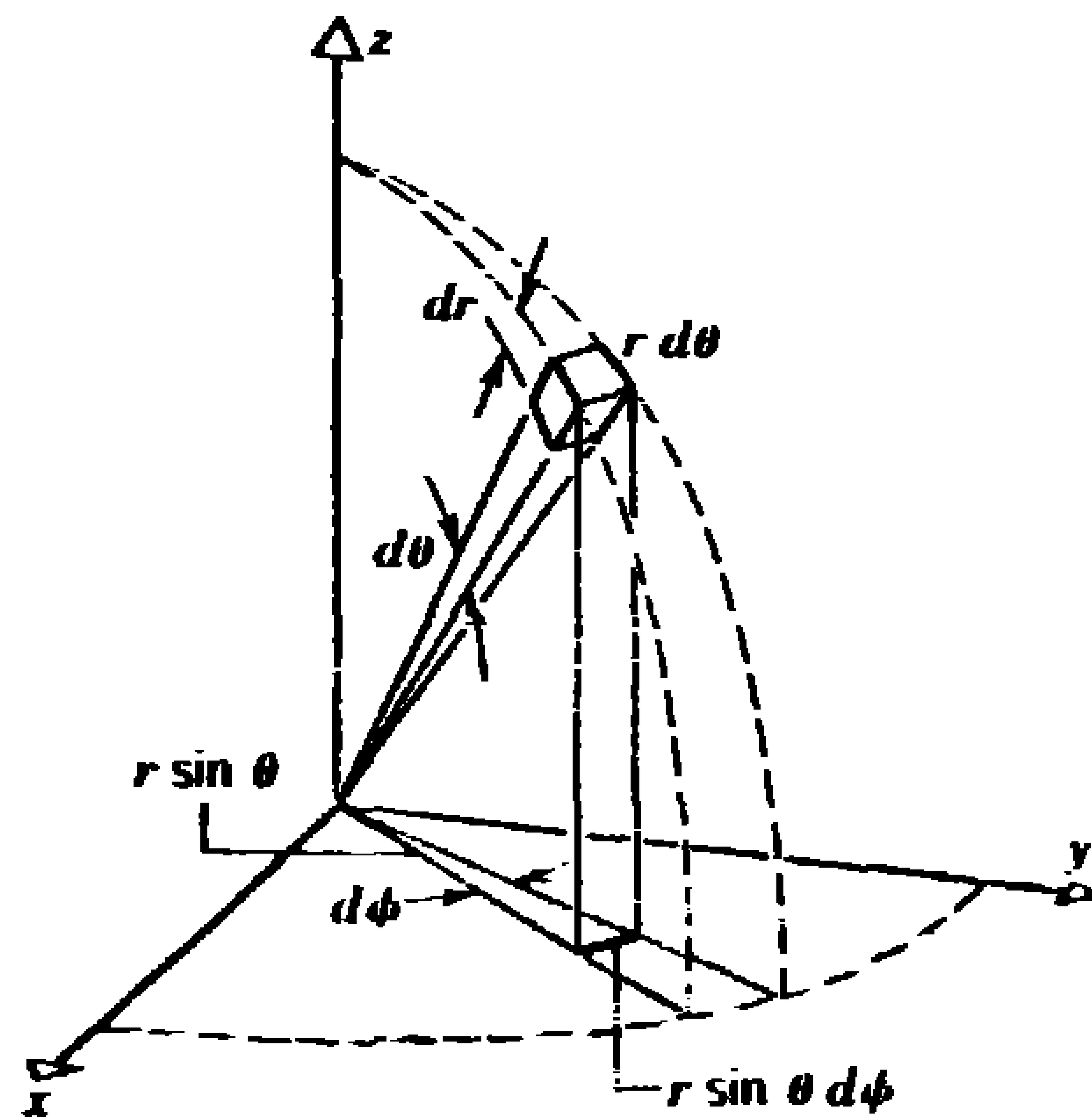
$$dv = r^2 \sin\theta \, dr \, d\theta \, d\varphi \qquad (5.11)$$

الجدول (5.1) بعض التوابع الموجية لذرة الهدروجين

n	l	m_l	$R(r)$	$\Theta(\theta)$	$\Phi(\phi)$
1	0	0	$\frac{2}{a_0^{3/2}} e^{-r/a_0}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{\sqrt{2\pi}}$
2	0	0	$\frac{1}{(2a_0)^{3/2}}\left(2 - \frac{r}{a_0}\right) e^{-r/2a_0}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{\sqrt{2\pi}}$
2	1	0	$\frac{1}{\sqrt{3}(2a_0)^{3/2}} \frac{r}{a_0} e^{-r/2a_0}$	$\sqrt{\frac{3}{2}} \cos\theta$	$\frac{1}{\sqrt{2\pi}}$
2	1	± 1	$\frac{1}{\sqrt{3}(2a_0)^{3/2}} \frac{r}{a_0} e^{-r/2a_0}$	$\frac{\sqrt{3}}{2} \sin\theta$	$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{\pm i\phi}$

حيث :

$$a_o = \frac{4\pi\varepsilon_o \hbar^2}{me^2} = 0.0529 \text{ nm}$$



الشكل (٥-٧)
عنصر الحجم في الاحداثيات القطبية الكروية

ويكون الاحتمال مساوياً :

(5.12)

$$|\psi_{n,\ell,m_l}(r,\theta,\varphi)|^2\, dv = |R_{n\ell}|^2 . |\Theta_{\ell,m_l\ell}(\theta)|^2 . |\phi_{m_l}|^2\, r^2 \sin\theta \;\; dr d\theta d\varphi$$

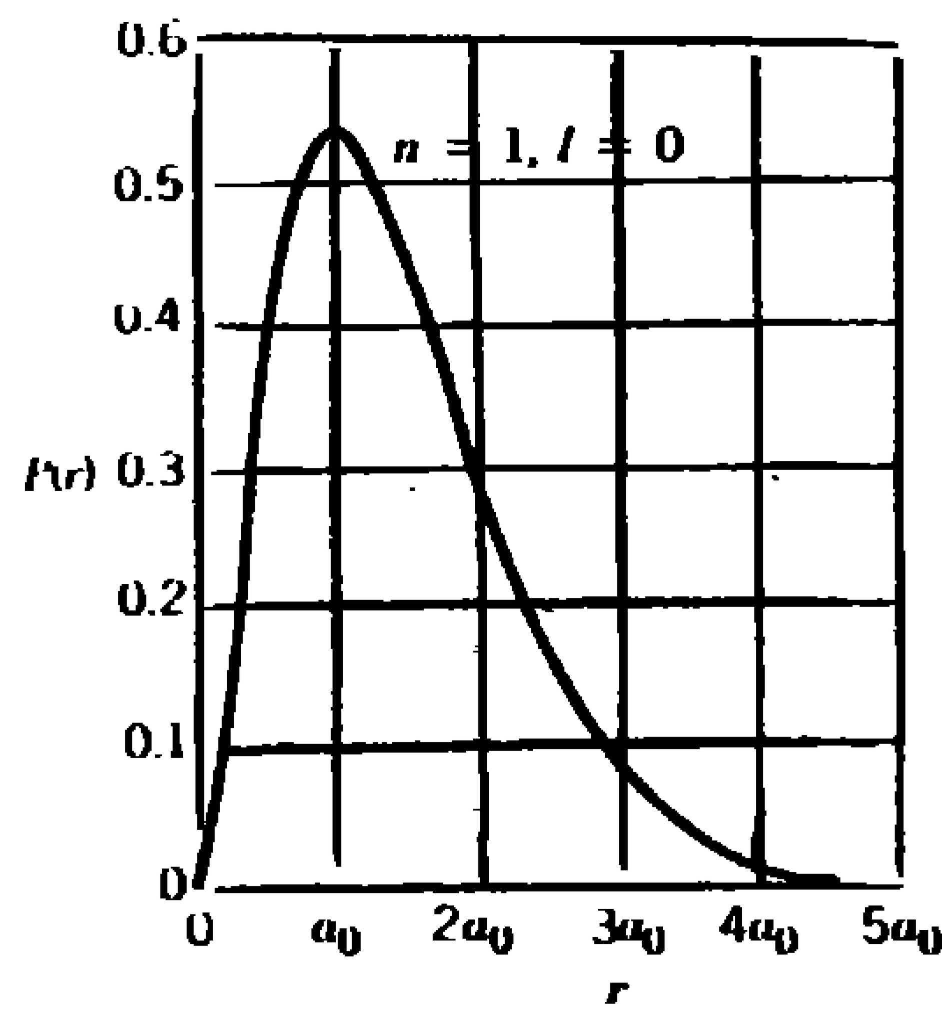
وباستخدام صيغة الاحتمال هذه ، نستطيع حساب مظاهر عديدة للتوزع الموضعي للالكترون . يمكننا مثلاً ايجاد الاحتمال القطري $P(r)dr$ لتوضع الالكترون بين r و $r+dr$ مهما كانت قيم θ و φ . بعبارة أخرى لنتخيل طبقة رقيقة كروية نصف قطرها r وسماكتها dr ولنسأل ما هو احتمال وجود الالكترون ضمن هذه الطبقة ؟ بما أننا لا نهتم بكل من Θ و ϕ فسنكامل على قيمهما الممكنة أي :

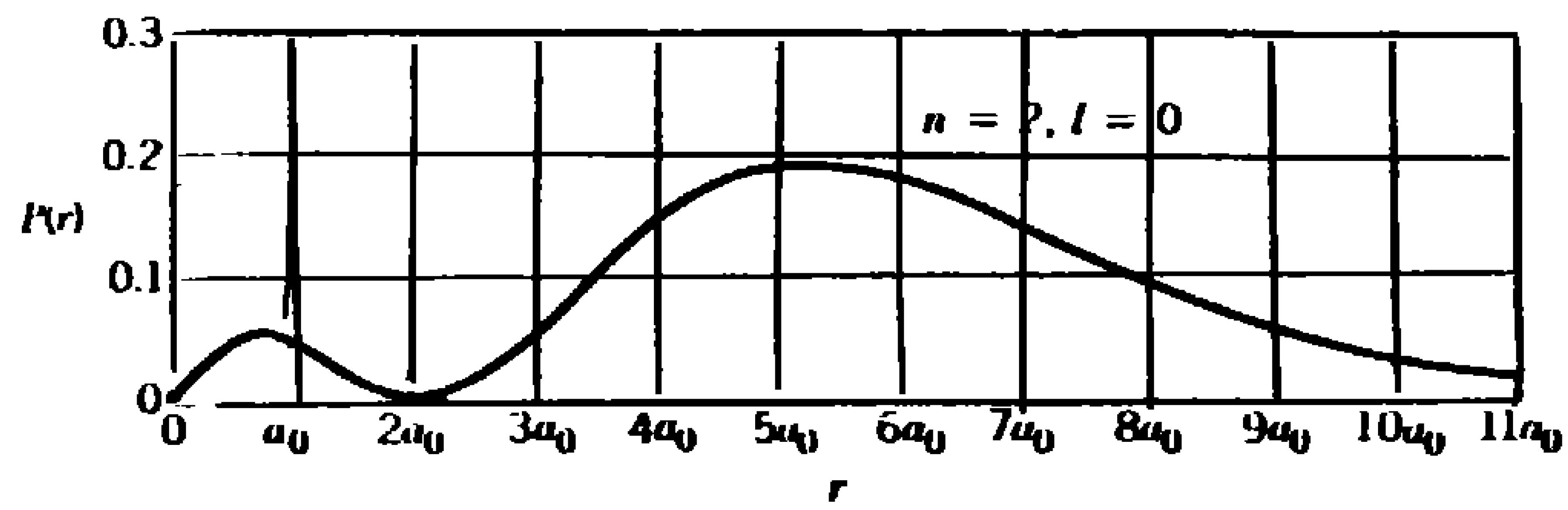
$$P(r)dr = |R_{n,\ell}|^2\, r^2 dr \int_0^{\pi} |\Theta_{l,ml}(\Theta)|^2 \sin\theta d\theta \int_0^{2\pi} |\phi_{m_l}|^2\, d\varphi \qquad (5.13)$$

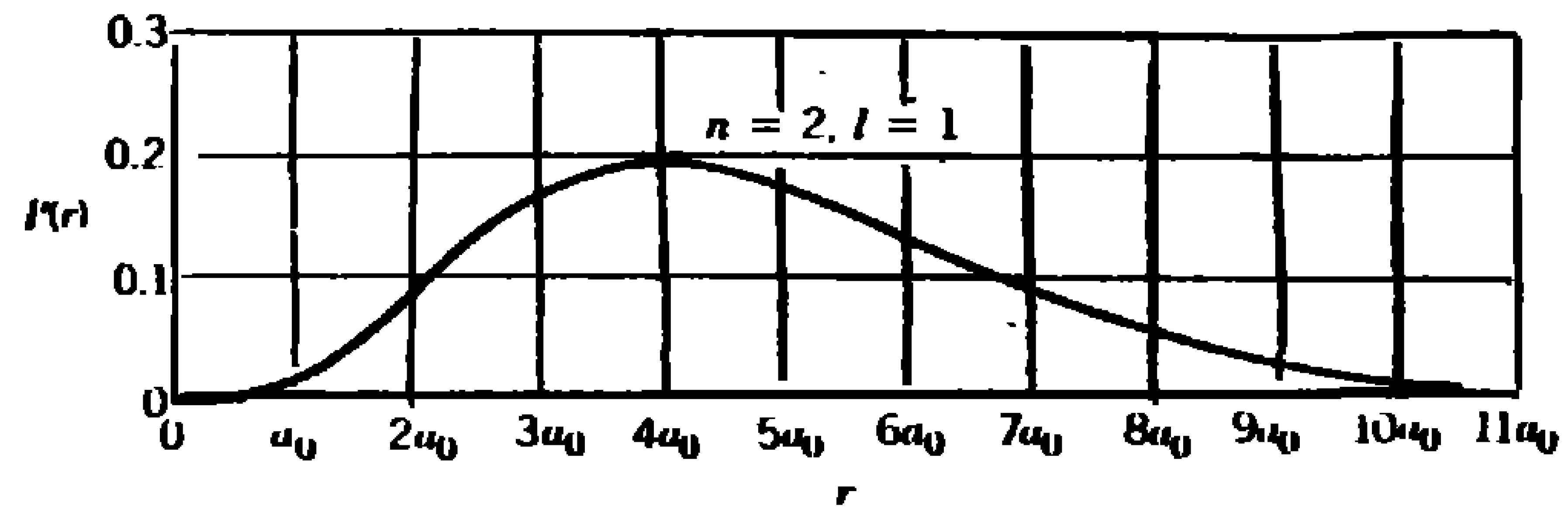
إن قيمة كل من التكاملين على Θ و ϕ تساوي الواحد لأن التوابع $R(r)$ و $\Theta(\theta)$ و $\phi(\varphi)$ منظمة بشكل إفرادي ، أي أن كثافة الاحتمال القطري يساوي :

$$P(r)dr = r^2|R_{n,\ell}(r)|^2 \qquad (5.14)$$

ويبين الشكل (٥-٨) تابع كثافة الاحتمال القطري لبعض السويات المنخفضة في الهدروجين .







الشكل (٥-٨)

كثافة الاحتمال القطري P (r) للحالات الثلاث المنخفضة في الهدروجين

مثال (٥-٣) :

أثبت أن أكثر المسافات توقعاً لبعد الالكترون عن النواة في الحالة $n=2$ $\ell=1$ هي $4a_0$.

الحل :

إن كثافة الاحتمال القطري في حالة السوية $n=2$ ، $\ell=1$ هي :

$$P(r) = r^2|R_{2,1}(r)|^2 = r^2 \frac{1}{24a_0^3}\frac{r^2}{a_0^2}e^{-ra_0}$$

يأخذ هذا التابع قيمته العظمى في النقطة التي تعدم مشتقه الأول :

$$\frac{dp(r)}{dr} = \frac{1}{24a_0^5}\frac{d}{dr}(r^4e^{-r/a_0}) = O$$

$$= \frac{1}{24a_0^5}\left[4r^3e^{-r/a_0} + r^4(-\frac{1}{a_0})e^{-r/a_0}\right] = O$$

$$\frac{1}{24a_0^5}e^{-r/ao}\left[4r^3 - \frac{r^4}{a_0}\right] = O \Rightarrow r = 4a_o$$

وهذا يقابل نصف قطر السوية $n=2$ في نموذج بور . وكنتيجة عامة يكون نصف القطر الأكثر احتمالاً للحالة ($\ell=n-1$) هو n^2a_0 كما هو الحال في نموذج بور .

مثال (٥–٤) :

ما هو احتمال وجود الالكترون (المعرف بالعددين $\ell = o$ ، $n = 1$) أقرب إلى النواة من نصف قطر بور ؟

الحـل :

$$P(r)dr = r^2|R_{1,0}(r)|^2\, dr$$

$$= r^2 . \frac{4}{a_o^3} e^{-2r/a_o}\, dr$$

إن الاحتمال الكلي لوجود الالكترون بين $r = o$ و $r = a_o$ هو :

$$P = \int_o^{a_o} P(r)dr = \frac{4}{a^3}\int_o^{a_o} r^2 e^{-\frac{2r}{a_o}}\, dr$$

نغير المتحول $x = \frac{2r}{a_o}$ فنجد :

$$P = \frac{1}{2}\int_o^2 x^2 e^{-x} dx = 0.32$$

أي أن الالكترون يقضي 32% من وقته أقرب إلى النواة من نصف قطر بور.

مثال (٥–٥) :

أي الحالتين ($n = 2 , \ell = o$) أم ($n = 2 , \ell = 1$) أكبر احتمالاً للتواجـد ضمـن نصف قطر بور ؟

الحــل :

لدينا في الحالة $(n=2\,,\ \ell=o)$:

$$P(r)dr = r^2|R_{2,0}(r)|^2 \quad dr = r^2\,\frac{1}{8a_0^3}\left(2-\frac{r}{a_o}\right)^2 e^{-r/a_o} \quad dr$$

ويكون الاحتمال الكلي لوجود هذا الالكترون بين $r - o$ و $r = a_o$ مساوياً

$$P = \int_o^{a_o} P(r) \quad dr = \frac{1}{8a_o^3}\int_o^{a_o}\left(4r^2 - \frac{4r^3}{a_o} + \frac{r^4}{a_o^2}\right) \quad e^{r/a_o} \quad dr$$

بتغيير التحول $x = r/a_o$ يصبح التكامل من الشكل :

$$P = \frac{1}{8}\int_0^1 (4x^2 - 4x^3 + x^4) \quad e^{-x}dx = 0.034$$

أما من أجل الحالة $(n=2\,,\ \ell=1)$ فلدينا :

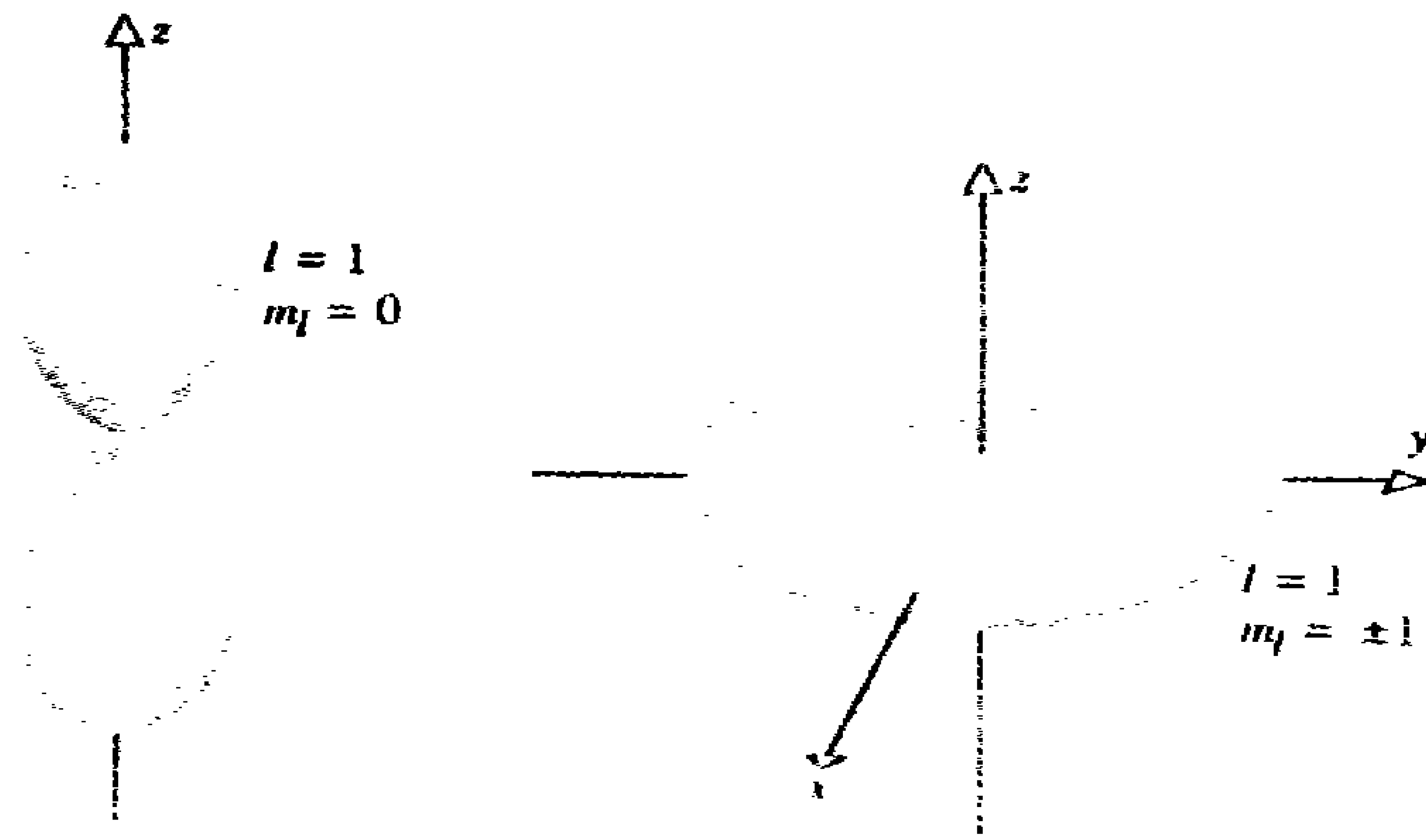
$$P(r)dr = r^2|R_{2,1}(r)|^2\, dr = r^2\,\frac{1}{24a_0^3}\,\frac{r^2}{a_0^2} \quad e^{-r/a_o}dr$$

ويكون الاحتمال الكلي لوجود هذا الالكترون بين $r = o$ و $r = a_o$ مساوياً

$$P = \int_o^{a_o} p(r) \quad dr = \frac{1}{24a_0^3}\int_o^{a_o}\frac{r^4}{a_0^2} \quad e^{-r/a_o}dr = \frac{1}{24}\int_0^1 x^4 e^{-x}dx$$
$$= 0.0037$$

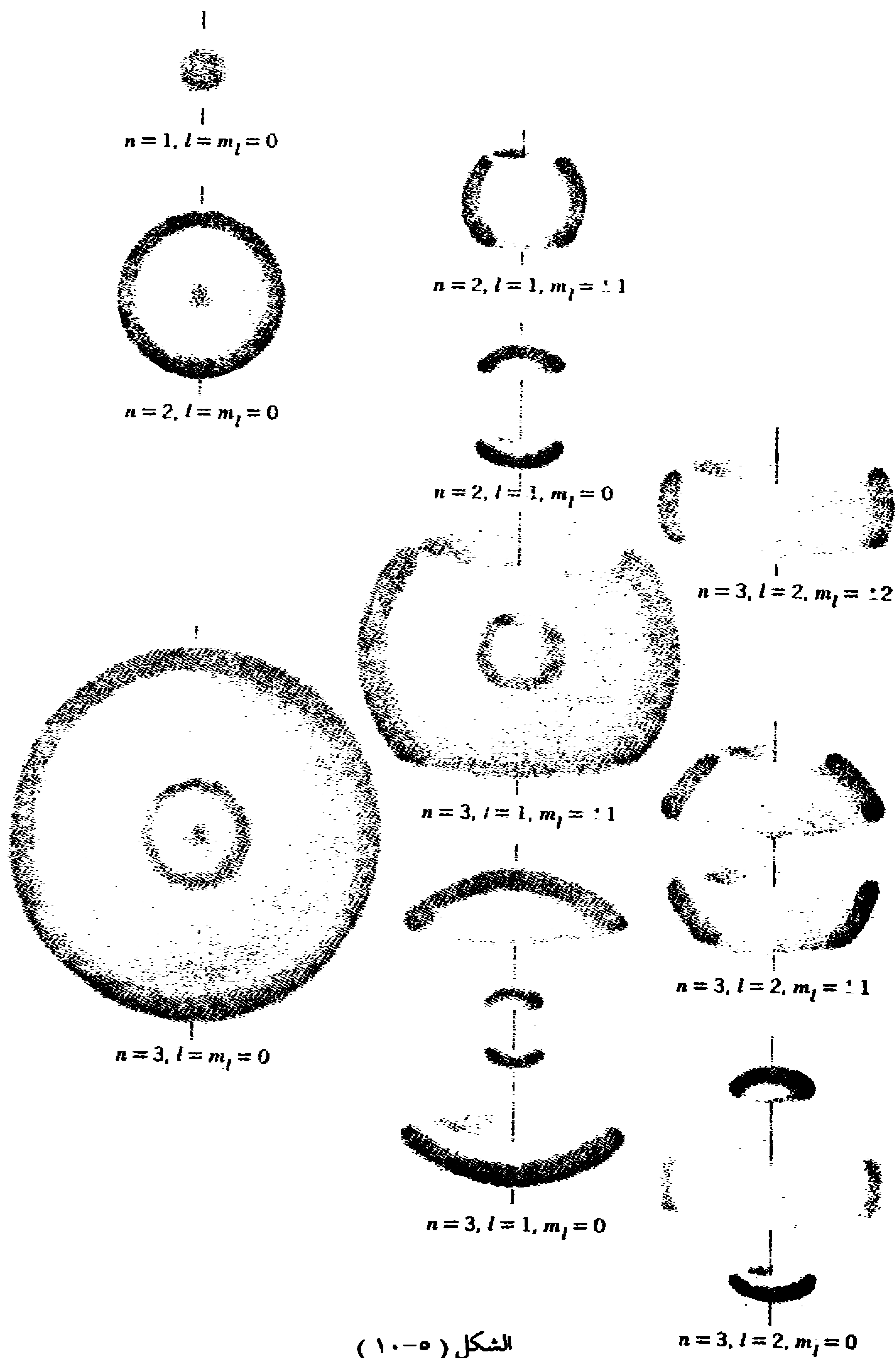
تملك السوية ($n=2, \ell=1$) احتمالاً أصغر للتواجد ضمن نصف قطر بور . وهكذا فإن الالكترونات التي تدور على مدارات اهليلجية $\ell < (n-1)$ تمضي وقتاً أكبر بالقرب من النواة من الالكترونات التي تدور على مدارات دائرية $\ell = n-1$.

يبين الشكل (٥-٩) الارتباط الزاوي لكثافة الاحتمال . فمن أجل $m_l = 0$ نتوقع أن يكون تواجد الالكترون وفق المحور z أكثر احتمالاً ، بينما يكون الاحتمال (من أجل $m_\ell = \mp 1$) أكبر لتواجد الالكترون في المستوي xy .



الشكل (٥-٩)
الارتباط الزاوي لكثافة الاحتمال

وبالطبع لا يمكن مشاهدة حركة الالكترون بصورة مباشرة في ذرة الهدروجين وكل ما نستطيع مشاهدته هو انتشار توزع الشحنة الالكترونية وفقاً للتوزع الموضعي المعطى بالاحتمال $|\psi|^2$. ونجد في الشكل (٥-١٠) بعض الأمثلة للاحتمال $|\psi|^2$.



الشكل (٥-١٠)

تمثيل $|\psi|^2$ من أجل مجموعات مختلفة من الأعداد الكمومية

٥-٥- السبن الداخلي :

لنتخيل مجموعة مغانط صغيرة متماثلة متوزعة بشكل عشوائي على سطح طاولة كما في الشكل (٥-١١) . يملك كل مغناطيس قوة نعبر عنها بالعزم المغناطيسي لثنائي الأقطاب μ ، وهو شعاع متجه من القطب الجنوبي (S) نحو القطب الشمالي (N) للمغناطيسي . يؤثر الحقل المغناطيسي الخارجي B في العزوم المغناطيسية ويحاول تدويرها لتتفق بالاتجاه معه.

فإذا افترضنا وجود قوة احتكاك صغيرة مع الطاولة ، فلن يتمكن الحقل الخارجي من توجيه جميع المغانط ، وكلما زادت قوة الحقل المغناطيسي الخارجي المطبق تحسّن توجه المغانط حيث تتحرك بنعومة واستمرار نحو الاتجاه المرغوب . يبين الشكل (٥-١٢) التجربة المقابلة لحالة المغانط أعلاه ولكن باستخدام مجموعة من ذرات الهدروجين . لنفترض أن جميع الذرات في الحالة المحدد بالعددين $\ell = 1$ و $n = 2$. يدور الالكترون حول النواة وفقاً لنموذج بور . فيبدو كحلقة يمر فيها تيار كهربائي $i = \frac{dq}{dt} = \frac{q}{T}$ حيث q هي شحنة الالكترون (e -) و T هو الزمن الذي يستغرقه الالكترون لإنجاز دورة واحدة حول النواة في مدار نصف قطره r أي: $T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi rm}{p}$. إن العزم المغناطيسي للحلقة يساوي جداء التيار بسطح الحلقة أي :

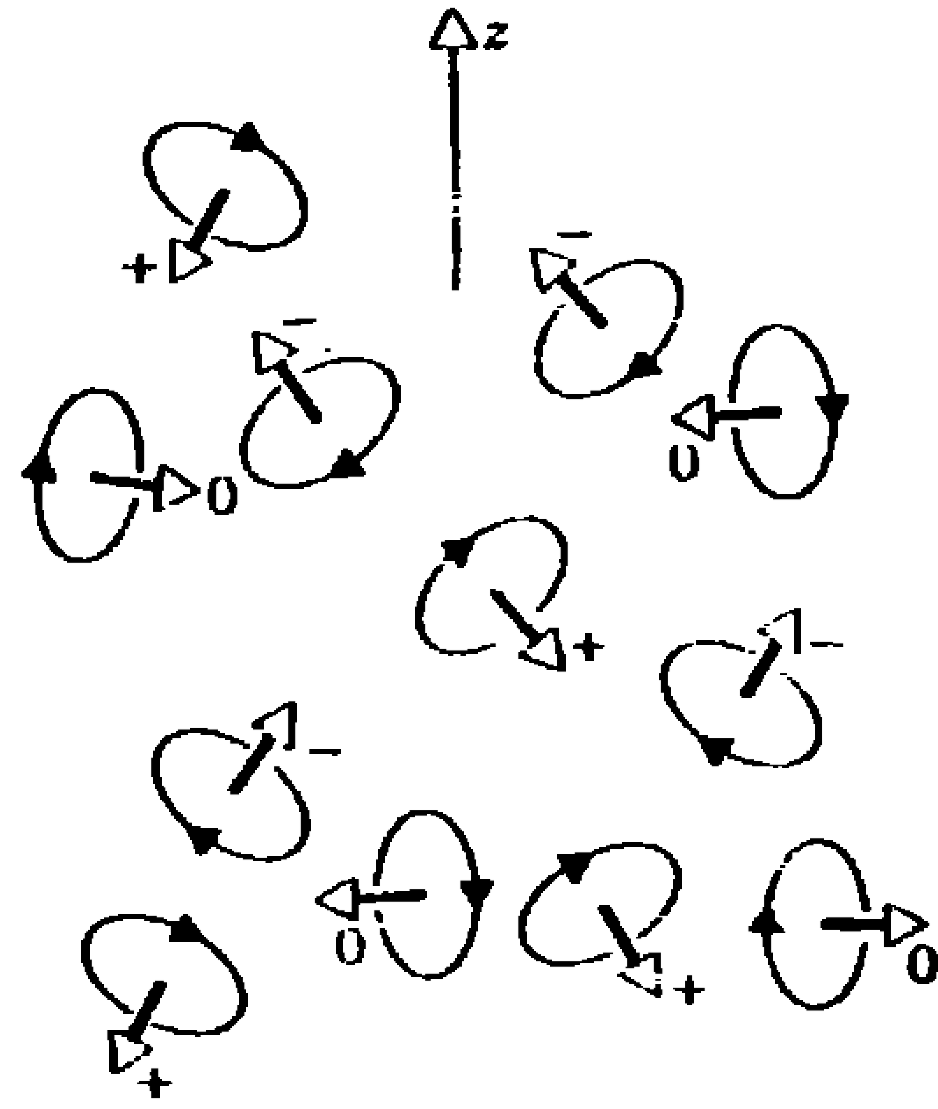
$$\mu = iA = \frac{q}{2\pi rm / p}\pi r^2 = \frac{q}{2m} rp = \frac{q}{2m}\ell \qquad (5.15)$$

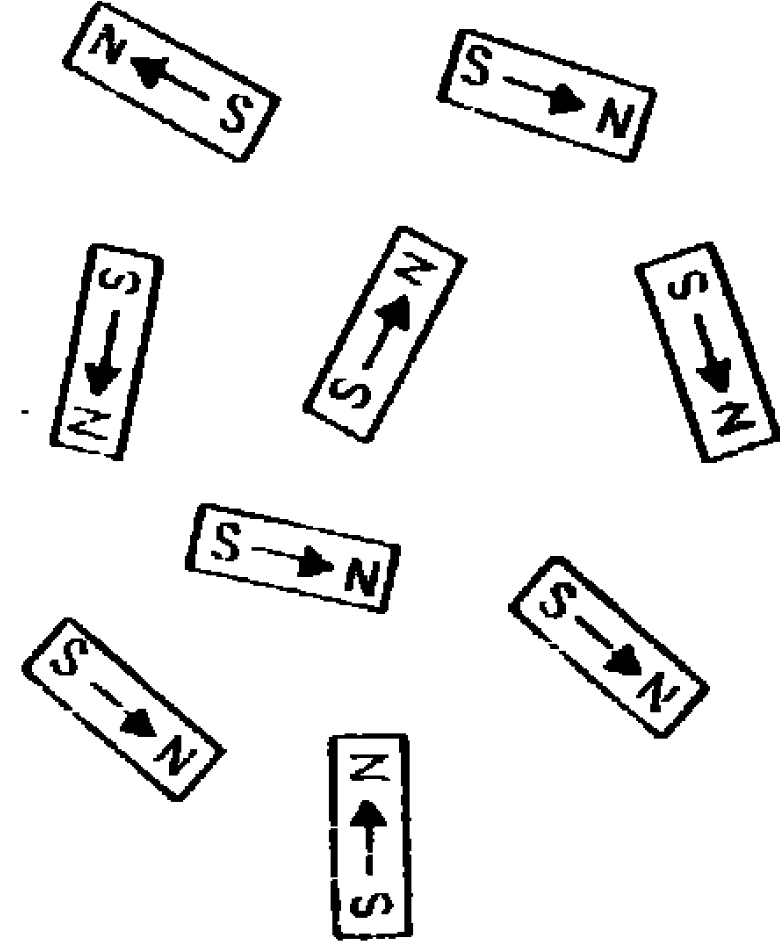
وذلك لأن $\ell = rp$. بكتابة العزم المغناطيسي كشعاع $\vec{\mu}$ وكذلك الاندفاع الزاوي $\vec{\ell}$ وباستبدال بالشحنة e - المقدار q نجد :

$$\vec{\mu} = \frac{-e}{2m}\vec{\ell} \qquad (5.16)$$

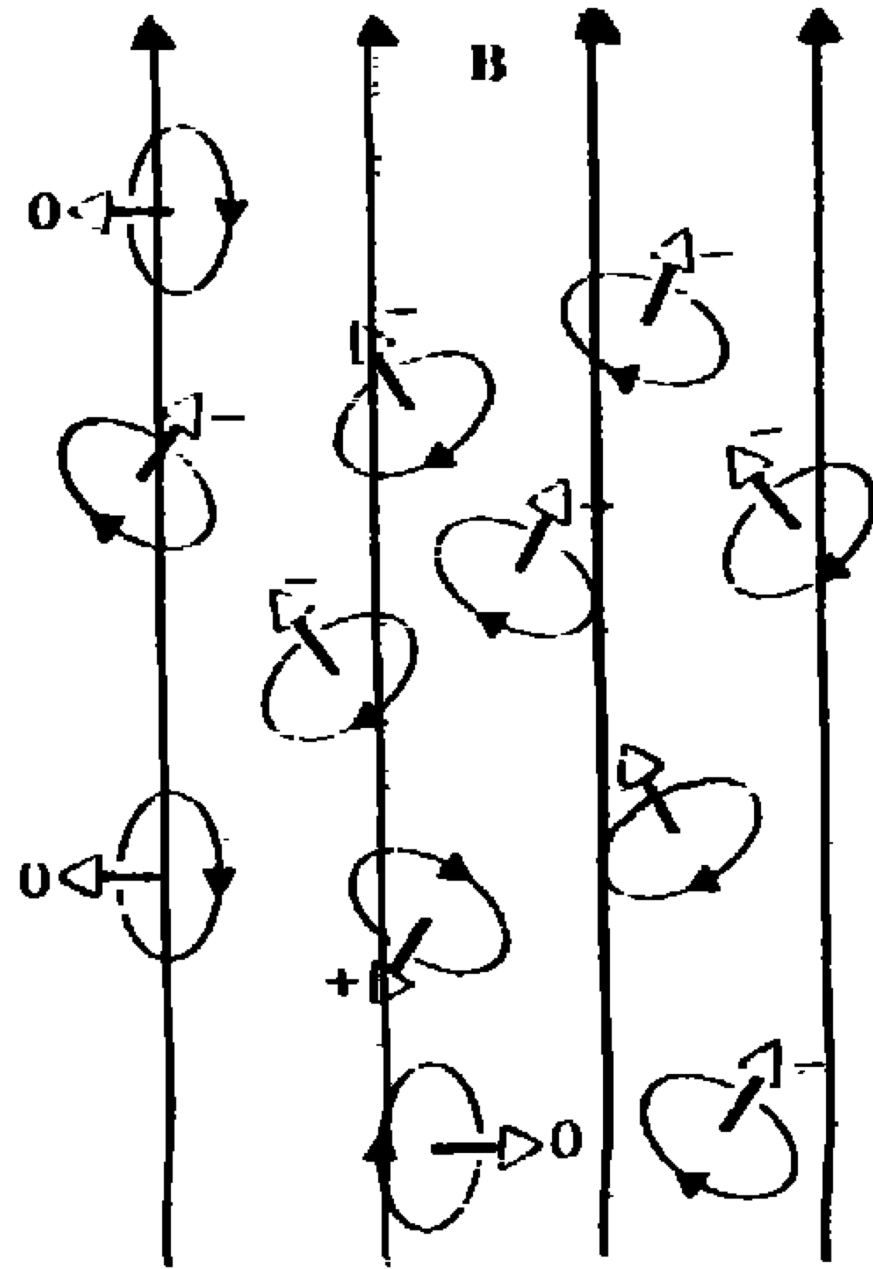
تشير الإشارة السالبة ، الآتية من شحنة الالكترون السالبة ، إلى أن للشعاعين $\vec{\mu}$ و $\vec{\ell}$ اتجاهين متعاكسين ، وتكون العزوم المغناطيسية عشوائية الاتجاه قبل تطبيق حقل مغناطيسي خارجي عليها . وبمقارنة الاتجاهات العشوائية للشكل (٥-١٢) مع تلك المقابلة للعزوم المغناطيسية التقليدية الموضحة في الشكل (٥-١١) نجد أن ثلاثة اتجاهات ممكنة للاندفاع الزاوي $\vec{\ell}$ ، وبالتالي ثلاثة اتجاهات ممكنة للعزم المغناطيسي $\vec{\mu}$ ، تتحدد بقيم m_ℓ المقابلة للعدد الكمومي ℓ أي من أجل $\ell = 1$ لدينا $m_\ell = -1 , 0 , 1$. ففي الحالة العشوائية نجد عدداً متساوياً من الذرات مقابل كل قيمة من قيم m_ℓ ، ومع زيادة شدة الحقل الخارجي المطبق تحاول العزوم المغناطيسية أن تتجه باتجاه الحقل ، ولكنها لا تستطيع التحرك بصورة مستمرة كما هو الأمر في المغانط العادية . بل تقفز من قيمة معينة لـ m_ℓ إلى قيمة أخرى .

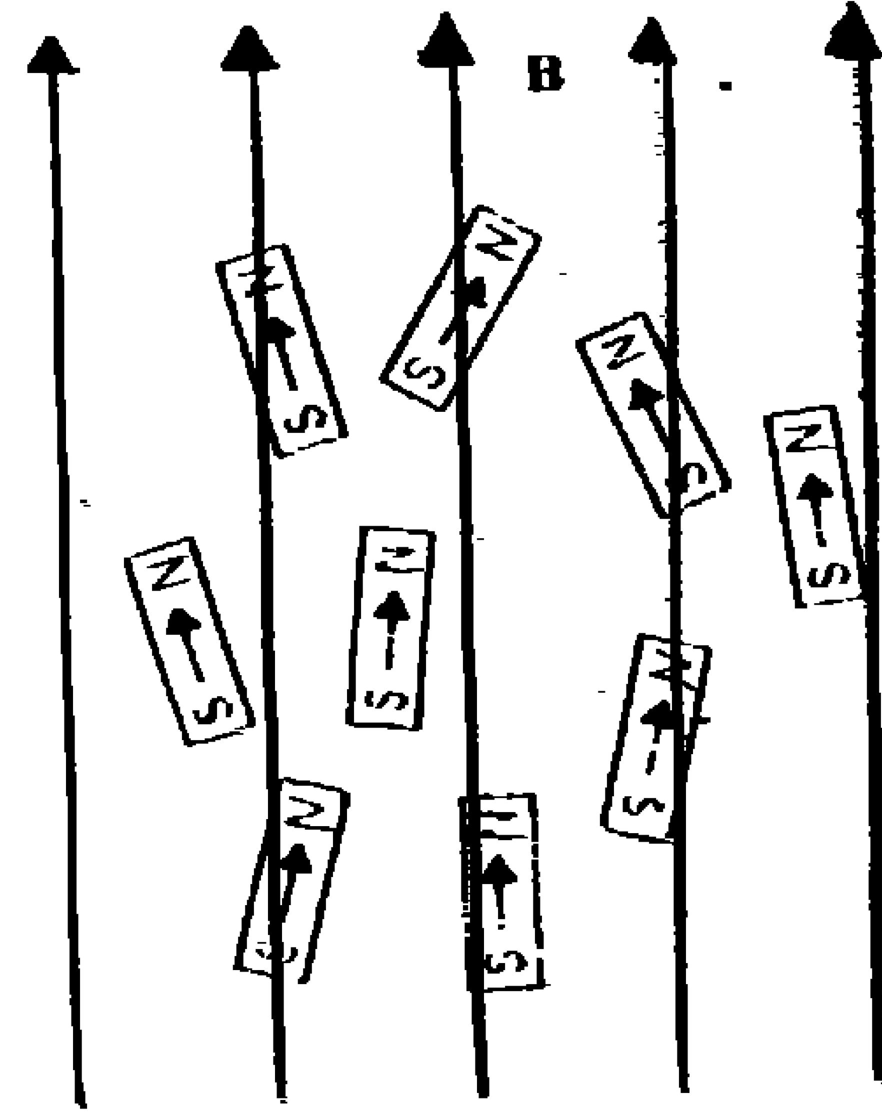
سندرس ، قبل متابعة الخواص الأخرى للعزم μ ، ثنائي الأقطاب الكهربائي الذي يملك سلوكاً مشابهاً للمغنطيس ، ويتألف من شحنتين متساويتين بالقيمة (q) ومختلفين بالإشارة وتفصلهما مسافة ثابتة قدرها r .





(a)





(b)

الشكل (٥-١٢)

مجموعة ذرات غير متفاعلة ، يشير السهم إلى اتجاه العزم المغناطيسي

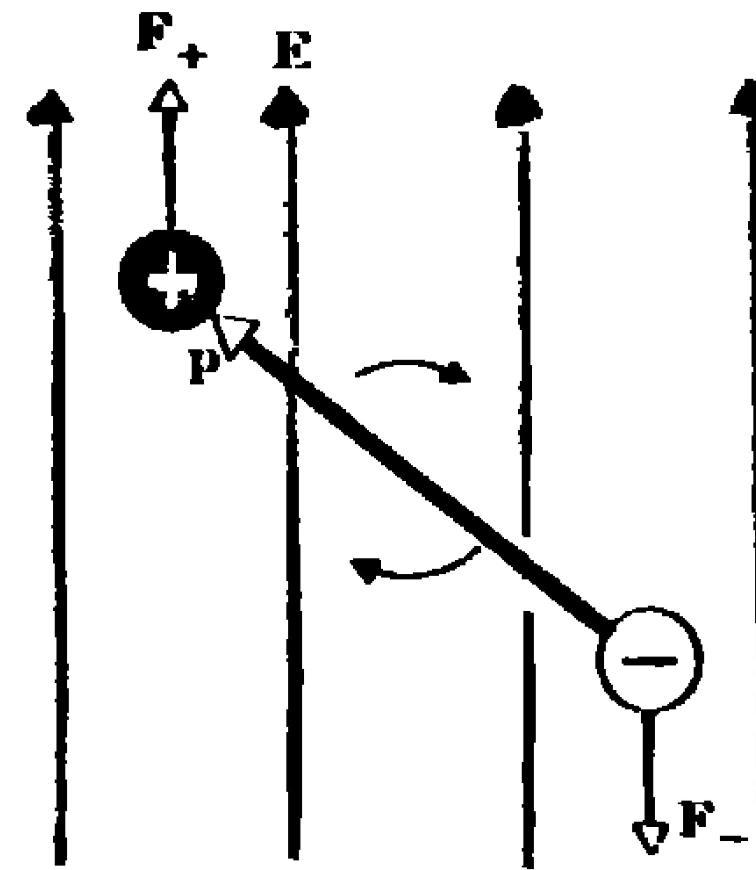
آ) قبل تطبيق الحقل الخارجي ب) بعد تطبيق الحقل الخارجي

الشكل (٥-١١)

مجموعة مغانط صغيرة

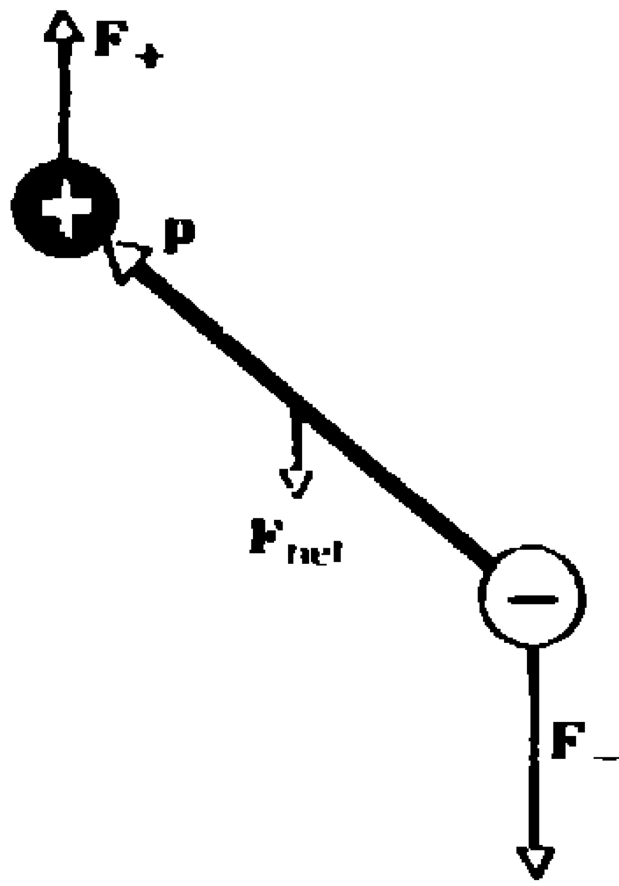
آ) قبل تطبيق الحقل الخارجي ب) بعد تطبيق الحقل

إن عزم ثنائي الأقطاب الكهربائي $\vec{p}$ يساوي الجداء qr ويتجه من الشحنة السالبة نحو الشحنة الموجبة . يخضع ثنائي الأقطاب ، تحت تأثير حقل خارجي متجانس ، إلى عزم يحاول تدويره بحيث ينطبق اتجاهه على اتجاه الحقل الخارجي كما في الشكل (٥-١٣) . أما في حالة الحقل غير المتجانس فستؤثر في الشحنة الموجبة قوة مختلفة عن التي تؤثر في الشحنة السالبة كما في الشكل (٥-١٤) عندها يحاول الحقل تدوير ثنائي الأقطاب كما يحاول تحريكه لأن محصلة القوى فيه في هذه الحالة لا تكون معدومة .



الشكل (٥-١٣)

ثنائي أقطاب ضمن حقل كهربائي متجانس

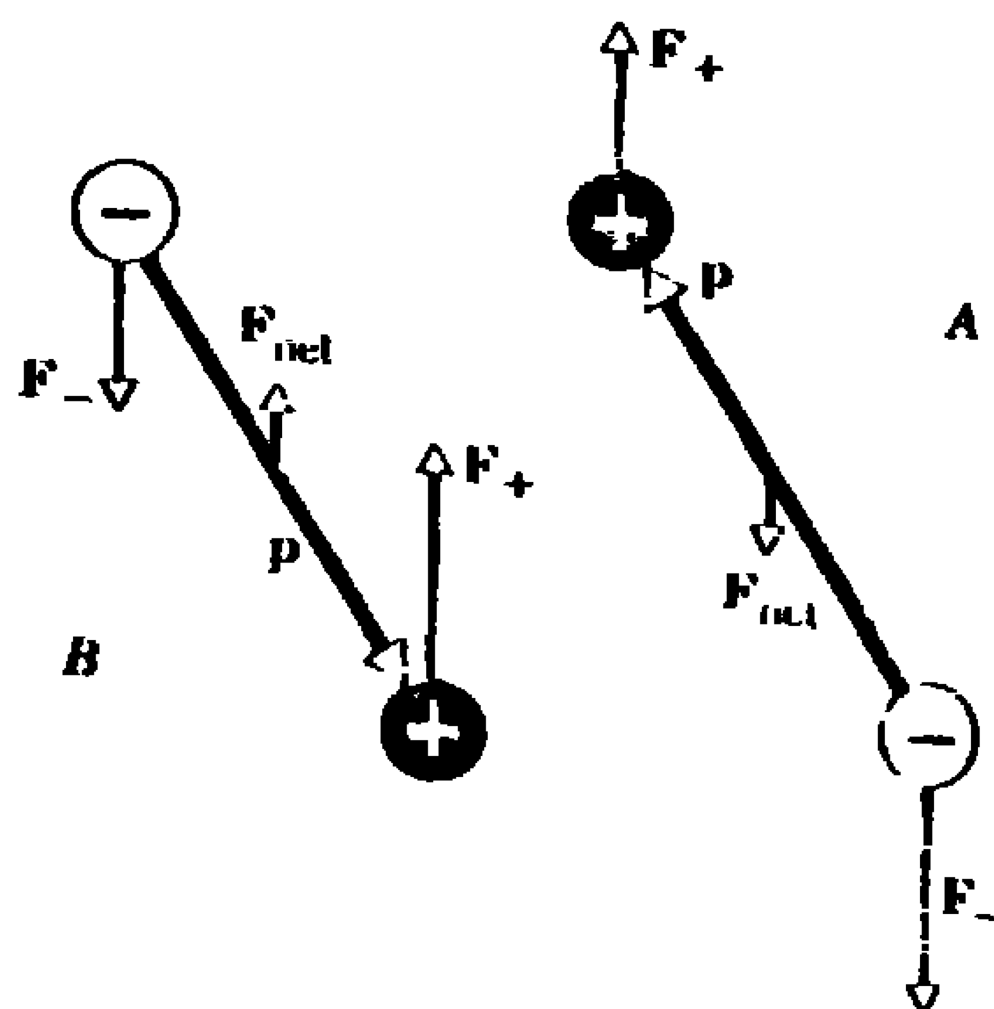


الشكل (٥-١٤)

ثنائي الأقطاب ضمن حقل كهربائي غير متجانس

لننظر الآن إلى اثنين من ثنائيات الأقطاب كما في الشكل (٥-١٥) ولنفترض أن الحقل الكهربائي في الأسفل أشد قيمة من الأعلى ، وأن الحقل متجه نحو الأعلى . سيتأثر ثنائي الأقطاب A بقوة تتجه نحو الأسفل لأن عزمه موجه نحو الأعلى والقوة المؤثرة في الشحنة السالبة فيه أكبر من القوة المؤثرة في الشحنة

الموجبة. أما الثنائي B ذو العزم الموجه نحو الأسفل فسيتأثر بمحصلة قوة نحو الأعلى لأن F_+ أكبر من F_- . ونستطيع التعبير عن هذه النتيجة بطريقة أخرى تفيدنا في عزوم ثنائيات الأقطاب المغناطيسية .



الشكل (٥-١٥)

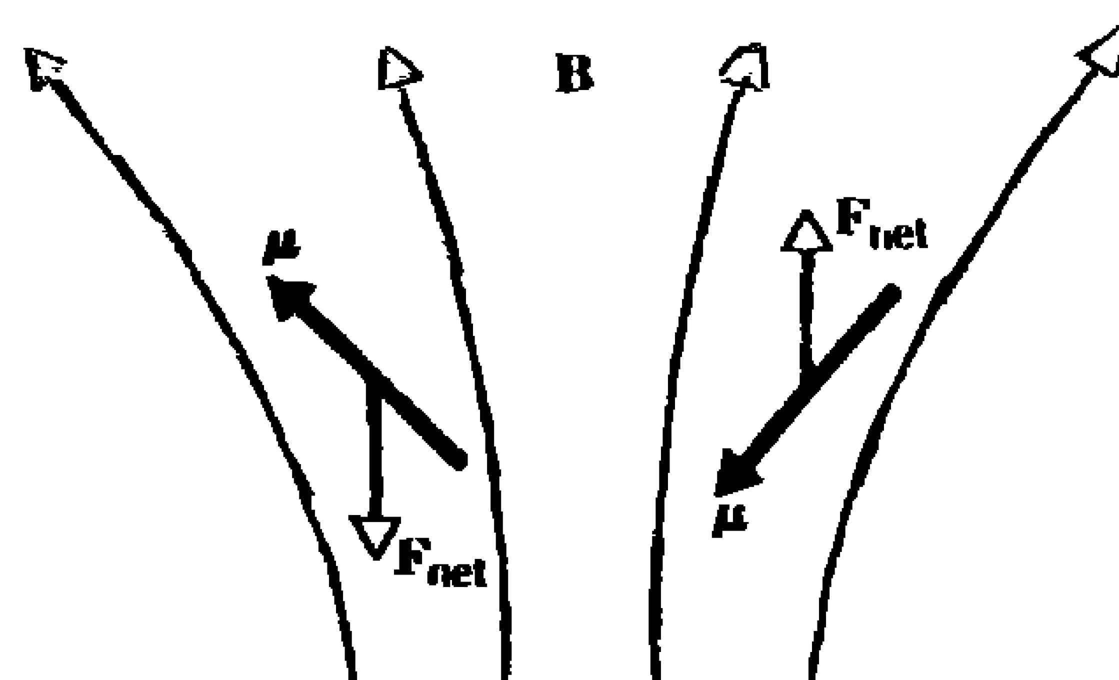
ثنائيا أقطاب بعزمين متعاكسين ضمن حقل كهربائي غير متجانس

سيتحرك ثنائي الأقطاب باتجاه معاكس لحركة ثنائي الأقطاب الآخر بتأثير محصلة القوى

لنحدد اتجاه المحور z وفق اتجاه الحقل المطبق ، ستتأثر جميع الأقطاب التي تحقق العلاقة $p_z > o$ (مثل الثنائي A) بقوة سالبة وستتحرك وفق الاتجاه السالب للمحور z ، كما ستتأثر جميع ثنائيات الأقطاب التي تحقق العلاقة $p_z < o$ (مثل الثنائي B) بقوة موجبة وتتحرك وفق الاتجاه الموجب للمحور z .

يسلك عزم ثنائي الأقطاب المغناطيسي (المغناطيس) μ السلوك نفسه [فإذا تخيلنا قطبين افتراضيين N و S فإن سلوك العزم المغناطيسي يوصف بأشكال مماثلة للأشكال (٥-١٣) و (٥-١٤) و (٥-١٥)] . أي أن الحقل المغناطيسي غير المتجانس يدوّر العزوم المغناطيسية ويؤدي إلى إزاحتها من مواضعها . يبين الشكل

(٥-١٦) سلوك العزوم المغناطيسية ذات الاتجاهات المختلفة ضمن الحقل غير المتجانس . يعطي الاتجاهان المختلفان قوتين باتجاهين متعاكسين .



الشكل (٥-١٦)
ثنائيا أقطاب مغناطيسيان ضمن حقل مغناطيسي غير متجانس
يتأثر المغناطيسان المتجهان بجهتين مختلفتين بقوتين متعاكستين

لنتصور الآن التجربة التالية التي يمثل الشكل (٥-١٧) رسماً تخطيطياً لها . لدينا مجموعة من ذرات الهدروجين في الحالة ($\ell = 1$ و $n = 2$) بحيث تتكون من عددٍ متساوٍ من الذرات في الحالات المقابلة للأعداد ($m_l = 1 \ , \ 0 , +1$) وسنفترض أننا نستطيع تنفيذ التجربة بسرعة قبل أن تنتقل الذرات من الحالة $n = 2$ إلى الحالة الأساسيى $n = 1$.

تمرر الذرات ضمن مجال خاضع لحقل مغناطيسي غير متجانس . فتتأثر الذرات ذات الحالة المقابلة لـ $m_l = 1$ بقوة نحو الأعلى فتنزاح نحو الأعلى ، بينما تتأثر الذرات ذات الحالة المقابلة لـ $m_l = -1$ بقوة نحو الأسفل وتنزاح نحو الأسفل ، أما الذرات ذات الحالة المقابلة للعدد $m_l = o$ فلا تنزاح . وسنترك هذه الحزمة من

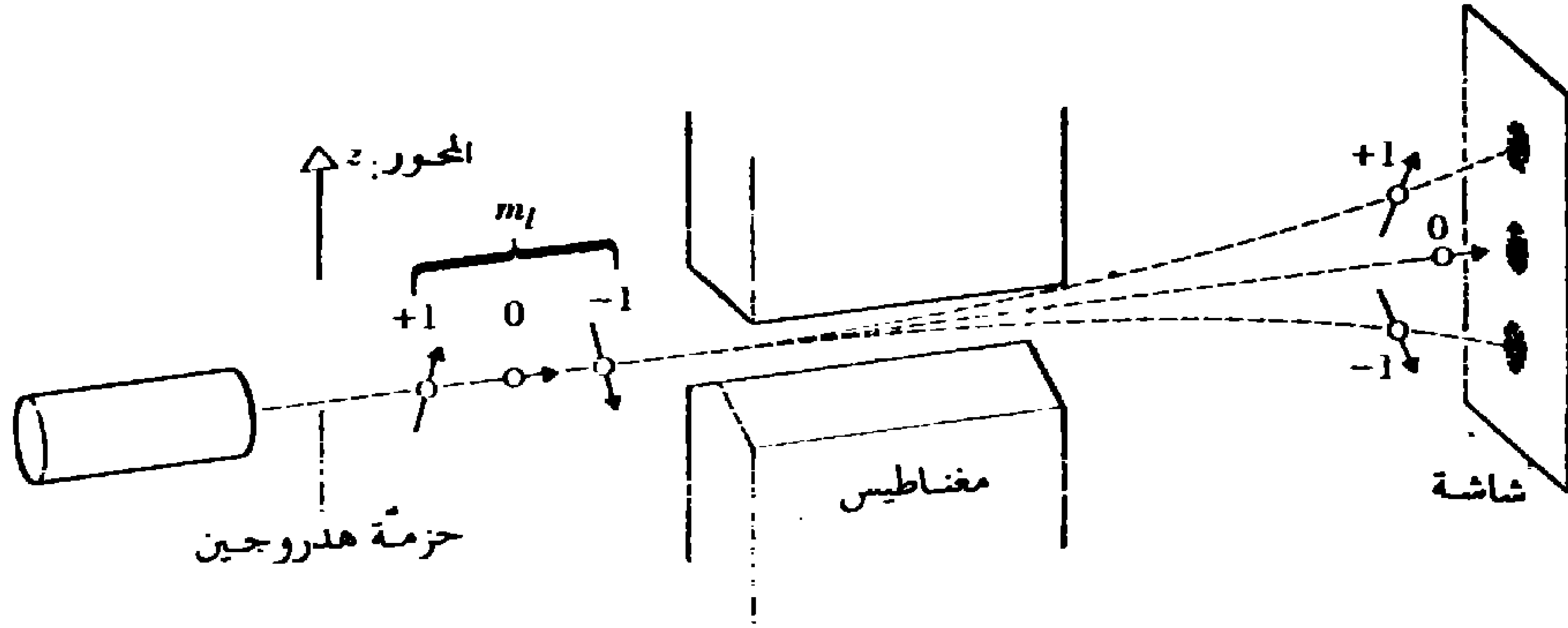
الذرات بعد مرورها ضمن الحقل لتصطدم بشاشة فتصنع بقعاً مضيئة . ففي حالة عدم وجود الحقل نتوقع أن يظهر على الشاشة بقعة مضيئة واحدة في المركز . إذ لا وجود لأي انزياح . بينما نتوقع مشاهدة ثلاث بقع عند تطبيق الحقل ، واحدة في المركز (تقابل $m_l = 0$) وثانية فوق المركز ($m_l = +1$) وثالثة تحت المركز ($m_l = -1$) . فإذا كانت الذرات في حالتها الأساسية ($\ell = 0$) نتوقع أن نشاهد بقعة واحدة في حالة تطبيق الحقل أو عدمه . وإذا استطعنا وضع الذرات في الحالة الموافقة لـ ($\ell = 2$) عندها نتوقع أن نشاهد خمس بقع مضيئة ، أي أن عدد البقع المضيئة يساوي عدد قيم m_l المختلفة . ونستطيع اقناع أنفسنا أن هذا العدد هو ($2\ell + 1$) وبما أن ℓ تأخذ القيم .... 0 , 1 , 2 , 3 فإن المقدار ($2\ell + 1$) يأخذ القيم ... 1 , 3 , 5 , 7 أي أننا نتوقع أن نشاهد على الشاشة دوماً عدداً فردياً من البقع المضيئة . ولكن تنفيذ التجربة فعلاً مع ذرات الهدروجين المثارة ($\ell = 1$) أعطى أربع بقع ضوئية وليس ثلاثاً !! كما أننا سنجد بقعتين عند تنفيذ التجربة على ذرات الهدروجين في الحالة الأساسية ($\ell = 0$) وليس بقعة واحدة !! تمثل إحداها إزاحة نحو الأعلى والثانية نحو الأسفل ، أي أن الذرة تملك عزماً مغناطيسياً حتى من أجل $\ell = 0$ وذلك خلافاً للعلاقة (5.16)

نُفذت هذه التجربة من قبل العالمين شيترن وغرلاك عام ١٩٢١ ، فاستخدما حزمة من ذرات الفضة ، فبرغم كون البنية الالكترونية للفضة أعقد من بنية الهدروجين إلا أن المبدأ ينطبق في الحالتين ، فالعدد الكمومي ℓ في الفضة يأخذ القيم ... 0 , 1 , 2 , 3 لذلك نتوقع أن يظهر على الشاشة عدد فردي من البقع المضيئة، ولكنهما لاحظا انقسام الحزمة إلى اثنتين وظهور بقعتين مضيئتين على الشاشة .

وكان ظهور البقعتين عوضاً عن الانتشار العريض المتواصل دليلاً كافياً على تكميم الفضاء ، إذ يمكن لتوجهات العزوم المغناطيسية الكلاسيكية أن تأخذ كل الاتجاهات الممكنة وهذا يؤدي إلى نموذج منتشر على الشاشة . ولكن وجود عدد من البقع المضيئة يعني أن العزوم المغناطيسية الذرية تأخذ اتجاهات معينة في الفضاء تقابل قيماً للاندفاع الزاوي .

فإذا اعتمدنا على مناقشتنا السابقة في عدد البقع المضيئة على الشاشة ، فلكي يُظهرُ بقعتين يجب أن يكون $2\ell + 1 = 2$ أو $\ell = ½$ وهذا مستحيل لأن الحل الرياضي لعادلة شرودينغر يفرض على ℓ قيماً صحيحة 0 ، 1 , 2 ، 3 .... ولحل هذه المشكلة لا بد من إدخال فكرة العزم الزاوي الداخلي .

يرتبط بحركة الأرض نوعان من العزوم الزاوية ، الأول هو العزم الزاوي المداري لحركة الأرض حول الشمس ، والثاني هو العزم الزاوي الداخلي لدوران الأرض حول محورها . وبالمثل يكون للألكترون عزم زاوي مداري ℓ ، وهو يرتبط بحركة الالكترون حول النواة ، وعزم زاوي داخلي s ، كما لو أن الالكترون يدور حول محوره الخاص . لذلك يدعى s عادة بالسبن الداخلي (إن فكرة النظر إلى الالكترون ككرة صغيرة مشحونة تدور حول محورها ، هي فكرة مفيدة تماماً مثل نموذج بور ، ولكن لسوء الحظ ليست صحيحة . ومع ذلك قد يحدث أحياناً خلال تقدم العلوم إدخال فكرة صحيحة لسبب خاطىء . فبعد إدخال فكرة دوران الالكترون حول نفسه عام ١٩٢٥ ، أظهر ديراك أن الوصف النسبي للالكترون في النظرية الكمومية يعطي سبن الالكترون كعدد كمومي إضافي) .

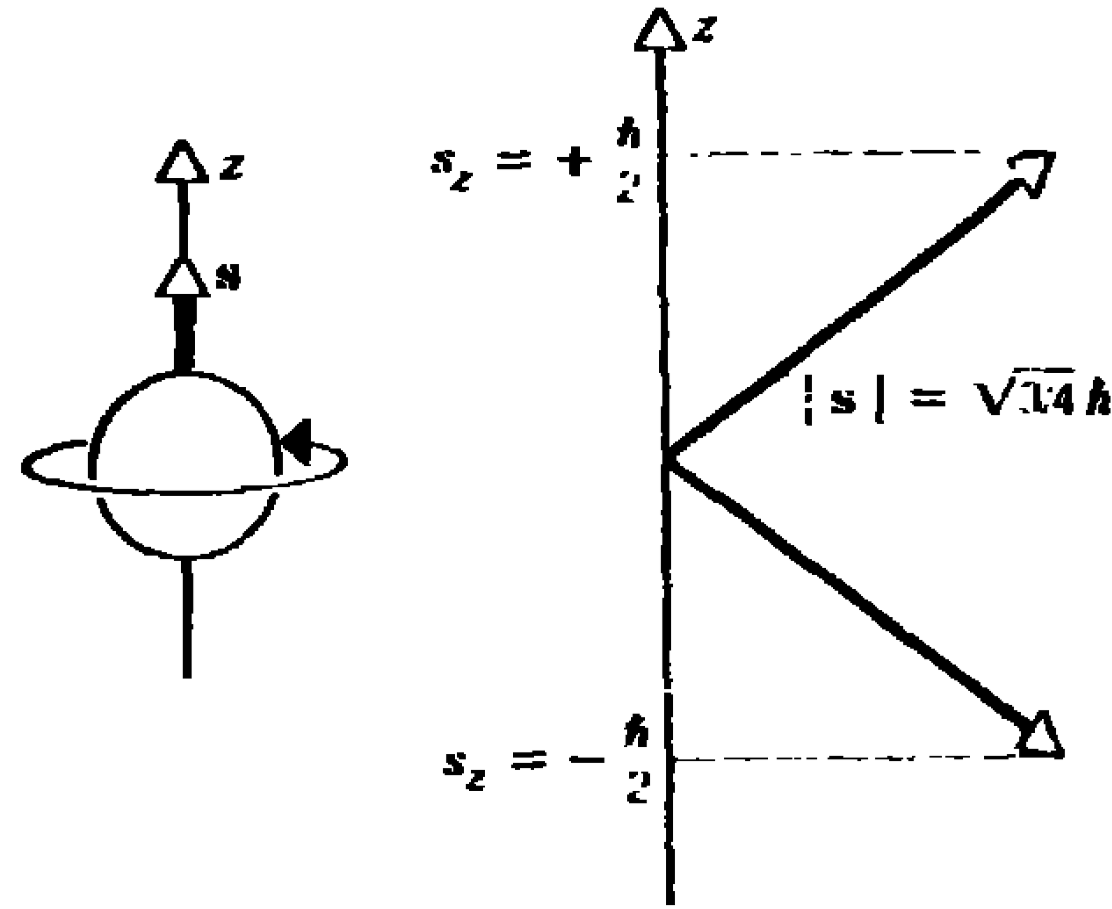


الشكل (٥-١٧)

مخطط لتجربة شتيرن - غرلاك

تدخل حزمة ذرية مجالاً لحقل مغناطيسي غير متجانس . تتأثر الذرات التي تملك عزوماً مغناطيسية متعاكسة بقوتين متعاكستين في الاتجاه

ولكي نستطيع تفسير تجربة شتيرن - غرلاك لا بد من منح الالكترون سبيناً داخلياً يساوي ½ . يتصرف السبن الداخلي كالعزم الزاوي المداري ، أي أن هناك عدداً كمومياً s (يمكن عده دليلاً ناتجاً من الحل الرياضي) يقترن به عزم مغناطيسي هو $\vec{\mu}_s = (-\frac{e}{m})\vec{S}$ ، وله طول يساوي $|S| = \sqrt{S(S+1)}\hbar$ ومركبة وفق المحور z تساوي $S_z = m_s\hbar$ أي عدد كمومي m_s يأخذ القيمتين $\mp\frac{1}{2}$ ويبين الشكل (٥-١٨) خواص الشعاع $\vec{S}$.



الشكل (٥-١٨)

سبن الالكترون وتوجهه في الفضاء

٥-٦- سويات الطاقة لذرة الهدورجين :

وصفنا سابقاً جميع الحالات الالكترونية الممكنة في ذرات الهدروجين باستعمال ثلاثة أعداد كمومية (n, ℓ, m_l) ثم وجدنا خاصة رابعة للالكترون هي السبن ، تتطلب إدخال عدد كمومي رابع يساوي ½ دوماً (ونعدّه خاصة أساسية من خواص الالكترون مثل شحنته وكتلته السكونية) ونحتاج لتحديد قيمة العدد الكمومي $(\frac{1}{2}$ أو $-\frac{1}{2})$ والذي يمثل مركبة S وفق المحور z . أي أن الوصف الكامل للحالة الالكترونية يتطلب أربعة أعداد كمومية هي (n, ℓ, m_ℓ, m_s) .

إن الحالة الأساسية للهدروجين مثلاً والتي وصفناها سابقاً بالأعداد $(n, \ell, m_l) = (1, 0, 0)$ تصبح بعد إضافة m_s وفق أحد الشكلين (½ ,0 ,0 ,1) أو (½- ,1,0,0) . فانطباق الحالة الأساسية في الهدروجين يساوي 2 . أما الحالة المثارة الأولى فيمكن أن تأخذ ثمانية أشكال مختلفة هي:(½ ,0 ,0 ,2) ، (½ - ,0 ,0 ,2) ،

، (2, 1, -1, ½) ، (2, 1, 0, - ½) ، (2, 1, 1, ½) ، (2, 1, 0, - ½) ، (2, 1, 1, ½)
. (2, 1, -1, - ½)

وبما أن كل تشكيل سابق (n, ℓ, m_l) ينقسم إلى تشكيلين يقابلان القيمتين $m_s = \mp\frac{1}{2}$. فيكون الانطباق لكل سوية مساوياً $2n^2$.

ولا يظهر الفرق بين قيم m_l و m_s إلا بوجود الذرة ضمن حقل مغناطيسي خارجي . ولا تكون قيم m_l و m_s مهمة في معظم التطبيقات العملية ، ولا تذكر إلا عندما يراد الإشارة إلى سوية محددة ضمن الذرة . لذلك سنستعمل رموزاً مختلفة، تعرف بالرموز الطيفية ، في الإشارة إلى السويات. فنرمز لمختلف قيم العدد ℓ بأحرف ، فمن أجل القيمة $\ell = 0$ نستعمل الحرف S ومن أجل $\ell = 1$ نستعمل الحرف P وهكذا وفق ما يلي :

قيم ℓ	0	1	2	3	4	5	6
الرمز	s	p	d	f	g	h	i

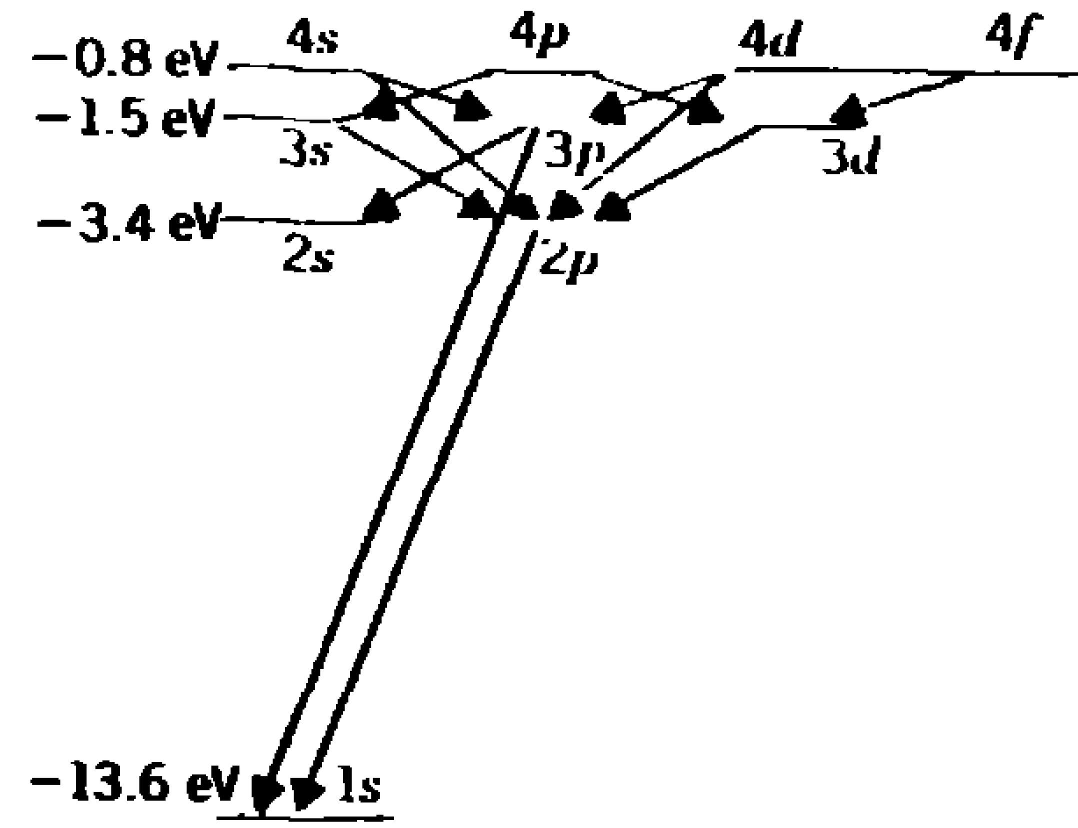
وقد أخذت الأحرف الأربعة الأولى من العبارة (sharp) حاد ، (principal) رئيسي (diffuse) منتشر ، (fundamental) أساسي ، ورتبت باقي الحروف وفق تسلسل الأبجدية الانكليزية .

ففي هذه الرموز نشير إلى الحالة الأساسية للهدروجين بـ 1 s وفيه رمزنا للعدد n ثم للعدد ℓ . ويبين الشكل (٥-١٩) أدلة سويات الهدروجين وفق الرموز الطيفية . كما يوضح الشكل (٥-١٩) خطوطاً تمثل بعض الفوتونات المختلفة التي يمكن إصدارها عندما تقوم الذرة بانتقال من حالة إلى أخرى ، وتشير هذه الخطوط إلى خاصة إضافية لمخطط السوية تدعى بقاعدة الانتقاء . فليست

جميع الانتقالات ممكنة . فبحل معادلة شرودينغر ثم استعمال الحلول في احتمـالات الانتقال نجد أن الانتقالات الأكثر احتمالاً هي التي يتغير فيها العدد ℓ بمقدار واحـد أي أن قاعدة الانتقاء هي :

$$\Delta \ \ell = \mp \ 1 \qquad (5.17)$$

فالســوية 3 S لا تســتطيع إصـدار فوتون في انتقـال نحـو الســوية 2 S لأن ($\Delta \ \ell = 0$) ، ولكنها تنتقل نحو السوية 2P ($\Delta \ \ell = 1$) . ولا يوجـد قـاعدة انتقـاء خاصة بالعدد n فالسوية 3P يمكن أن تنتقل إلى السوية 2S أو 1S (وليس 2P) .



الشكل (٥-١٩)

مخطط نموذجي لسويات الطاقة في الهدروجين ، يوضح الرموز الطيفية للسويات والانتقالات التي تحقق قاعدة الانتقاء $\Delta \ \ell = \mp \ 1$

٥-٧- مفعول زيمان :

لنفترض أن الالكترونات لا تملـك سبيناً وبالتـالي لا تملـك عزمـاً مغناطيسـياً سبينياً . ولنفترض أننا وضعنا ذرة هدروجـين في الحالـة المثـارة 2P ثـم طبقنـا عليهـا

حقلاً مغناطيسياً خارجياً $\vec{B}$ سيتفاعل العزم المغناطيسي $\vec{\mu}$ المرتبط بالعزم الزاوي المداري مع الحقل المغناطيسي الخارجي وتعطى الطاقة المرتبطة بهذا التفاعل بالعلاقة:

$$V = -\vec{\mu}.\vec{B} \qquad (5.18)$$

أي أن العزوم المغناطيسية المتوجهة باتجاه الحقل تملك طاقة أقل من تلك المتوجهة باتجاه معاكس للحقل المطبق . فإذا افترضنا أن الحقل باتجاه z فباستعمال العلاقة (5.17) نجد :

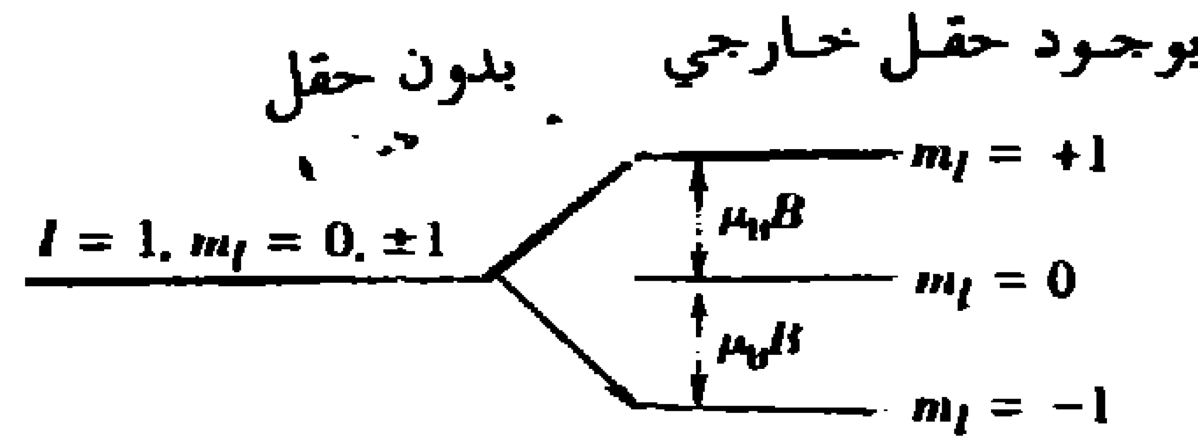
$$V = -(-\frac{e}{2m}\vec{\ell}).\vec{B} = \frac{e}{2m}\ell_z B \qquad (5.19)$$

وبما أن $\ell_z = m_\ell \hbar$ ينتج :

$$V = m_\ell (\frac{e\hbar}{2m})B = m_\ell \mu_B B \qquad (5.20)$$

وتعرف النسبة $\frac{e\hbar}{2m}$ بمغناطون بور ويرمز لها بالرمز μ_B وتساوي : 9.27×10^{-24} J/T .

فبغياب الحقل المغناطيسي يكون للسوية 2P طاقة معينة قدرها $E_2 = -3.4$ ev، أما عند تطبيق الحقل المغناطيسي فتصبح : $E_2 + v = E_2 + m_l \mu_B B$ ، أي ستنقسم إلى ثلاثة سويات وفقاً لقيم m_l كما في الشكل (٥-٢٠) .



الشكل (٥-٢٠)

انقسام زيمان للسوية $\ell = 1$ بتأثير حقل مغناطيسي خارجي وقد أُهمل سبن الالكترونات فالطاقة بوجود الحقل المغناطيسي تختلف باختلاف قيم m_l

سنفترض الآن أن الذرة تصدر فوتوناً بانتقالها إلى الحالة الأساسية (1S) ، فبغياب الحقل المغناطيسي يصدر فوتوناً واحداً طاقته 10.2 ev ويقابل طولاً موجياً قدره 122 nm . أما بوجود الحقل المغناطيسي فيصدر ثلاثة فوتونات ممكنة طاقاتها 10.2 ev ، $10.2\ ev + \mu_B B$ ، $10.2\ ev - \mu_B B$ وتحسب أطوالها الموجية وفق العلاقة $E = hc/\lambda$.

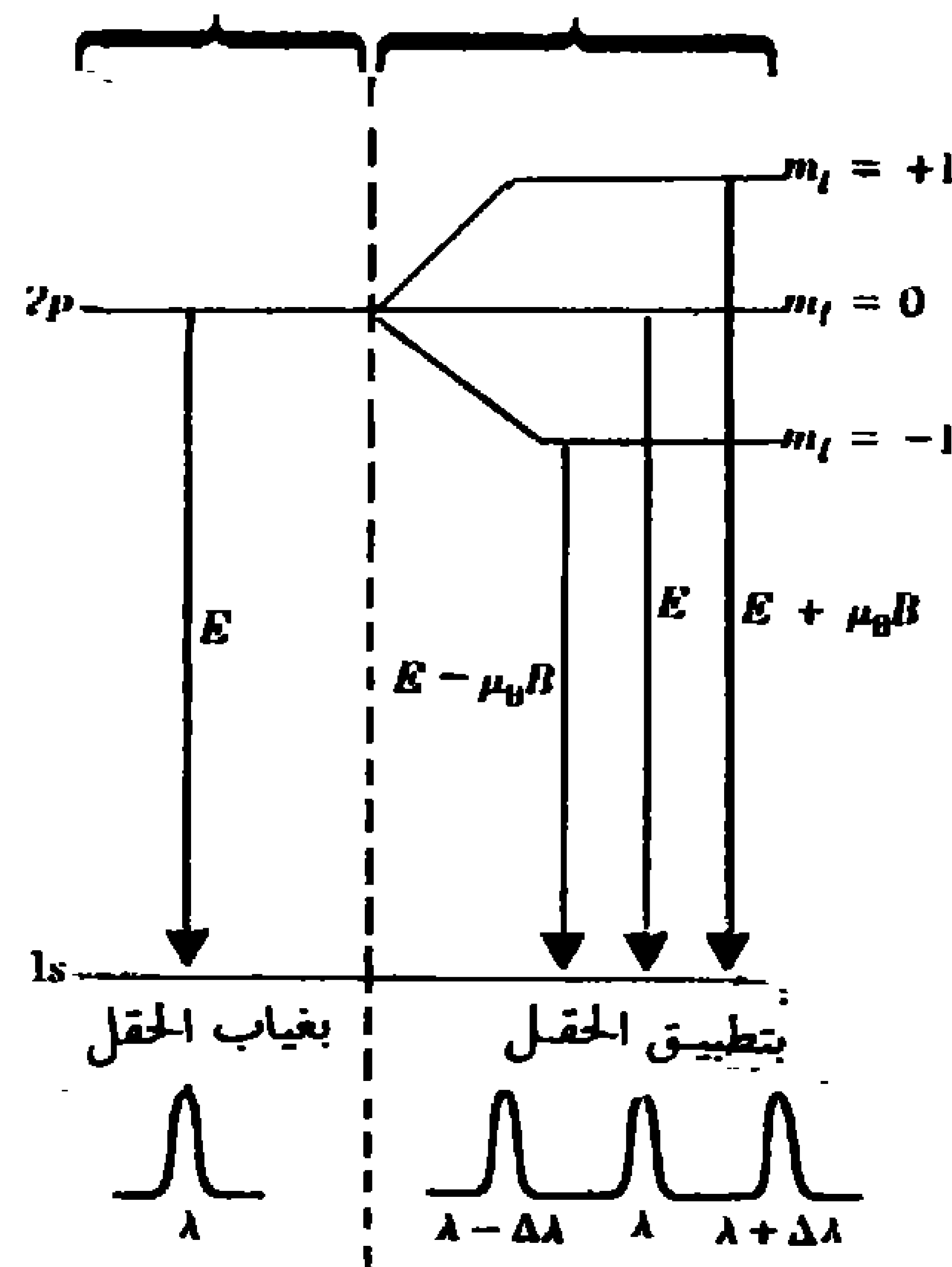
لندرس الآن تأثير تغير في الطاقة ($\Delta E = \mu_B B$) في الأطوال الموجية ، فبأخذ تفاضل علاقة الطاقة نجد :

$$dE = -\frac{hc}{\lambda^2} d\lambda \qquad (5.21)$$

وبأخذ القيم المطلقة للتغيرات الصغيرة نجد :

$$\Delta \lambda = \frac{\lambda^2}{hc} \Delta E \qquad (5.22)$$

ويوضح الشكل (٥-٢١) الانتقالات الثلاثة ، كما يظهر مثالاً لنتائج قياس الأطوال الموجية الصادرة .



الشكل (٥-٢١)

مفعول زيمان الطبيعي

بتطبيق الحقل يصبح الطول الموجي الواحد ثلاثة أطوال موجية منفصلة

عند تحليل الانتقالات بين الحالات المقابلة لقيم مختلفة من m_l نحتاج إلى قاعدة انتقاء ثانية . فالانتقالات الممكنة هي التي تتغير فيها m_l بمقدار 0 أو 1 + أو 1 - .

مثال (٥-٦) :

احسب تغير طول موجة فوتتون صادر عن الانتقال $2P \rightarrow 1S$ عند وضع ذرات الهدروجين ضمن حقل مغناطيسي قدره 2.00 T .

الحل :

إن طاقة الفوتون تساوي : $E = \frac{-13.6}{4} + 13.6 = 10.2 \text{ ev}$

وطول الموجة المواكبة له : $\lambda = \frac{hc}{E} = \frac{1240}{10.2} = 122 \text{ nm}$

وتغير الطاقة للسوية يساوي : $\Delta E = \mu_B . B$

$$= 9.27 \times 10^{-24}\, 2 = 18.5 \times 10^{-24}\, J = 11.6 \times 10^{-5}\, ev$$

وبتطبييق العلاقة (5.22) نجد :

$$\Delta \lambda = \frac{\lambda^2}{hc} \Delta E = \frac{122^2}{1240} \times 11.6 \times 10^{-5} = 0.00139 \;\; nm$$

وهكذا نجد أنه بتطبيق حقل مغناطيسي قوي نسبياً يكون تغير الطول الموجي صغيراً .

تعد التجربة التي تحدثنا عنها مثالاً على مفعول زيمان ، ألا وهو انقسام الطول الموجي الواحد إلى عدة أطوال موجية منفصلة عند تطبيق حقل مغناطيسي . ففي مفعول زيمان الطبيعي ينقسم الخط الطيفي الواحد إلى ثلاث مركبات وهذا يحدث لذرات لا تملك سبيناً (لجميع الالكترونات سبينات خلافاً لما افترضناه ، ولكن في بعض الذرات متعددة الالكترونات يمكن للسبينات أن تتزاوج مثنى مثنى ويفني بعضها بعضاً ، فتتصرف الذرة كذرة معدومة السبن) ففي عالمنا ، السبن موجود ، لذلك يجب أن ننظر إلى أثر العزم الزاوي المداري إضافة إلى العزم السبيني ، وينتج من ذلك نموذج انقسام أكثر تعقيداً ، وتنقسم الخطوط الطيفية إلى عدد أكبر من المركبات وهي حالة تدعى بمفعول زيمان العمم .

٥-٨- البنية الدقيقة :

أظهر التحليل الدقيق لخطوط الإصدار في حالة الهدروجين بنية مضاعفة ، فلا يظهر الخط على شكل منفرد بل كخطين قريبين جداً من بعضهما . سنعالج في هذه الفقرة سبب هذه البنية المضاعفة المعروفة بالبنية الدقيقة .

كان يُعتقد ، لعدة قرون خلت ، أن الأرض هي مركز الكـون وأن الشـمس تدور حول الأرض ، أما اليوم فنعلم أننا نحصل على تفسير أفضل للقوانين الفيزيائيـة التي تحكم سلوك المجموعة الشمسية عندما نختـار جملـة مرجعيـة تـدور فيهـا الأرض حول الشمس ، ولا يوجد جملة مرجعية أكثر صحة مـن جملـة أخـرى ، وإنمـا يُعـدّ اختيار جملة معينة دون أخرى مسألة ملاءمة وأفضلية تفرضها المسألة المدروسة .

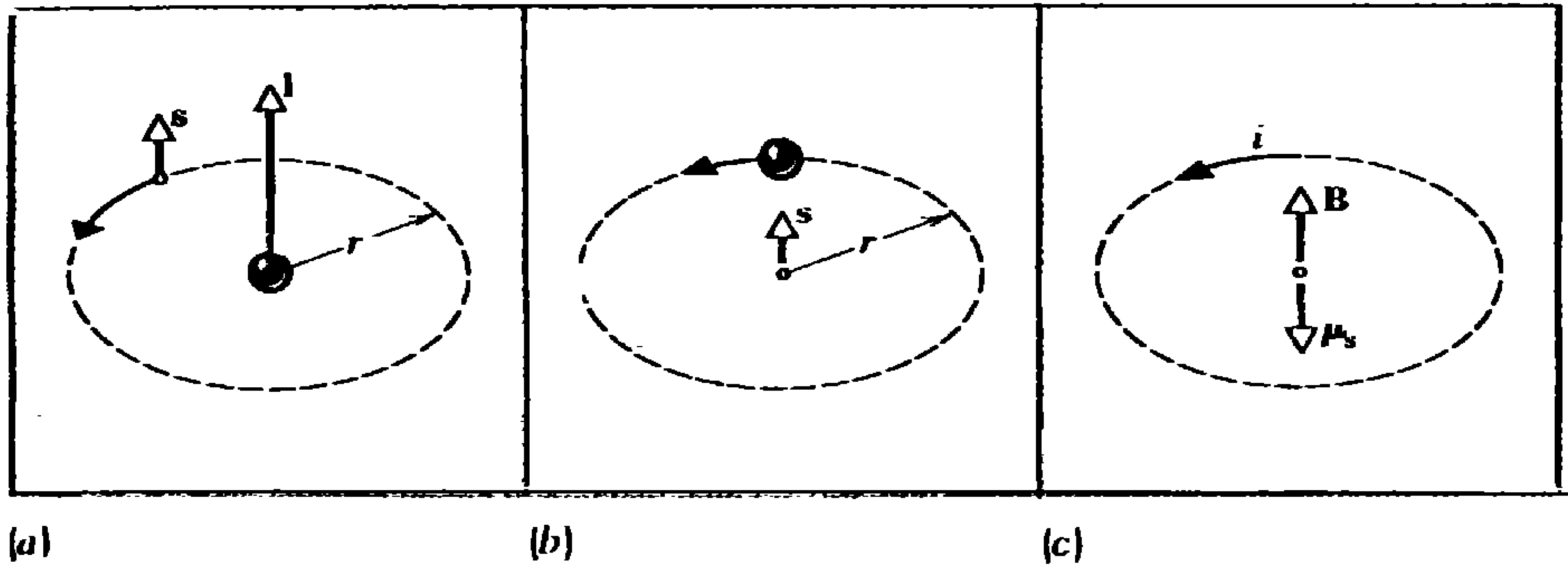
من الملائـم في حسـاباتنا الآن أن نفحـص ذرة الهدروجـين في إطـار مرجعـي مرتبط بالالكترون حيث تبدو النواة فيه تدور حـول الالكـترون ، تمامـاً كمـا تبـدو الشمس وكأنها تدور حول الأرض . كما أننا سنعالج الأمـر وفقـاً لنمـوذج بـور ، فنصل إلى نتائج صحيحة أيضاً في الفيزياء الكمومية .يبـين الشـكل (٥-٢٢) ذرة الهدروجين في جملة مرجعية مرتبطة بالالكترون ، وتبدو حركة البروتون على شـكل مدار دائـري نصـف قطـره r وكأنهـا تيـار يسـري في حلقـة ، وهـذا يعطـي حقـلاً مغناطيسياً B عند موضـع الالكـترون . يتفـاعل هـذا الحقـل مـع العـزم المغناطيسـي السبيني للالكترون $\mu_s = (\frac{-e}{m})\ S$. وتعطـى طاقـة التفـاعل للعـزم المغناطيسـي μ_s ضمن حقل مغناطيسي بالعلاقة:

$$V = -\vec{\mu}_s \ . \ \vec{B} \qquad (5.23)$$

أي أنه في حالة توازي $\vec{\mu}_s$ مع $\vec{B}$ تكون الطاقة ($V = -\mu_s B$) أخفض من حالة التعاكس ($V = \mu_s B$) فإذا عرّفنا اتجاهاً موجباً للمحور z وفق الحقل $\vec{B}$ نجد :

$$V = -\vec{\mu}_s.\vec{B} = \frac{e}{m}\vec{S}.\vec{B} = \frac{e}{m}S_z B \qquad (5.24)$$

ويمكن للمركبة S_z أن تأخذ قيمتين فقط هما $(\frac{1}{2}\hbar$ أو $-\frac{1}{2}\hbar)$ وتكون الحالة المقابلة للقيمة $S_z = \frac{1}{2}\hbar$ مزاحة إلى الأعلى بطاقة قدرها $V = \frac{e\hbar}{2m}B = \mu_B B$ ، أما الحالة المقابلة للقيمة $S_g = -\frac{1}{2}\hbar$ فتكون مزاحة نحو الأسفل بطاقة قدرها $\mu_B B$.



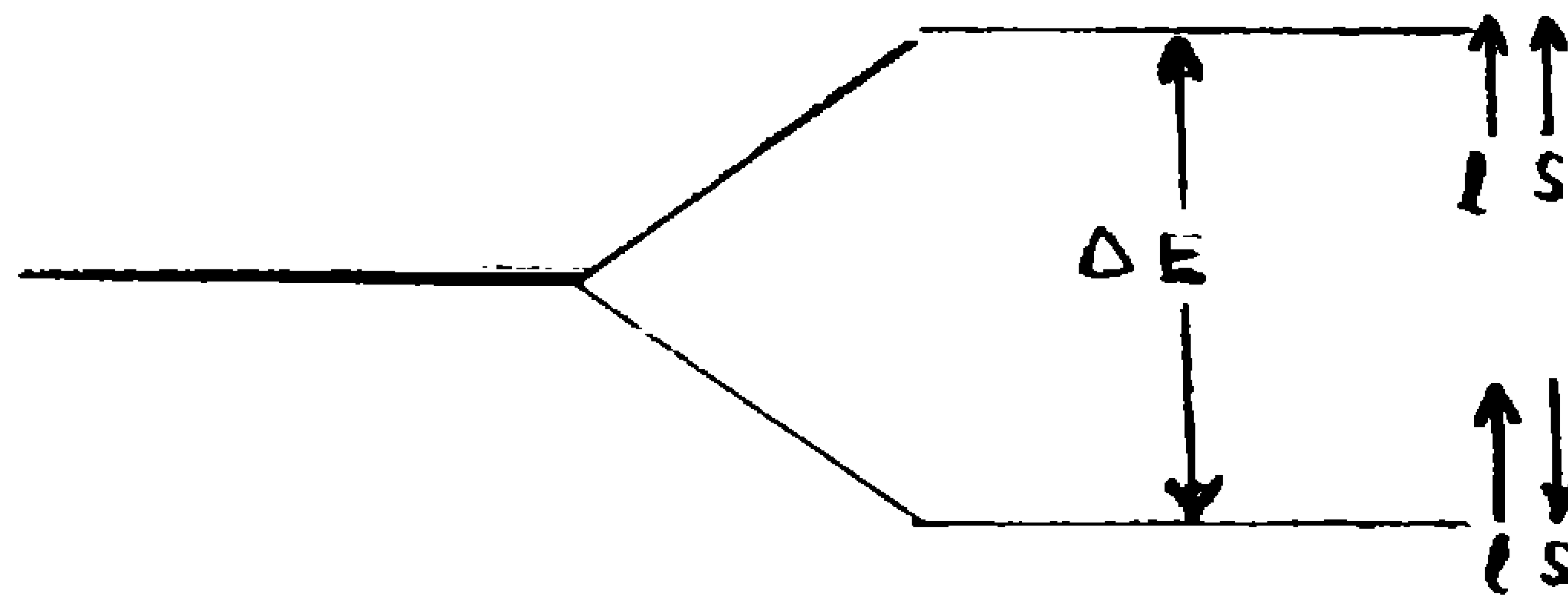
الشكل (٥-٢٢)

(a) يدور الالكترون حول النواة ، يتوازى سبن الالكترون مع العزم المداري ℓ . (b) من وجهة نظر الالكترون، يدور البروتون كما هو مبين بالشكل . (c) يمكن تمثيل البروتون الدائر بتيار كهربائي i يسبب حقلاً مغناطيسياً B عند موضع الالكترون ، يعاكس السبن في هذه الحالة العزم الزاوي

تبدو النتيجة حتى الآن مشابهة لما رأيناه في مفعول زيمان ، ولكن لا بد من التأكيد على الاختلاف الهام : وهو أن الحقل المغناطيسي B في هذه الحالة ليس حقلاً مخبرياً يمكننا تشغيله أو إيقافه ، بل هو حقل ناتج من الحركة الظاهرية للبروتون ، أي أنه موجود دوماً .

يبين الشكل (٥-٢٢) الكتروناً يدور حول النواة بشكل يتوازى فيه سبينه S مع العزم الزاوي ℓ فمن وجهة نظر الالكترون ، يبدو أن البرتون هو الذي يدور، وبما أنه يملك شحنة موجبة فهو يكافيء تيار حلقة يؤدي إلى حقل مغناطيسي موجه نحو الأعلى وذلك وفق قاعدة اليمنى وبما أن $\mu_s = -(\frac{e}{m})S$ فإن μ_s و S يعاكس كل منهما الآخر وبالتالي يعاكس B اتجاه μ_s .

لقد حسبنا سابقاً مقدار انزياح هذه الحالة نحو الأعلى ، وهكذا فعندما يتوازى كل من S و ℓ تنزاح الطاقة نحو الأعلى بمقدار $\mu_B B$ ، لذلك نتوقع انقسام كل سوية إلى حالتين تكون طاقة العليا مقابلة لتوازي ℓ و S ، وطاقة الحالة الدنيا مقابلة لتعاكس ℓ و S ، ونجد في الشكل (٥-٢٣) تمثيلاً لما ورد ذكره .



الشكل (٥-٢٣)
انقسام البنية في ذرة الهدروين . الحالة المقابلة لتوازي ℓ و S أعلى قليلاً من طاقة الحالة المقابلة لتعاكس ℓ و S

يمكننا تقدير الفرق بين الحالتين وفق نموذج بور . إذ ينتج عن الحلقة الدائرية التي يمر بها تيار شدته I ، حقل مغناطيسي في مركز الحلقة مقداره :

$$B = \frac{\mu_o i}{2r} \qquad (5.25)$$

إن التيار i ما هو إلا الشحنة الدائرية في الحلقة مقسومة على الزمن اللازم لدورة واحدة ، وهذا الزمن يساوي محيط الدائرة مقسوماً على سرعة الألكترون في المدار أي :

$$B = \frac{\mu_o}{2r} \cdot \frac{e}{T} = \frac{\mu_o e}{2r} \cdot \frac{u}{2\pi r} \qquad (5.26)$$

وبما أن الحالة المقابلة لتوازي ℓ و s مزاحة نحو الأعلى وتلك المقابلة لتعاكسهما مزاحة نحو الأسفل فإن الفرق بين طاقتيهما يساوي :

$$\Delta \quad E = 2V = 2\mu_B B = \frac{\mu_o e u}{2\pi r^2} \cdot \mu_B \qquad (5.27)$$

وبما أن العزم الزاوي المداري في نموذج بور يساوي $\ell = mur$ وهو مكمم أي $\ell = mur = n\hbar$ فإن سرعة الألكترون في مدار نصف قطره r تعطى بالعلاقة $u = \frac{n\hbar}{mr}$ ومنه :

$$\Delta \quad E = \frac{\mu_o e^2 \hbar^2 n}{4\pi m^2 r^3} \qquad (5.28)$$

كما أن أءصاف أقطار المدارات في نموذج بور يعطى بالعلاقة :

$$r_n = \frac{4\pi\varepsilon_o\hbar^2}{me^2}n^2 \qquad (5.29)$$

ومنه نجد :

$$\Delta\ E = \frac{\mu_o e^2\hbar^2 n}{4\pi\ m^2} \cdot \frac{m^3e^6}{(4\pi\varepsilon_o)^3\ \hbar^6} \cdot \frac{1}{n^6}$$

$$= \frac{\mu_o me^8}{256\pi^4\varepsilon_o^3\hbar^4} \cdot \frac{1}{n^5} \qquad (5.30)$$

يمكننا كتابة هـذه الصيغة بصـورة أبسـط إذا تذكرنا أن $C^2 = \frac{1}{\varepsilon_o\mu_o}$ وأن $\alpha = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_o\hbar C}$ فنجد :

$$\Delta\ E = (mC^2)\alpha^4\frac{1}{n^5} \qquad (5.32)$$

نعرف الثابت α بثابت البنية الدقيقة وهي ثابتة لا أبعاد لهـا وتسـاوي $\alpha \approx \frac{1}{137}$ فمن أجل $n = 2$ في ذرة الهدروجين نتوقع أن يكون الفرق بين طاقتي الحالتين (حالة توازي ℓ و S وحالة تعاكس ℓ و S) مساوياً :

$$0.511 \times (\frac{1}{137})^4 \times \frac{1}{32} = 4.53 \times 10^{-5} ev$$

ونستطيع مقارنة هذا التقدير مع الانقسام المشاهد تجريبياً في حالة الخط الأول من سلسلة ليمان والذي يعطي 4.54×10^{-5} ev . وهكذا نجد ، رغم استخدامنا لنموذج بور وليس التوابع الموجية لذرة الهدروجين ، أن الوفاق مع النتائج التجريبية ممتاز . (وهو أمر محرج لأننا لم ندخل التأثير النسبي في الحساب ، ولكن الصدفة هي التي أعطت القيمة الصحيحة) .

- مسائل -

١ - اذكر المجموعات الممكنة من الأعداد الكمومية المقابلة للحالـة $n = 4$ في ذرة الهدروجين .

٢ - ما هي القيم الممكنة للعدد الكمومي ℓ من أجل $n = 6$ ؟ ما هــي القيــم الممكنة للعدد الكمومي m_ℓ من أجل $\ell = 6$ ؟ ما هي أصغر قيمة ممكنة للعدد n لكي يكون للعدد ℓ القيمة 4 ؟ ما هي أصغر قيمة ممكنة للعدد ℓ التي يمكن أن يكون لها مركبة وفق المحور z قدرها $4\hbar$ ؟

٣ - الكترون موجود في الحالة المقابلة لـ $n = 4$ و $\ell = 3$ من ذرة الهدروجـين. آ) ما هو طول شعاع العزم الزاوي المداري لهذا الألكترون ؟ ب) ما هو عدد القيــم المختلفة لمركبات العزم الزاوي المداري الممكن وفق المحور z ؟ جـ) اذكــر المركبـات الممكنة وفق المحور z . د) ما هي الزوايا التي يصنعها الشعاع ℓ مع المحـور z ؟ هــ) هل تتغير الأجوبة في آ و ب و جــ عندمـا يصبـح العـدد الكمومـي الرئيـس $n = 5$ عوضاً عن 4 ؟

٤ - ما هي الزوايا التي يصنعها الشعاع $\vec{\ell}$ مع المحور z في الحالة $\ell = 2$ ؟

٥ - أثبت أن التوابع الموجية المقابلة للأعداد (1,0,0) و (2,00) الموجودة في الجدول (5.1) منظّمة .

٦ – أثبت أن الحلول المقابلة للأعداد (2,1,0) و (2,0,0) الموجودة في الجدول (5.1) هما حلاّن للمعادلة (5.3) ويقابلان لطاقة الحالة المثارة الأولى في ذرة الهدروجين .

٧ – أثبت بالتعويض المباشر أن التابع الموجي المقابل للأعداد (1,0,0) هو حل للمعادلة (5.3) المقابلة للحالة الأساسية في ذرة الهدروجين .

٨ – أثبت أن كثافة الاحتمال الموضعية للسوية 1S تأخذ قيمتها العظمى عند $r = a_o$.

٩ – أوجد قيم r التي تقابل كثافة احتمال موضعية عظمى للحالة $(n=2, \ell=0)$.

١٠ – ما هو احتمال وجود الألكترون ذي الحالة $(n=2, \ell=1)$ بين $r = a_o$ و $r = a_o$ ؟

١١ – أوجد احتمالي وجود الألكترون في الحالتين $(n = 2, \ell = 0)$ و $(n = 2, \ell = 1)$ على بعد أكبر من $5\,a_o$ من النواة ، أي الحالتين تملك احتمال وجود أكبر بعيداً عن النواة ؟

١٢ – يمكن التوصل إلى متوسط نصف قطر الذرة بالعلاقة $\int_0^\infty r p(r) dr$.
أثبت أن متوسط قيم r للحالة 1S بالنسبة للهدروجين هو $\frac{3}{2}a_o$ علّل سبب كون هذا المتوسط أكبر من a_o .

١٣ – أوجد [مستخدماً علاقة المتوسط في المسألة (١٢)] متوسط أنصاف الأقطار للحالتين 2S و 2P .

١٤ – يمكن حساب متوسط قيم الطاقة الكامنة للألكترون في ذرة الهدروجين باستعمال العلاقة : $V_{ov} = \int_0^\infty v(r)p(r)dr$. أوجد الطاقة الكامنة في الحالة 1S وقارنها مع العلاقة الكامنة المحسوبة باستخدام نموذج بور للحالة $n = 1$.

١٥ – آ) أثبت أن القوة المستعرضة المطبقة على الذرة في تجربة شترن – غلارك تعطى بالعلاقة : $F_z = \hbar_z(\frac{dB_z}{dz})$. ب) إذا كان مصدر الألكترون هو فرن درجة حرارته 1000 k ، وكان تدرج الحقل المغناطيسي 10 T/m، وطول مجال الحقل المغناطيسي 1 m ، وكذلك طول المجال الحر بين المجال المغناطيسي والشاشة هو 1 m . افترض أي شيء آخر يلزمك وقدّر المسافة بين النقاط المشاهدة على الشاشة .

١٦ – اذكر الحالات المثارة التي يمكن للحالة 4 p أن تنتقل إليها مصدرة الطاقة على شكل إشعاع .

١٧ – تنتقل ذرة هدروجين مثارة في الحالة 5 g نحو الحالة الأساسية وفق سلسلة من الانتقالات اذكر مستعيناً بمخطط مشابه للشكل (٥–١٩) الانتقالات المتتالية الممكنة . وكرر السؤال من أجل ذرة في الحالة 5 d .

١٨ – لننظر إلى مفعول زيمان الطبيعي وقد طُبّق على الانتقال من 3 d إلى 2 p . آ) ارسم مخططاً للطاقة وأظهر فيه انقسام كل سوية تحت تأثير الحقل المغناطيسي الخارجي . ثم أشر إلى جميع الانتقالات الممكنة من كل حالة لـ m_l في السوية 3 d إلى كل حالة لـ m_l في السوية 2 p . ب) حدّد الانتقالات المحققة لقاعدة الانتقاء ($\Delta m_l = \pm 1$ أو 0) . جـ) أثبت أن هناك ثلاثة انتقالات مسموحة فقط .

١٩ – وضعت مجموعة من ذرات الهدروجين ضمن حقل مغناطيسي شدته 3.50 T أوجد (مهملاً أثر سبينات الألكترونات) الأطوال الموجية لثلاث مركبات من مركبات زيمان الطبيعية وذلك آ) في حالة الانتقال من 3 d إلى 2 p .

ب) في حالة الانتقال من 3 S إلى 3 p .

٢٠ – احسب الأطوال الموجية لمركبات الخط الأول في سلسلة ليمان آخذاً في الحسبان البنية الدقيقة للسوية 2 p .

٢١ – احسب الطاقات والأطوال الموجية للانتقالات من الحالة 3 d إلى الحالة 2 p آخذاً في الحسبان البنية الدقيقة للسويتين . كم مركبة للأطوال الموجية يمكن أن تتواجد في هذا الانتقال ؟

الفصل السادس

- الذرات متعددة الالكترونات -

عندما نحاول بناء نموذج يساعدنا على فهم بنية وخواص الذرات متعددة الالكترونات تبرز عدة صعوبات ، ففي ذرة الهليوم مثلاً ذات الشحنة النووية $Z = 2$ ، نجد الكترونين، وعندما نقَربّ الالكترون الأول من النواة سنمر خلال سويات الطاقة التي تحددّها دراستنا السابقة لذرة الهدروجين من أجل $Z = 2$ وهكذا حتى السوية الأساسية حيث يشغل هذا الالكترون الحالة 1S . وعندما نُقّرب الالكترون الثاني نحو النواة سيتأثر بجذب النواة ($Z = 2$) ودفع الالكترون الأول (سيظهر الالكترون الأول الموجود في الحالة 1S على شكل سحابة كروية مشحونة محيطة بالنواة) . أي أن الالكترون الثاني سيتأثر بمحصلة قوة جاذبة نحو النواة أضعف من تلك التي تؤثر بها نواة عددها الذري $Z = 2$ فنقول إن الالكترون الثاني سيتأثر بشحنة فعلية تساهم فيها النواة بـ +2 والالكترون الأول بـ -1 أي $Z_{eff} = + 1$. ومع اقتراب الالكترون الثاني من النواة يشعر الالكترون الأول بدفع الالكترون الثاني فتتغير سويات الطاقة التي كان يشغلها الالكترون الأول . تدعى مسألة التفاعل بين ثلاثة الكترونات أو أكثر بمسألة الأجسام المتعددة . ومن الصعب جداً بل قد يكون مستحيلاً حل جملة بسيطة من المعادلات التي تحدد سوية الطاقة لذرة تملك عدة الكترونات . لذلك نستخدم طرائق تقريبية بسبب الصعوبة الرياضية في الحصول على حلول لهذه المسألة.

سنناقش بعض النتائج العامة لسويات الطاقة في حالة الذرات متعددة الالكترونات وسيكون هدفنا في هذا الفصل فهم بعض خواص الذرات (الكيميائية ، الكهربائية ، المغناطيسية ، الضوئية ، الخ ...) انطلاقاً من سويات الطاقة .

ستواجهنا أيضاً مشكلة تحديد السوية التي سيشغلها الكترون معين في الذرات متعددة الالكترونات . إذ نتوقع أن يتوضع الالكترون عند أخفض سوية طاقة ممكنة، فاستناداً إلى نموذجنا السابق سيؤدي هذا الافتراض إلى وجود جميع الالكترونات في الحالة 1S .

إن مثل هذه الذرة تعطي تغيرات ناعمة منتظمة في الخواص الذرية عند الإنتقال من ذرة تملك (Z) الكتروناً إلى تلك التي تملك ($Z+1$) الكتروناً ، ولقد وجد أن بعض الخواص الفيزيائية مثل طاقة الأشعة السينية الصادرة عن الذرة تتفق مع هذه الصورة ، ولكن معظم الخواص الفيزيائية لا تتبع هذا الأسلوب في التغير . فالنيون مثلاً ($Z = 10$) غاز خامل غير فعّال ولا يشكل مركبات كيميائية في معظم الظروف بينما يكون جاراه (الفلور $Z = 9$) و (الصوديوم $Z = 11$) من أكثر العناصر فعالية فهي تتفاعل في معظم الظروف مع عناصر أخرى وبعنف أحياناً.

وكمثال آخر نجد أن النيكل ($Z = 28$) يتمتع بمغناطيسية عالية (مغناطيسية حديدية) ولا يملك ناقلية كهربائية عالية . أما النحاس ($Z = 29$) فهو ناقل كهربائي ممتاز ولا يعدّ عنصراً مغناطيسياً .

سنحاول في هذا الفصل فهم هذه الخواص عن طريق دراسة سويات الطاقة الالكترونية لهذه الذرات .

٦-١- مبدأ الاستبعاد (مبدأ باولي) :

سنناقش الآن القاعدة التي تمنع الالكترونات الموجودة في ذرة ما ، من السقوط بإتجاه السوية 1S . اقترحت هذه القاعدة من قبل العالم باولي عام ١٩٢٥ انطلاقاً من دراسة للإنتقالات الموجودة والإنتقالات المتوقعة وغير الموجودة في طيف إصدار الذرات ، ويمكننا صياغة هذه القاعدة ، أو ما يدعى بمبدأ باولي ، كما يلي :

لا يمكن لألكترونين في ذرة واحدة أن يكون لها مجموعة الأعداد الكمومية (n, ℓ, m_l, s) ذاتها .

يُعدُّ مبدأ باولي أهم قاعدة تحكم بنية الذرات ، ولا يمكن لأي محاولة في دراسة خواص الذرات أن تنجح دون الفهم الكامل لهذا المبدأ .

سنوضح الآن كيف يعمل مبدأ باولي ، ففي ذرة الهليوم (Z = 2) يكون الالكترون الأول في الحالة الأساسية لذرة الهليوم وبالتالي يكون الأعداد الكمومية (1 , 0 , 0 , ½) ويمكن للالكترون الثاني أن يملك الأعداد الكوانتية (n, ℓ, m_l) نفسها ولكنه لايستطيع أن يملك العدد m_s نفسه وإلا خالفنا مبدأ باولي لذلك يكون للألكترون الثاني الأعداد (1 , 0 , 0 , -½) .

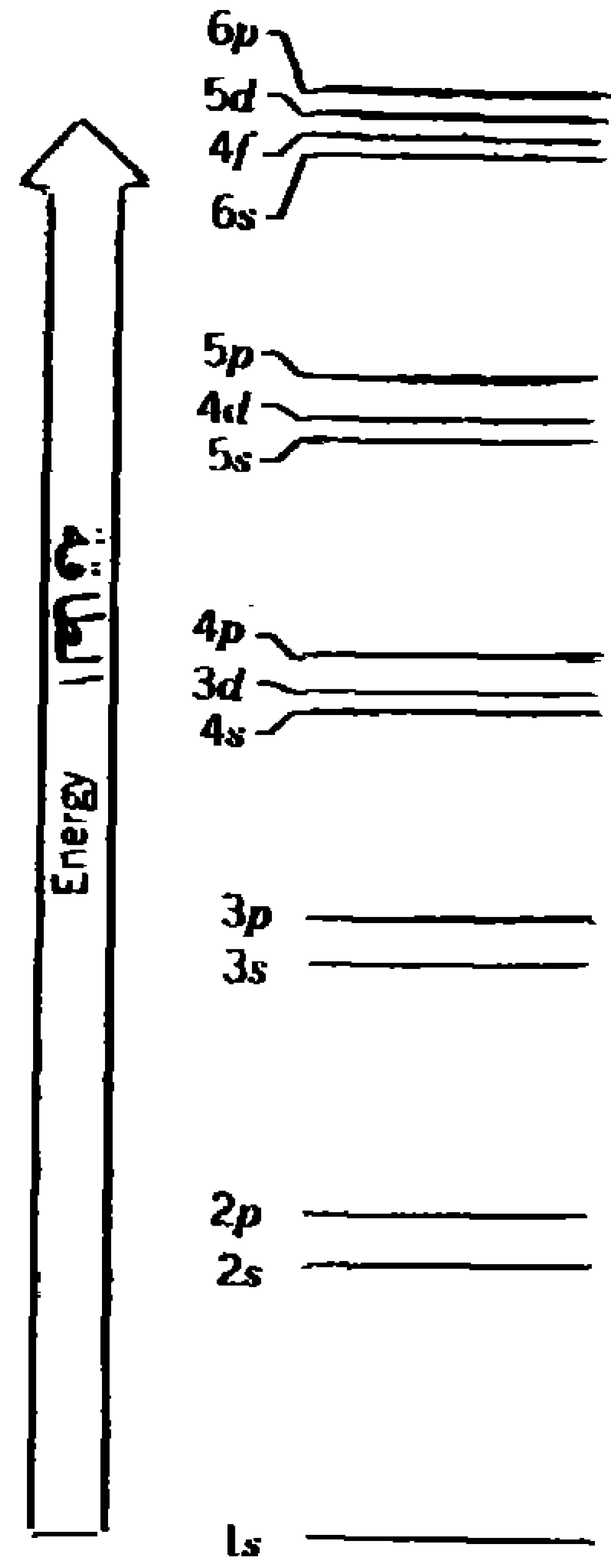
لننتقل الآن لذرة الليثيوم (Z = 3) ، فكما في ذرة الهليوم سيكون للألكترونين الأول والثاني الأعداد (1 , 0 , 0 , +½) و (1 , 0 , 0 , -½) أما الألكترون الثالث فلا يستطيع وفقاً لمبدأ باولي أن يكون في السوية n = 1 بسبب وجود مجموعتين فقط من الأعداد الكمومية المتوافرة في السوية n = 1 وتم شغلها ، لذلك لا بد لهذا الألكترون الثالث من الذهاب للسوية n = 2 ، وتشير الخبرة إلى أن السوية التالية المتوفرة من السويتين المقابلتين للعدد n = 2 (2P أو 2S) هي السوية 2S لذلك يمكن للألكترون الثالث أن يملك مجموعة الأعداد الكمومية (2 , 0 , 0 , +½) أو (2 , 0 , 0 , -½) ،

فإذا كان لدينا الكترون رابع كما في البريليوم (Z = 4) فسيكون له الأعداد (n, ℓ, m_l) نفسها ولكنه سيختلف عن الألكترون الثالث بالعدد m_s فأحدهما يأخذ العدد $m_s = -½$ والآخر سيأخذ العدد $m_s = +½$ ، وعندما نصل إلى البورن (Z = 5) لايستطيع الألكترون الخامس أن يذهب إلى السوية 2S بسبب شغلها بكل من الألكترونين الثالث والرابع ولا بد له من الذهاب إلى إحدى سويات 2P . ويمكننا أن نتوقع ، بناء على ما تقدم ، أن تكون خواص البورن الذي يملك الكترونه الأخير في السوية 2P مختلفة عن خواص كل من الليثيوم والبيريليوم اللذين يملكان الكترونات في السوية 2S . يمكن لهذه العملية ، وهي استعمال جميع الأعداد الكمومية الممكنة في سوية ما أولاً ثم وضع الالكترونات في السوية التالية ، أن تفسر تغيرات الخواص الكيميائية والفيزيائية للعناصر .

٦-٢- الحالات الألكترونية في الذرات متعددة الألكترونات :

يوضح الشكل (٦-١) ترتيب سويات الطاقة في الذرات متعددة الألكترونات مع ازدياد العدد الذري Z . يبقى المدار 1S أخفض السويات طاقة ، كما تبقى السويتان 2S و2P قريبتين من بعضها إذ تتوضع السوية 2S دون السوية 2P بقليل . (لا يظهر انقسام البنية الدقيقة في هذا المخطط بسبب صغره بالمقارنة مع تباعد السويات على المخطط) . ونستطيع فهم سبب وجود السوية 2S دون السوية 2P بالعودة إلى المثال (o , o) . يقضي الألكترون الموجود في الحالة 2S زمناً أطول ضمن دائرة بور مما يقضيه الألكترون الموجود في الحالة 2P فيتأثر الألكترون الموجود في الحالة 2P بالشحنة النووية +Ze وقد حُجبت بألكترونين يشغلان الحالة 1S ، بينما يقترب الألكترون الموجود في الحالة 2S من النواة ويتأثر بجذب شحنة النواة . أي أن الالكترون 2S يتأثر بمتوسط قوة جذب أكبر بقليل من جذب النواة

الالكترون 2P . لذلك يكـون الالكـترون 2S أشـد ارتباطـاً ويتوضـع بسـوية طاقيـة أخفض .



الشكل (٦-١)

الطبقات الجزئية الذرية تبعاً لتزايد الطاقة . لا يشكل تجميع زمر الطاقة في الشكل سلماً صحيحاً ، ولكنها تمثل بشكل نسبي طاقات الطبقات الجزئية .

يمكننا مشاهدة أمثلة واضحة أخرى للارتباط الأقـوى بالنسـبة للالكترونـات التي تقترب مداراتها من النواة في الحالتين n = 3 و n = 4 فيختـرق الالكـترون 3S مدارات بور الداخليـة أكـثر ممـا يخترقـه الالكـترون 3P لذلـك يكـون أشـد ارتباطـاً بالنواة، بينما يتحـرك الالكـترون 3d في مـدار دائـري لا يخـترق أي مـدار داخلـي .

يتحرك الالكترون 4S على مدار قطعي ناقص شديد التسطح مخترقاً جميع المدارات الداخلية مما يؤدي إلى ربط أشد بالنواة فتنزل السوية 4S لتصبح أقل من السوية 3d بقليل ، ويساهم الفرق الضئيل في الطاقة بين السويتين 4S و3d كعامل أساسي في الناقلية الكهربائية العالية للنحاس كما سنشاهد في الفقرات القادمة . (يجب ألا ننسى أن فكرة مدارات بور مفيدة ولكنها ليست صحيحة ، وأن التفسير الملائم للارتباط الشديد للحالات S موجودة في الشكلين (٥ –٨) و (٥–١٠) وليس في الشكل (٥–٣) . أي أن الحالات S تملك كثافة احتمالية أكبر عند القيم الصغيرة لـ r مما تملكه الحالات المقابلة لـ ($\ell > o$) .

تدعى السويات المحددة بالعددين الكموميين n و L (مثل 2S أو 3d) بالطبقات الجزئية . ويكون العدد الأعظمي للالكترونات في الطبقة الجزئية مساوياً $2(2\ell + 1)$. تأتي القيمة $(2\ell + 1)$ من عدد القيم المختلفة للعدد m_l المقابلة لكل ℓ وذلك لأن قيم m_l الممكنة هي : $0, \pm 1, \pm 2, ... \pm \ell$ ويأتي العامل 2 من القيمتين m_s المقابلتين لكل قيمة من قيم m_s لأنها تأخذ القيمتين $m_s = \mp \frac{1}{2}$. وانطلاقاً من هذه المخطط تكون السعة العظمى للطبقة الجزئية 3d من الالكترونات $2\ (2\times2+1)$ =10 ولا ترتبط هذه السعة بالعدد الكمومي n ويبين الجدول (٦–١) ترتيب الطبقات الجزئية .

وكما رأينا في حالة ذرة الهدروجين ، فإن المدارات المختلفة المقابلة لعدد كمومي رئيس معين n تتوضع عند متوسط مسافة واحدة من النواة (فالمدارات القطعية تبعد عن النواة الموجودة في أحد محارقها مسافة يكون متوسطها مساوياً لنصف قطر المدار الدائري) . تدعى مجموعة المدارات المقابلة لعدد كمومي رئيس

معين n بالطبقة الذرية ونرمز للطبقات الذرية المختلفة بالأحرف K ، L ، M ، N ، وتقابل الأعداد الكمومية 1 ، 2 ، 3 ، 4 .. على الترتيب .

الجدول (٦-١)

الطبقات الذرية الجزئية

n	l	الطبقات الجزئية	2(2l+1)	n	l	الطبقات الجزئية	2(2l+1)
1	0	1 S	2	5	2	5 d	10
2	0	2 S	2	6	1	6 p	6
2	1	2 p	6	7	0	7 s	2
3	0	3 s	2	5	3	5 f	14
3	1	3 p	6	6	2	6 d	10
4	0	4 s	2				
3	2	3 d	10				
4	1	4 p	6				
5	0	5 s	2				
4	2	4 d	10				
5	1	5 p	6				
6	0	6 s	2				
4	3	4 f	14				

٦-٣- الجدول الدوري :

يبين الشكل (٦-٢) الجدول الدوري الذي يمثل مصفوفة مرتبة للعناصر الكيميائية كتبت وفقاً لازدياد العدد الذري Z ورتبت بشكل تحتوي فيه الأعمدة ، وتدعى بالزمر ، عناصر متماثلة في الخواص الكيميائية والفيزيائية . سنناقش في هذه

الفقرة طريقة ملء الطبقات الجزئية الالكترونية لتساعدنا على فهم تشكيل الجدول الدوري . ثم نفحص في الفقرة التالية بعض الخواص الكيميائية والفيزيائية للعناصر.

ولكي نفهم ترتيب الطبقات الجزئية والجدول الدوري يجب أن نتبع القاعدتين التاليتين في ملء الطبقات الجزئية الالكترونية .

١ – إن السعة العظمى للطبقة الجزئية الواحدة هي $2\,(2\ell+1)$ ، (وهي طريقة أخرى للتعبير عن مبدأ باولي في الاستبعاد) .

٢ – تشغل الالكترونات أخفض السويات الطاقية المتوفرة .

نستعمل ، في الإشارة إلى التشكيل الالكتروني لكل عنصر ، رمزاً تحدد فيه الطبقة الجزئية وعدد الالكترونات الموجودة فيها . فنرمز مثلاً للتشكيل الالكتروني في ذرة الهدروجين بالرمز $1S^1$ وهذا يعني وجود الكترون واحد في الطبقة الجزئية S من المدار الأول . ويكون التشكيل الالكتروني لذرة الهليوم $1S^2$. ففي الهليوم نجد طبقة جزئية ممتلئة (1S) ومداراً (طبقة رئيسة K) مغلقاً ، لذلك يكون عنصر الهليوم شديد الاستقرار وهو خامل كيميائياً . أما في عنصر الليثيوم فنجد التشكيل الالكتروني $1S^2\,2S^1$ ويأخذ البيريليوم التشكيل $1S^2\,2S^2$ وبذلك تمتلئ الطبقة الجزئية 2S ويجب علينا البدء في الطبقة الجزئية 2P للتعبير عن العنصر التالي وهو البورن ($Z = 5$) فيأخذ التشكيل $1S^2\,2S^2\,2P^1$ وتستطيع الطبقة الجزئية 2P أن تستوعب ستة الكترونات ففي حالة النيون ($Z = 10$) نجد التشكيل $1S^2\,2S^2\,2P^6$ ونحصل على طبقة جزئية مكتملة 2P ومدارٍ مغلقٍ (طبقة رئيسة L) . أي استقرار وخمول كيميائي . يبدأ السطر التالي (الدور) بعنصر الصويوم ($Z = 11$) ويأخذ التشكيل $1S^2\,2S^2\,2P^6\,3S^1$ وتملأ الطبقتان الجزئيتان 3S و 3P بالطريقة نفسها التي ملئت بها

2S و 2P لتنتهي بالغاز الخامل (Z = 18) والتشكيل $1S^2\ 2S^2\ 2P^6\ 3S^2\ 3P^6$ وهو عنصر الأرغون.

تكون عناصر السطر الثالث في الجدول الدوري مشابهة كيميائياً للعناصر المقابلة لها من السطر الثاني وتكتب تحت بعضها مباشرة . ومن الطبيعي أن نضع الالكترون التالي في السوية 3d ولكن الاختراق الشديد لالكترونات المدار 4S يسبب ظهور السوية 4S بطاقة السوية 3d نفسها تقريباً بل هي أخفض قليلاً لذلك تُملأ السوية 4S قبل السوية 3d ويكون لعنصر البوتاسيوم (Z = 19) التشكيل الالكتروني $1S^2\ 2S^2\ 2P^6\ 3S^2\ 3P^6\ 4S^1$ ولعنصر الكالسيوم (Z=20) التشكيل $1S^2 2S^2 2P^6 3S^2 3P^6 4S^2$ ويكون لهما الخواص الكيميائية والفيزيائية التي تتمتع بها العناصر المقابلة ذات الالكترون الوحيد في المدار S وذات الالكترونين في المدار S الموجودة في السطرين الثاني والثالث ، لذلك كتبت تحتها مباشرة .

نبدأ بعد ذلك بملء المدار 3d ، ونتوقع أن يكون للعنصر الأول بالتشكيل d خواص الكيميائية مختلفة عن تلك التي وضعناها قبلها ، ولن تظهر في أي من المجموعات (الأعمدة) السابقة ، بل نبدأ مجموعة جديدة بعنصر السكانديوم (Z = 21) $1S^2\ 2S^2\ 2P^6\ 3S^2\ 3P^6\ 4S^2\ 3d^1$ ويغلق المدار بعنصر التوتياء (Z=30) $1S^2 2S^2 2P^6 3S^2 3P^6 4S^2 3d^{10}$ (مع بعض التغيرات الطفيفة وأهمها عنصر النحاس (Z = 29) . ففي هذه الحالة يكون المدار 3d أخفض قليلاً من 4S فتملأ السوية 3d قبل المدار 4S وينتج التشكيل $1S^2 2S^2 2P^6 3S^2 3P^6 3d^{10} 4S^1$. وكما سنرى في الفقرة التالية ، فإن هذا التشكيل هو المسؤول عن الناقلية الكهربائية الكبيرة للنحاس) .

يُملأ المدار 4P ابتداءً من عنصر الغاليوم (Z = 31) وانتهاءً بغاز الكريبتون

الخامل (Z = 36) ، وعندما ننتقل إلى السطر التالي نبدأ بملء المدار 5S قبل المدار 4d أيضاً ، ونحصل على سلسلة من عشرة عناصر تقابل ملء المدار 4d وتكتب تحت سلسلة عناصر المدار 3d (الفضة Z = 47 يكتب تحت النحاس) ، وبعد ملء المدار 4d نبدأ بملء المدار 5P انتهاءً بغاز الكزنيون (Z = 54) الخامل . يبدأ السطر التالي بعنصر السيزيوم ثم الباريوم حيث يمتلئ المدار 6S ثم عنصر اللانتانيوم في المدار 5d . وكما هو الحال في السطور السابقة يتوضع المداران 5d و6S عند سوية الطاقة نفسها فتملأ السوية 6S أولاً لأنها أخفض بقليل من 5d . ولكننا نجد الآن مداراً آخر له سوية طاقة المدارين 6S و5d نفسها ألا وهو المدار 4f ، ولا بد من ملئه ابتداءً بعنصر السيريوم وانتهاءً بعنصر اللوتينيوم ، تدعى سلسلة العناصر هذه باللانتينيدات أو العناصر النادرة وتكتب عادة بسطر مستقل في الجدول الدوري . يتسع المدار 4f إلى أربعة عشر الكتروناً وهذا يعني أربعة عشر عنصراً في سلسلة اللانتينيدات . بعد ملء المدار 4f نعود لملء المدار 5d ونكتب هذه العناصر في المجموعات المقابلة للمدارين 3d و4d وينتهي السطر بملء المدار 6P بغاز الرادون الخامل . يبدأ السطر السابع مشابهاً للسطر السادس وتتشكل سلسلة تدعى بالأكتينات وتكتب تحت سلسلة اللانتينيدات وتقابل ملء المدار 5f ونجد في الجدول (٦-٢) قائمة بالتشكيلات الالكترونية لبعض العناصر . وما هو مدهش في المخطط أن الجدول الدوري كان معروفاً قبل وضع النظرية الذرية ، فلقد تم تصنيف العناصر ضمن مجموعات (أعمدة) وأدوار (سطور) وفقاً لخواصها الكيميائية والفيزيائية من قبل مانديلييف عام ١٨٥٩ ، ويُعد فهم هذا التصنيف والترتيب انطلاقاً من السويات الذرية دعماً وتأكيداً للنظرية الذرية وبقي أن نفسر الخواص الكيميائية والفيزيائية انطلاقاً من السويات الذرية .

	Alkalis	Alkaline earths
1s	1 H	
2s	3 Li	4 Be
3s	11 Na	12 Mg
4s	19 K	20 Ca
5s	37 Rb	38 Sr
6s	55 Cs	56 Ba
7s	87 Fr	88 Ra

Transition metals

3d	21 Sc	22 Ti	23 V	24 Cr	25 Mn	26 Fe	27 Co	28 Ni	29 Cu	30 Zn
4d	39 Y	40 Zr	41 Nb	42 Mo	43 Tc	44 Ru	45 Rh	46 Pd	47 Ag	48 Cd
5d	71 Lu	72 Hf	73 Ta	74 W	75 Re	76 Os	77 Ir	78 Pt	79 Au	80 Hg
6d	103 Lr	104	105	106						

					Halogens	Inert gases
						2 He
2p	5 B	6 C	7 N	8 O	9 F	10 Ne
3p	13 Al	14 Si	15 P	16 S	17 Cl	18 Ar
4p	31 Ga	32 Ge	33 As	34 Se	35 Br	36 Kr
5p	49 In	50 Sn	51 Sb	52 Te	53 I	54 Xe
6p	81 Tl	82 Pb	83 Bi	84 Po	85 At	86 Rn

Lanthanides (rare earths)

4f	57 La	58 Ce	59 Pr	60 Nd	61 Pm	62 Sm	63 Eu	64 Gd	65 Tb	66 Dy	67 Ho	68 Er	69 Tm	70 Yb
5f	89 Ac	90 Th	91 Pa	92 U	93 Np	94 Pu	95 Am	96 Cm	97 Bk	98 Cf	99 Es	100 Fm	101 Mv	102 No

Actinides

الشكل (٦-٢)

الجدول الدوري للعناصر

الجدول (٨-٢)

التشكيلات الالكترونية لبعض العناصر

إن رمز [ ] يعني امتلاك الذرة لتشكيل الغاز الكامل السابق إضافة إلى الالكترونات المدونة

H $1s^1$	Y [Kr] $5s^2\ 4d^1$
He $1s^2$	Mo [Kr] $5s^1\ 4d^5$
Li $1s^2\ 2s^1$	Ag [Kr] $5s^1\ 4d^{10}$
Be $1s^2\ 2s^2$	In [Kr] $5s^2\ 4d^{10}\ 5p^1$
B $1s^2\ 2s^2\ 2p^1$	Xe [Kr] $5s^2\ 4d^{10}\ 5p^6$
Ne $1s^2\ 2s^2\ 2p^6$	Cs [Xe] $6s^1$
Na [Ne] $3s^1$	La [Xe] $6s^2\ 5d^1$
Al [Ne] $3s^2\ 3p^1$	Ce [Xe] $6s^2\ 5d^1\ 4f^1$
Ar [Ne] $3s^2\ 3p^6$	Pr [Xe] $6s^2\ 4f^3$
K [Ar] $4s^1$	Gd [Xe] $6s^2\ 5d^1\ 4f^7$
Sc [Ar] $4s^2\ 3d^1$	Dy [Xe] $6s^2\ 4f^{10}$
Mn [Ar] $4s^2\ 3d^5$	Lu [Xe] $6s^2\ 5d^1\ 4f^{14}$
Cu [Ar] $4s^1\ 3d^{10}$	Re [Xe] $6s^2\ 5d^5\ 4f^{14}$
Zn [Ar] $4s^2\ 3d^{10}$	Au [Xe] $6s^1\ 5d^{10}\ 4f^{14}$
Ga [Ar] $4s^2\ 3d^{10}\ 4p^1$	Hg [Xe] $6s^2\ 5d^{10}\ 4f^{14}$
Kr [Ar] $4s^2\ 3d^{10}\ 4p^6$	Rn [Xe] $6s^2\ 5d^{10}\ 4f^{14}$ 6p6

٦-٤- خواص العناصر :

سندرس في هذه الفقرة بايجاز كيف تساعدنا معرفتنا للبنية الذرية على فهم الخواص الكيميائية والفيزيائية للعناصر ، ولسوف تستند مناقشتنا إلى الفكرتين التاليتين :

١ - تشكل المدارات المغلقة عادة وضعاً مستقراً ، فتتخلى الذرة التي تملك الكتروناً واحداً اضافة إلى مدارات مغلقة عن هذا الالكترون إلى ذرة أخرى مشكلة

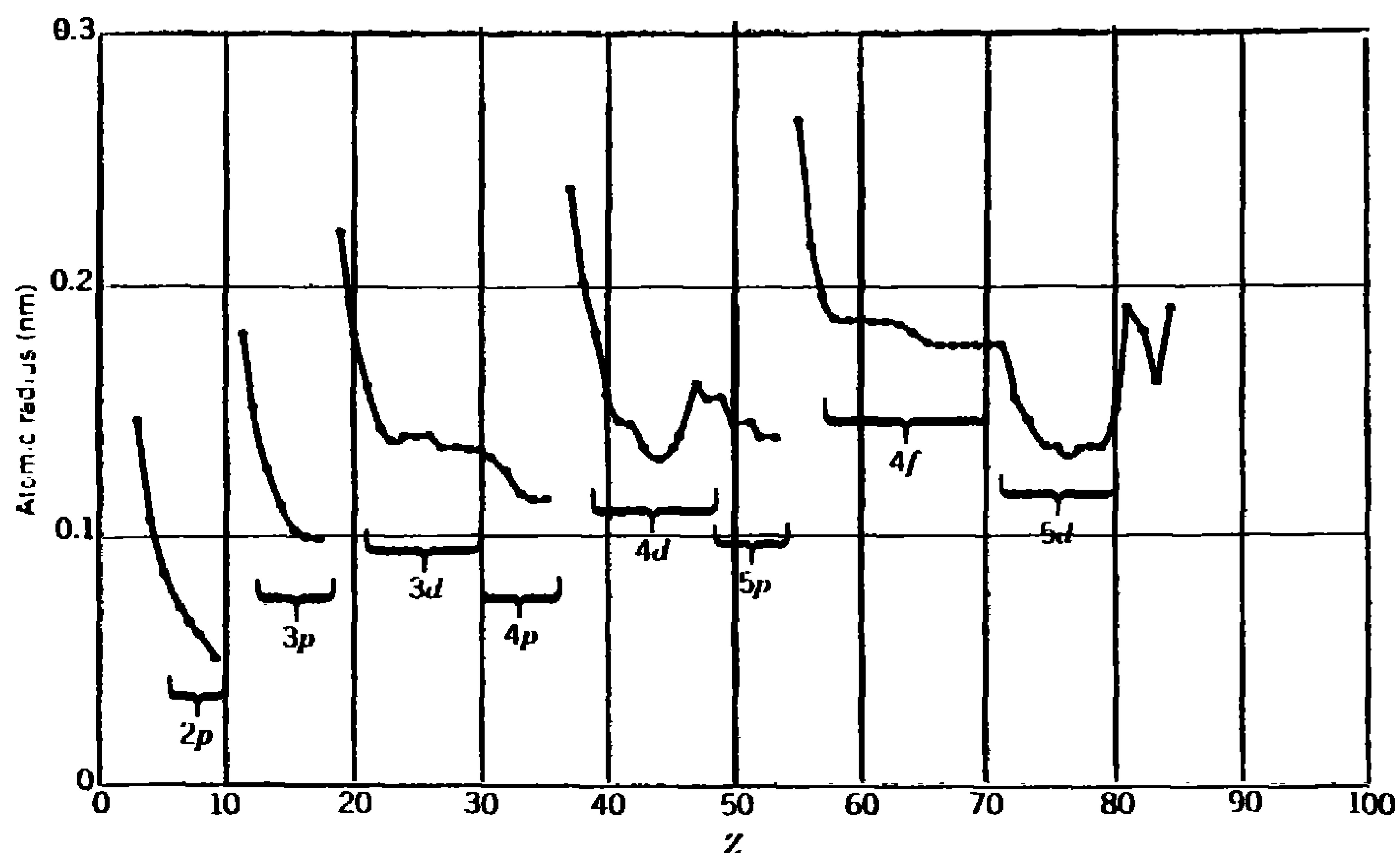
رابطة كيميائية ، كما تكون الذرة التي تحتاج إلى الكترون واحد لملء مدارهـا علـى استعداد لقبول الكترون اضافي من ذرة أخرى مشكلة رابطة كيميائية.

٢ - لا تساهم المدارات المغلقة عادة في الخواص الكيميائية والفيزيائية للذرة، ويجب أن ننظر إلى الالكترونات الموجودة في المدارات غير الممتلئة فقط .

سننظر إلى عدد من الخواص الفيزيائيـة للعنـاصر المختلفـة محـاولين فهـم هـذه الخواص استناداً إلى النظرية الذرية .

١ - **أنصاف أقطار الذرات** :لقـد عرفنـا أن نصـف قطـر الـذرة غـير محـدد بدقة، لأن كثافة الاحتمال الالكترونية هي التي تحدد حجم الـذرة . كمـا أن تحديـد نصف القطر بصورة تجريبية صعب جـداً ، وقـد تعطـي طرائـق مختلفـة قيمـاً مختلفـة لأنصاف الأقطار . وهنـاك طريقـة لتعريـف نصـف القطـر عـن طريـق المسـافة بـين الذرات ضمن بلّورات تحويها ، ومع ذلك فقد يظهر العنصر المرتبط ببلّورات مختلفة بحـالات ارتبـاط مختلفـة ويعطـي قياسـات مختلفـة لنصـف القطـر . يبـين الشـكل (٦-٣) تغير نصف الذرة مع العدد الذري Z .

٢ - **طاقة التأيين** : تعرف طاقة التأيين بأنها الطاقة الصغـرى اللازمـة لـنزع الكترون من الذرة ، فطاقة تأيين ذرة الهدروجين مثلاً هي 13.6 ev . أما ذرة الهليـوم فتكون طاقة التأيين للالكترون الأول هي 24.6 ev وللالكترون الثاني 54.4 ev . ونجد في الجـدول (٦-٣) طاقـات تـأيين بعـض العنـاصر ، كمـا يبـين الشـكل (٦-٤) تغير طاقة التأيين كتابع للعدد الذري Z .



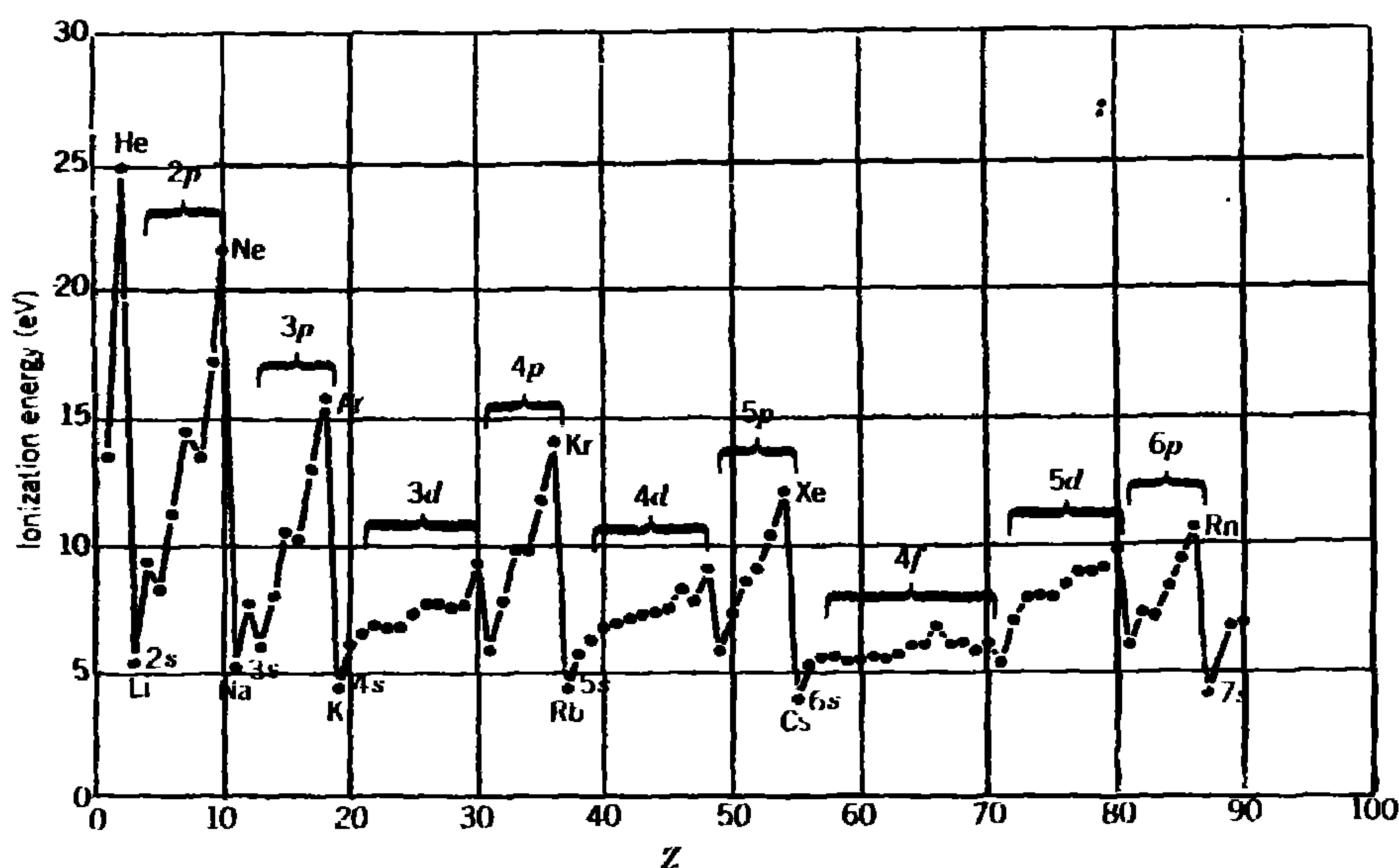
الشكل (٦-٣)

أنصاف أقطار الذرات وقد عينت من مسافة الفصل بين الذرات في البلّورات وهي قيم تختلف عن متوسطات أنصاف الأقطار للسحب الالكترونية في الذرات الحرة

الجدول (٨-٣)

طاقة التأيين (بالـ ev) للذرات المعتدلة

H	13.60	Ar	15.76
He	24.59	K	4.34
Li	5.39	Cu	7.72
Be	9.32	Kr	14.00
Ne	21.56	Rb	4.18
Na	5.14	Au	9.22

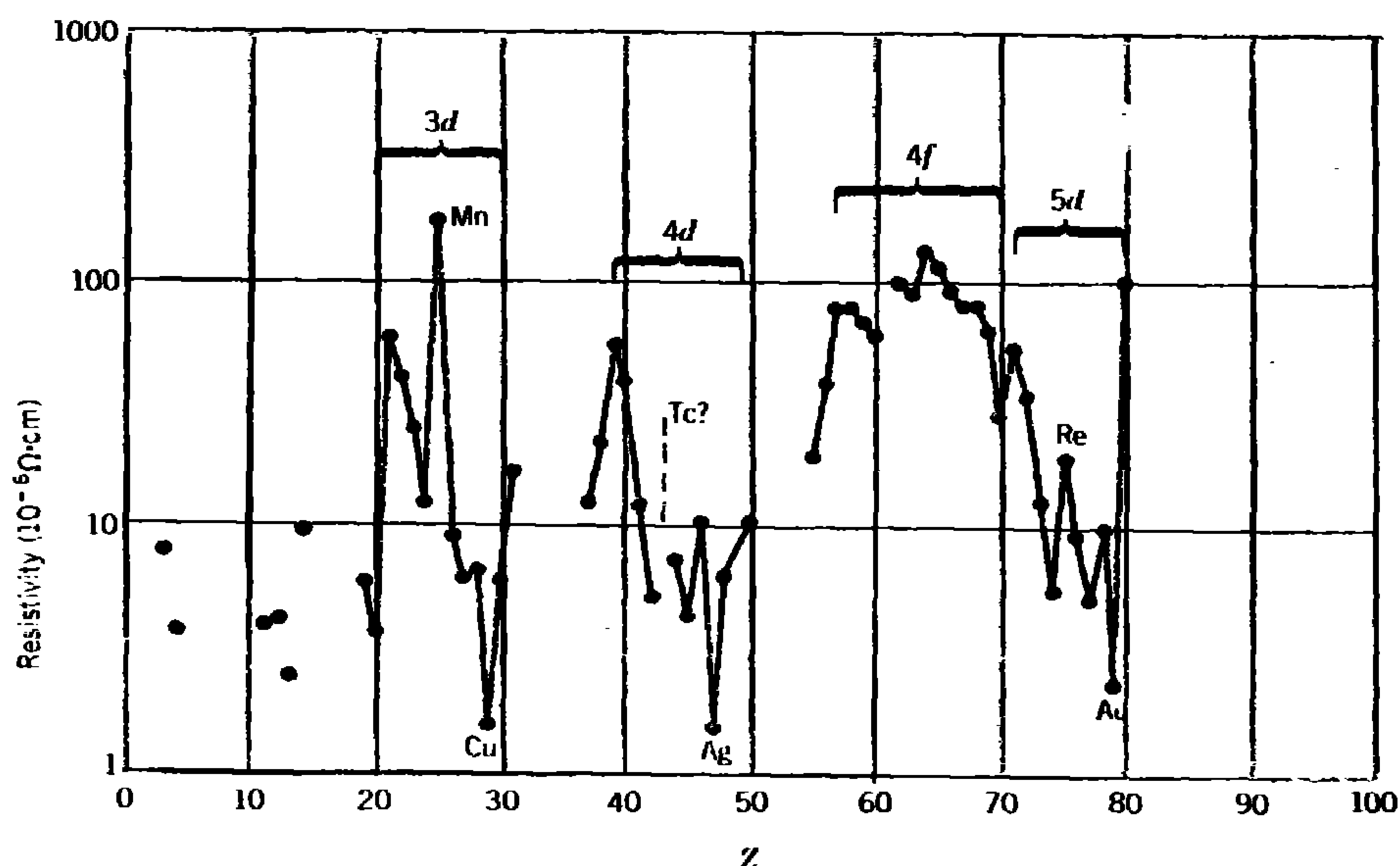


الشكل (٦-٤)

طاقة التأين للعناصر المختلفة

٣ – المقاومية الكهربائية : يسري التيار الكهربائي في المواد عند تطبيق فرق في الكمون عبر هذا المواد . يرتبط التيار I مع الكمون V في كثير من المواد وفقاً لقانون أوم $V = RI$ حيث يدعى العامل R بالمقاومة الكهربائية للمادة ، فإذا كان لهذه المادة طول قدره L ومساحة مقطع قدرها A عندها تعطى المقاومة بالعلاقة : $R = \rho\frac{L}{A}$ حيث ترتبط المقاومية ρ بالمادة وتقاس بوحدة هي (أوم.سم) ، يملك الناقل الكهربائي الجيد مقاومية صغيرة (أوم. سم $\rho = 1.7\times10^{-6}$ للنحاس مثلاً) ، أما الناقل الرديء فيتمتع بمقاومية عالية (أوم.سم $\rho = 2 \times 10^{7}$) للكبريت . ومن وجهة نظر ذرية يرتبط التيار بحركة الالكترونات شبه الحرة التي يمكن أن تغادر ذراتها عند تطبيق فرق في الكمون ، وكذلك بمقدرة الالكترونات على الانتقال من ذرة لأخرى . فالعناصر التي تملك الكترونات في المدار S والتي غالباً ما تكون أبعد عن النواة من الالكترونات الموجودة في المدارات ذات القيم

الكبيرة لـ ℓ ، يتوقع لها أن تملك مقاومية صغيرة . ويبين الشكل (٦-٥) تغير المقاومية الكهربائية كتابع للعدد الذري Z .



الشكل (٦-٥)

المقاومية الكهربائية للعناصر

٤ - **الطواعية المغناطيسية** : عندما توضع مادة ما ضمن حقل مغناطيسي شدته B ، تصبح هذه المادة ممغنطة وتكتسب مغناطيسية M تتناسب مع شدة الحقل المطبق B أي : $\mu_0 M = xB$ ويدعى ثابت التناسب x بالطواعية المغناطيسية (تدعى المواد التي يكون من أجلها الثابت x أكبر من الصفر بمواد ذات مغناطيسية

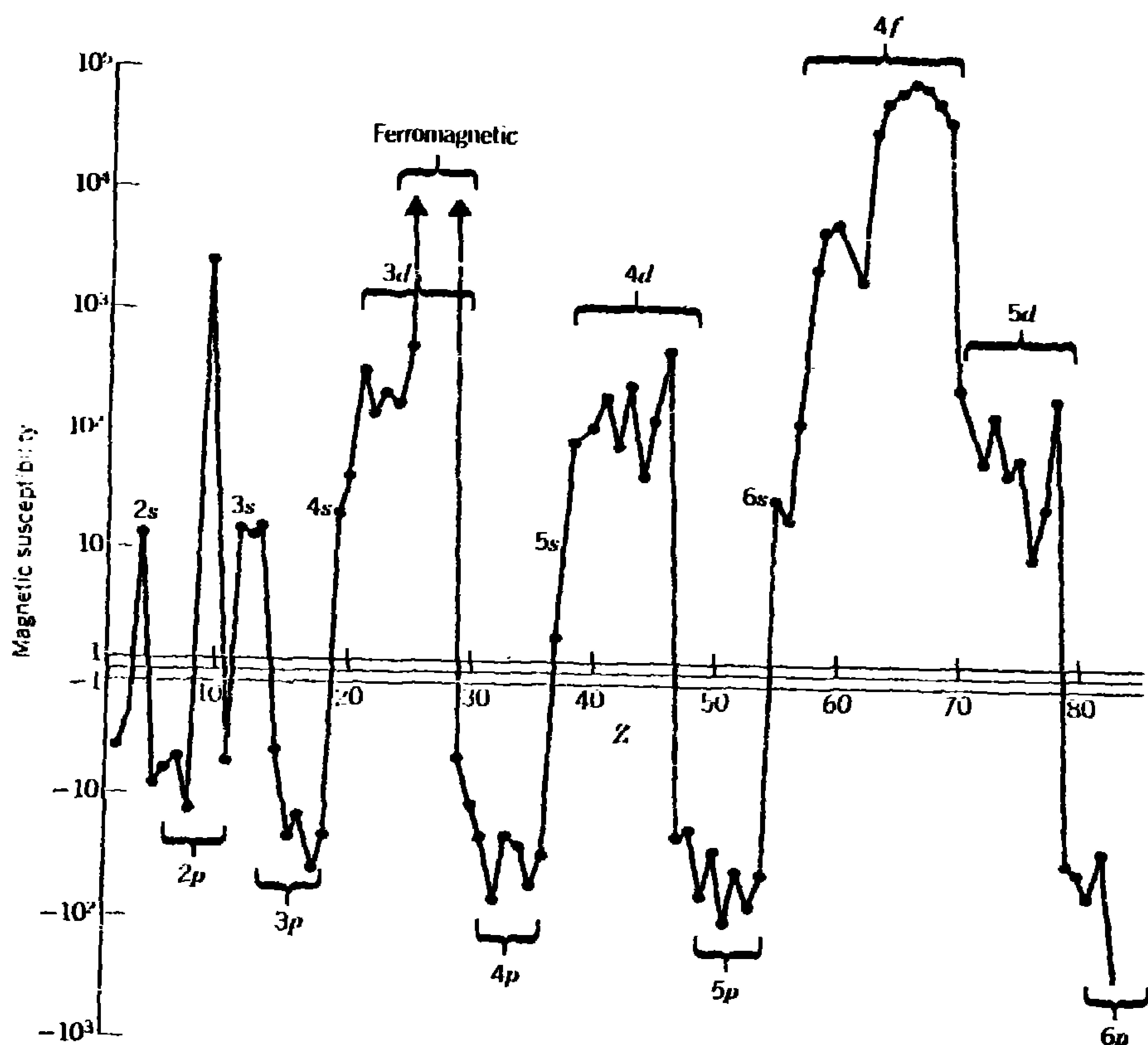
مسايرة، وتلك التي يكون من أجلها الثابت x أصغر من الصفر بمواد ذات مغناطيسية معاكسة ، وتدعى المواد التي تبقى ممغنطة بعد زوال الحقل B بذات المغناطيسية الحديدية ولا تتحدد قيمة الثابت x لتلك المواد) .

ترتبط مغناطيسية الذرات بكل من العددين ℓ وS لالكتروناتها الخارجية ، لأن العزمين المغناطيسيين الذرين μ_l و μ_s متناسبان مع ℓ , S (انظر العلاقتين (5.16) و(5.24)) وهذا الأثر هو المسؤول عن المغناطيسية المسايرة ويحدث في جميع الذرات .

أما المغناطيسية المعاكسة فتحدث كما يلي : عندما يطبق حقل مغناطيسي على دارة كهربائية يسري تيار محرّض في الدارة . يولد هذا التيار حقلاً مغناطيسياً يعاكس الحقل المطبق (قانون لنز) . ففي حالة الذرة تتكون الدارة الكهربائية من الالكترون الدائر ، ويكون التيار المحرض ممثلاً بتسريع أو تبطيء الالكترون في مداره، وهذا ينتج إسهاماً في مغناطيسية المعاكسة في الثابت x هو إسهام سالب .

يبين الشكل (٦-٦) الطواعية المغناطيسية للعناصر . بفحص الأشكال من (٦-٣) إلى (٦-٦) نشاهد انتظاماً مدهشاً لخواص العناصر، مثل المقاومية الكهربائية لعناصر المدار d أو الطواعية المغناطيسية المدار p .

سننظر الآن إلى مسؤولية البنية الذرية عن هذه الخواص .



الشكل (٦-٦)
الطوعية المغناطيسية للعناصر

الغازات الخاملة : تحتل الغازات الخاملة العمود الأخير من الجـدول الـدوري وبسبب امتلاكها لمدارات مغلقة ، لا تتفاعل هذه الغازات بصورة عامة مع العناصر الأخرى لتشكيل مركبات كيميائية ، فهي تمانع كثيراً في التخلي عن أحد الكتروناتها أو ضم الكترون إليها وهي غازات أحادية الذرة في درجة الحرارة النظامية وتكون درجة غليانها منخفضة جداً (200°C-) وطاقة تأيينها أعلى من العناصر المجاورة لها بسبب الحاجة إلى طاقة إضافية لكسر وفتح المدار المغلق .

عناصر المدار P : تسمى العناصر الموجودة في العمود المجاور لعمود الغازات الخاملة بالهالوجينات وهي (F , Cl , Br , I , At) . تفتقد هذه العناصر إلى الكترون واحد كي تصبح مداراتها مغلقة أي أن لها التشكيل الالكتروني np^5 وبما أن المدار المغلق P يملك تشكيلاً مستقراً جداً ، فإن هذه العناصر تتفاعل بسرعة مشكلة مركباً كيميائياً مع ذرات أخرى تستطيع تأمين الكترون إضافي لها فتغلق بذلك المدار P . وتعد الهالوجينات عناصر فعالة جداً .

وإذا تحركنا عبر مجموعة العناصر الستة التي تملأ فيها المدار P نجد أن نصف القطر الذري يتناقص ، ويعود هذا التناقص إلى ازدياد شحنة النواة مما يؤدي إلى سحب جميع المدارات باتجاه النواة ، ونلاحظ في الشكل (٦-٣) أن للهالوجينات أصغر أنصاف الأقطار ضمن كل سلسلة للمدار P . (إن أنصاف أقطار بلّورات العناصر الخاملة غير معروفة) ومع زيادة شحنة النواة تصبح الكترونات المدار P أشد ارتباطاً بالنواة ، ويبين الشكل (٦-٤) كيف تزاد طاقة التأيين مع ملء المدارP . أما الشكل (٦-٦) فيبين أن سلسلة كل مدار من المدارات P تتميز بمغناطيسية معاكسة أي بطواعية سالبة .

عناصر المدار S : تدعى مجموعتا العناصر في العمودين الأول والثاني بالعناصر القلوية والقلوية الترابية على الترتيب ، ولكل منهما التشكيل ns^1 والتشكيل ns^2 . يجعل الالكترون الوحيد S العناصر القلوية عناصر فعالة جداً . ويعود هذا الأمر إلى إمكان امتداد التابع الموجي للالكترون S بعيداً عن النواة وبالتالي حجبه من قبل (Z - 1) الكتروناً متبقياً فيقل ارتباطه بالنواة . (ونلاحظ في الشكل (٦-٣) أن التشكيلين ns^1 و ns^2 يعطيان أكبر أنصاف الأقطار الذرية) ونلاحظ في الشكل (٦-٤) أن لهما أصغر طاقة تأيين) .

وللسبب نفسه تكون عناصر التشكيلين ns^1 و ns^2 نواقل كهربائية جيدة . ويبين الشكل (٦-٦) أن هذه العناصر تتمتع بمغناطيسية مسايرة ، فللمدار S شكل قطعي مسطح لا يحصر داخله أي مساحة وبالتالي لا يولد حقلاً مغناطيسياً محرضاً ولا مغناطيسية معاكسة .

المعادن الانتقالية : تدعى مجموعة العناصر الموجودة في السطور الثلاثة التي تغطي المدار d وهي (من Sc إلى Zn ، ومن Y إلى Cd ، ومن Lu إلى Hg) بالمعادن الانتقالية . وتتحدد معظم خواصها الكيميائية بالكتروناتها الخارجية التي تمتد توابعها الموجية بعيداً عن النواة . ويوجد في جميع المعادن الانتقالية دوماً الكترونات في المدار S التي تملك متوسط أنصاف أقطار أكبر من الالكترونات d . (نذكر أن متوسط نصف القطر يتعلق بالعدد n ، وأن الالكترونات S في العناصر الانتقالية تملك عدداً كمومياً n أكبر مما تملكه الكترونات المدار d) ومع ازدياد العدد الذري عبر سلسلة المعادن الانتقالية نضيف الكتروناً في المدار d ووحدة شحنات إلى النواة ويكون التأثير مهملاً على الالكترونات S لأن اضافة الكترون في المدار d يحجب الزيادة في شحنة النواة . لذلك تكون الخواص الكيميائية للمعادن الانتقالية متماثلة مع تغيرات طفيفة في نصف القطر وطاقة التأيين .

تُظهر المقاومية الكهربائية للمعادن الانتقالية مظهرين مهمين ، زيادة حادة عند مركز المتتالية ونقصاناً حاداً بالقرب من نهايتها . انظر الشكل (٦-٥) ، يكون التناقص الحاد بالقرب من نهاية المتتالية مسؤولاً عن المقاومية الصغيرة (الناقلية العالية) لكل من النحاس والفضة والذهب .

فإذا ملأنا المدار d وفق التتالي المتوقع فيسكون للنحاس التشكيل الالكتروني: $4S^2 3d^9$ ولكن المدار d المغلق أشد استقراراً من المدار S المغلق لذلك ينتقل أحد

الكترونـات المـدار S إلى المـدار d وينتـج التشـكيل $4S^1 3d^{10}$. يجعـل الالكــترون S ، الوحيد والحر تقريباً ، من النحاس ناقلاً ممتازاً . يوجد عند منتصف سلسلة العنـاصر الانتقالية زيادة حادة في المقاومية الكهربائية ، ويبدو أن مـلء نصـف المـدار يشـكل تشكيلاً مستقراً أيضاً ، وللمنغنيز (Mn ($3d^5$ والريبديوم (Re ($5d^5$ مقاوميـة أعلـى من مجاورهما العنصر Tc ذي التشـكيل $4d^5$ ، وهـو عنصـر مشـع وغـير موجـود في الطبيعية ، فمقاوميته غير معروفة ، وهناك زيادة مشابهة في المقاوميـة عنـد منتصـف سلسلة المدار 4f .

تملك المعـادن الانتقاليـة طواعيـة مغناطيسـية مسـايرة ويعـود ذلـك إلى العـزم المداري الكبير لالكترونات المـدار d ولعددهـا . أي لعـدد الالكترونـات الـتي يمكـن لعزومهـا المغناطيسـية السـبينية أن تقـترن ، وهمـا عـاملان كافيــان للتفـوق علـى المغناطيسية المعاكسة الناتجة من الحركة المدارية . كمـا أن الكترونـات المـدار d الـتي تملك عزوماً مدارية كبيرة ، وهي المسؤولة عن المغناطيسية الحديدية لكل من الحديد والنيكل والكوبالت . ولا تساهم العزوم المغناطيسية السبينية والمداريـة ، بعـد مـلء المدار d ، في الخواص المغناطيسية لذلك يكون للنحاس وللتوتياء مغناطيسية معاكسة وليس مسايرة مثل مجاوراتها من العناصر الانتقالية .

اللانتينيدات (العناصر الترابية النادرة) : تكـون العنـاصر الترابيـة النـادرة مشابهة للمعادن الانتقالية في ملء المدار 4F بعد المدار الخارجي 6S . وللأسباب التي ناقشناها أعلاه تكون الخواص الكيميائية للعناصر الترابيــة النـادرة متماثلـة ، ويشـير الشكلان (٦-٤) و (٦-٧) إلى هذا التشابه .

وبسبب كبر العزوم المدارية للمدار F ($\ell = 3$) وكذلك بسبب العـدد الكبـير للاكترونات في المدار F والتي يمكن لعزومهـا المغناطيسـية السـبينية أن تـأخذ الاتجـاه

نفسه ، تكون الطواعية المغناطيسية المسايرة للعناصر الترابية النادرة أكبر من طواعية المعادن الانتقالية وكذلك تكون المغناطيسية الحديدية للعناصر الترابية النادرة أقوى من المغناطيسية الحديدية لزمرة الحديد . وبصورة عامة ينظر إلى الحديد على أنه أكثر العناصر مغناطيسية ، فإذا مغنطنا قطعة من الحديد يكون الحقل المغناطيسي الداخلي (ضمن قطعة الحديد) حوالي 28T . بينما يكون الحقل المغناطيسي الداخلي ضمن قطعة من معدن الهوليوم ، ترابياً نادراً ، نحو 800T . أي أكبر بثلاثين مرة تقريباً من الحديد ! ويكون للعناصر الترابية النادرة خواص مغناطيسية مشابهة . (لا تُظهر العناصر الترابية النادرة خواصها المغناطيسية في درجة حرارة الغرفة إذ يجب تبريدها فالهولميوم يُظهر مغناطيسيته الحديدية عند درجة 20K) .

الأكتينيدات : تماثل خواص الأكتينيدات الكيميائية والفيزيائية مقابلاتها من العناصر الترابية النادرة ، ولسوء الحظ فإن معظم العناصر الأكتينيدية (ما بعد اليورانيوم) مشعة بصورة طبيعية ولا تتواجد في الطبيعة فهي صنعية وتتوافر بكميات ميكروية ولا تستطيع دراسة خواصها الماكروسكوبية .

٦-٥- الأشعة السينية :

الأشعة السينية هي أشعة كهرطيسية تتراوح أطوال موجاتها بين (0.01 و 10) نانومتر وهذا يقابل طاقة تتراوح بين (0.1 و 100) كيلو الكترون فولط . ناقشنا في الفصل الثاني الطيف المستمر للأشعة السينية الصادر عن الالكترونات المتباطئة ، ولسوف نهتم في هذه الفقرة بطيف الأشعة السينية المتقطع والصادر عن الذرات .

تصدر الأشعة السينية نتيجة الانتقالات بين المدارات المنخفضة والممتلئة عادة في الذرات . تكون الالكترونات الداخلية شديدة الارتباط بحيث تكون فروق

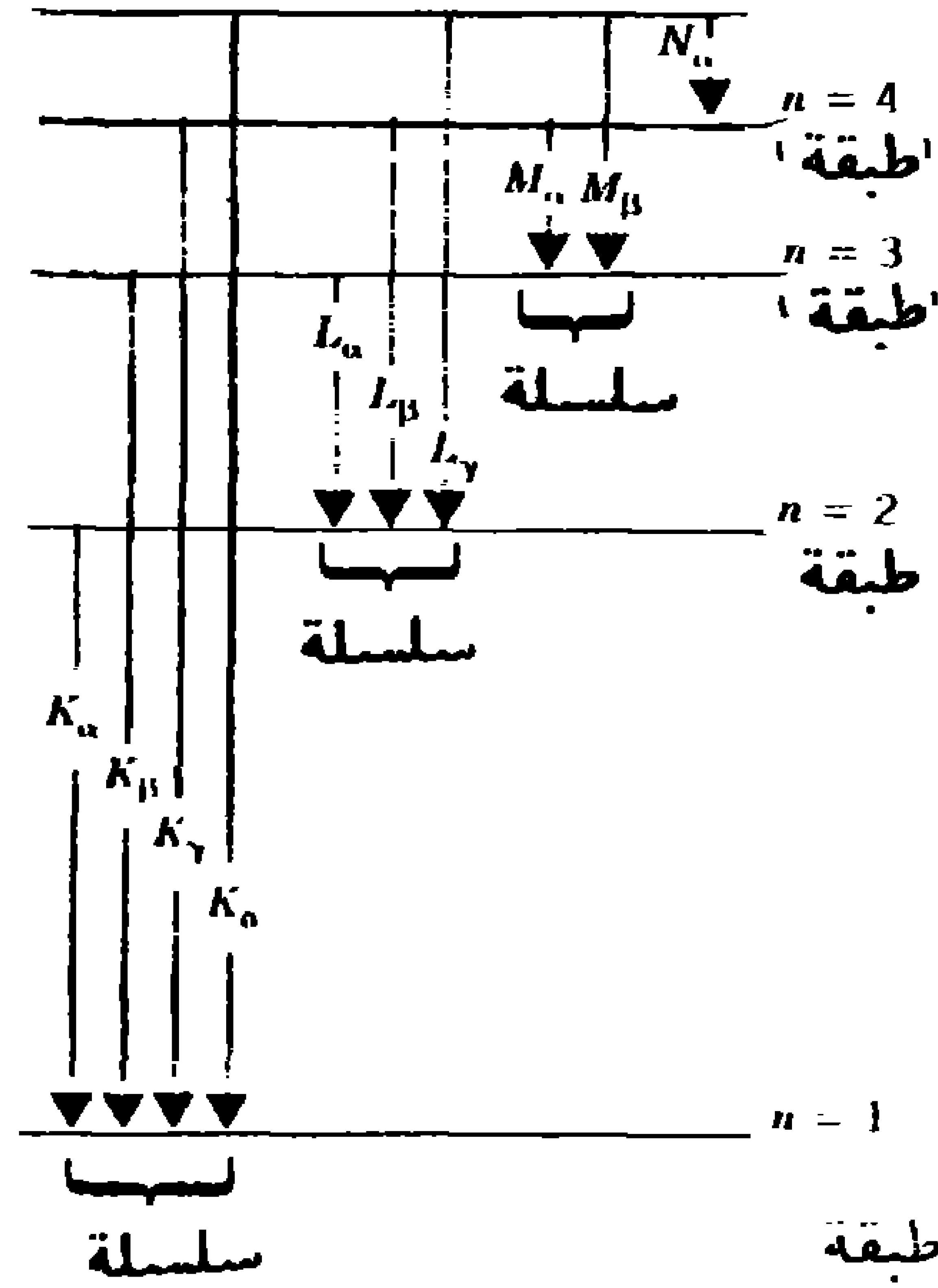
الطاقة بين السويات ملائمة لإصدار فوتونات ضمن مجال الأشعة السينية ، أما الالكترونات الخارجية فتكون ضعيفة الارتباط نسبياً وتكون فروق الطاقة بين سوياتها من مرتبة الالكترون فولط . وينتج من الانتقال بين هذه السويات فوتونات تقع ضمن المجال المرئي من الطيف الكهرطيسي ، ولسوف نناقش مثل هذه الانتقالات الضوئية في الفقرة القادمة .

بما أن جميع المدارات الداخلية للذرة تكون عادة ممتلئة فلا تحدث انتقالات الأشعة السينية بين هذه المدارات في الظروف الطبيعية ، فلا يستطيع مثلاً أن ينتقل الالكترون 2P إلى المدار 1S لأن جميع الذرات غير الهدروجين تملك مداراً مغلقاً من النوع 1S ، ولكي نستطيع مشاهدة مثل هذا الانتقال يجب إزاحة أحد الكترونات المدار 1S ، ويمكن فعل ذلك برجم الذرة بالاكترونات (أو جسيمات أخرى) المسرعة إلى طاقة كافية لإزاحة الالكترون 1S (هذا يتطلب كموناً مسرعاً قدره 10 KV) .

بعد إزاحة الالكترون من المدار 1S يقوم أحد الكترونات من المدار ات الأعلى بالانتقال الفوري لشغل الفراغ مصدراً فوتوناً من الأشعة السينية أثناء هذه العملية . وتكون طاقة الفوتون هذا مساوية للفرق بين سوية الطاقة للحالة النهائية وسوية الطاقة للحالة الابتدائية للالكترون الذي قام بالانتقال .

عرّفنا سابقاً رمزاً مقابلاً للعدد $n = 1$ بأنه الطبقة K ، فعندما نزيح الكتروناً من المدار 1S فهذا يعني إحداث فراغ في الطبقة K ، وتعرف عملية ملء الفراغ واصدار الأشعة السينية بأنها الأشعة السينية للطبقة K أو ببساطة الأشعة السينية K (وهي الأشعة السينية التي تصدر نتيجة الانتقالات من الطبقات L ، M ، N ، O ، ...) ولكنها تعرّف بالفراغ الذي تملأه وليس بالطبقة التي نزلت

منها) . تدعى الأشعة السينية K التي بدأت من الطبقة n = 2 (الطبقـة L) بالأشـعة Kα وتلك التي تبدأ من الطبقة M بالأشعة Kβ وتلك التي تبدأ من الطبقة N بالأشـعة Kδ وهكذا . ويبين الشكل (٦-٧) هذه الانتقالات .



الشكل (٦-٧)
سلسلة الأشعة السينية

ومن الممكن أيضاً أن يـنزاح الالكـترون مـن الطبقـة L فيهبـط الكـترون مـن السويات الأعلى لملء الفراغ ، وتدعى الفوتونـات الصـادرة في مثـل هـذا الانتقـال بالأشعة السينية L ويدعى أقلها طاقة بالأشعة Lα ثم نضع الأدلة وفقاً لازدياد الطاقة كما في الشكل (٦-٧) .

قد تصدر الأشعة السينية L بعـد إصـدار الأشـعة Kα مباشـرة إذ يمكـن مـلء فراغ الطبقة K بانتقال من الطبقة L وإصدار الأشعة Kα فيترك الالكترون الذي قفـز

من الطبقة L فراغاً يمكن ملؤه بالكترون آت من أي سوية أعلى مصدراً الأشعة السينية L .

وبأسلوب مماثل يمكننا وضع أدلة لسلاسل الأشعة السينية الأخرى M و N الخ . ويبين الشكل (٦-٨) نموذجاً لطيف الأشعة السينية الصادرة عن عنصر الفضة .

لم نتعرض بعد إلى فروق الطاقة بين المدارات ضمن الطبقة الواحدة ، إذ يمكن مثلاً أن يكون منشأ الأشعة السينية Lα من أحد مدارات الطبقة n = 3 (3S,3P,3d) حيث تنتهي في أحد مدارات الطبقة n = 2 (2S, 2P) . تكون الفروق الطاقية لهذه الانتقالات مختلفة قليلاً لذلك يوجد عدة أشعة سينية من النوع Lα ، ولكن فروق الطاقة بينها صغيرة جداً بالمقارنة مع الفرق بين الشعاعين Lα و Lβ مثلاً . وفي كثير من التطبيقات تهمل هذه الفروق .

لننظر الآن إلى الشعاع Kα ببعض التفصيل ،فالالكترون الموجود في الطبقة L محجوب عن النواة بالكتروني المدار 1S ، فهو يتأثر بشحنة فعالة للنواة هي $Z_{eff} = Z - 2$. فعند إزاحة أحد الكترونات المدار 1S وخلق فراغ في الطبقة K ، تصبح الشحنة الفعالة $Z_{eff} = Z - 1$ (وذلك بإهمال أثر الحجب الصغير الناتج من الالكترون الخارجية لأن كثافتها الاحتمالية غير معدومة ضمن الطبقة L ، ولكنها صغيرة) . يمكننا إذن تحليل الأشعة Kα على أنه انتقال من السوية n = 2 إلى السوية n = 1 في ذرة وحيدة الالكترون شحنة نواتها $Z_{eff} = Z - 1$ وباستخدام العلاقة :

$$\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{1}{R\infty}\left(\frac{n_1^2 n_2^2}{n_1^2 - n_2^2}\right)$$

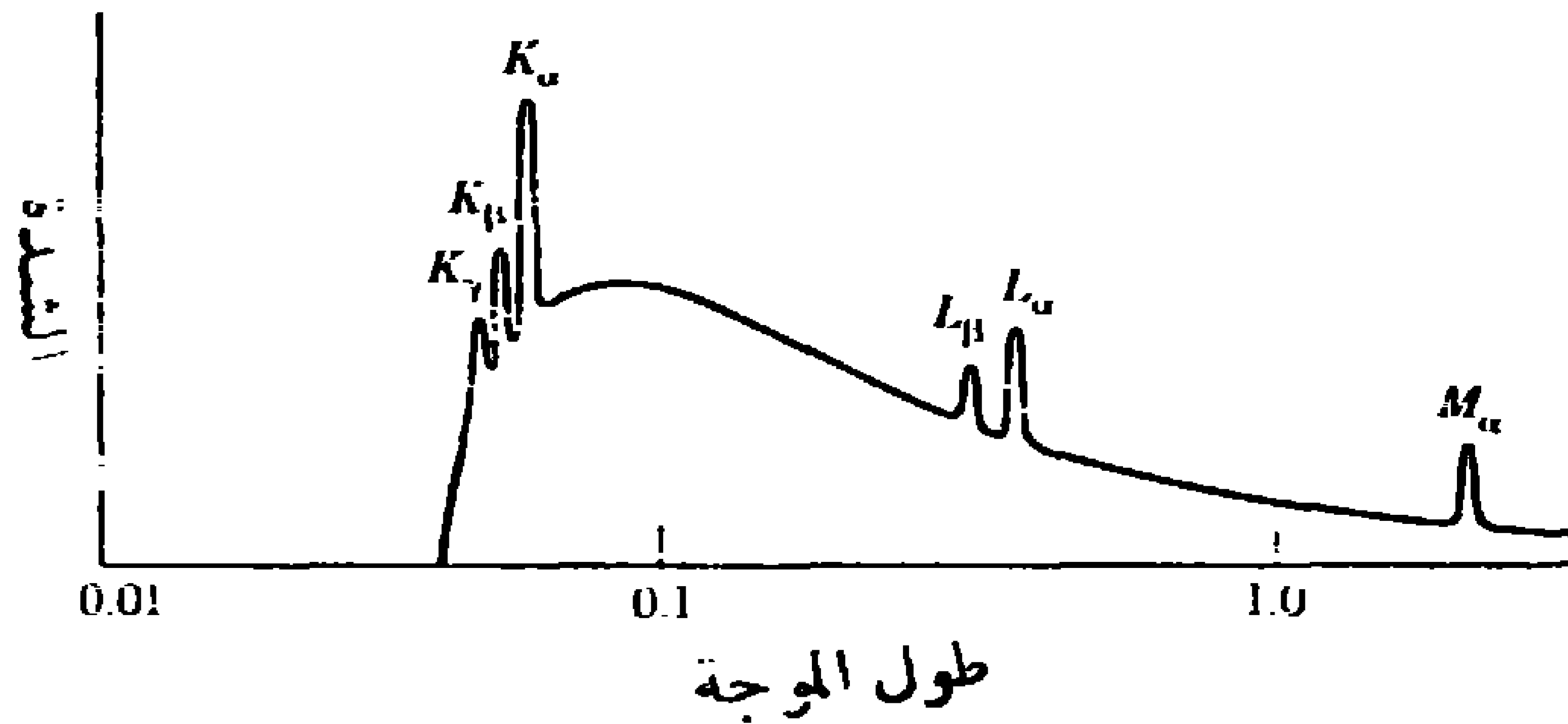
حيث : $R\infty = 1.097 \times 10^{-7}\ m^{-1}$ وهو ثابت ريدبرغ . وكذلك العلاقة :

$$E_n = -13.6 \frac{Z^2}{n^2} \quad ev$$

المستنتجتان وفقاً لنموذج بور ، نجد أن تواتر الشعاع Kα ضمن ذرة عددهـا الذري Z يعطى بالعلاقة :

$$\nu = \frac{3C \quad R\infty}{4} (Z-1)^2 \qquad (6.1)$$

فإذا رسمنا $\sqrt{\nu}$ كتـابع للعـدد الـذري Z نجـد مسـتقيماً ميلـه $\left(\frac{3CR\infty}{4}\right)^{1/2}$. ويُظهر الشكل (٦-٩) مثالاً لهذا المنحني .



الشكل (٦-٨)

طيف الأشعة السينية المميز للفضة

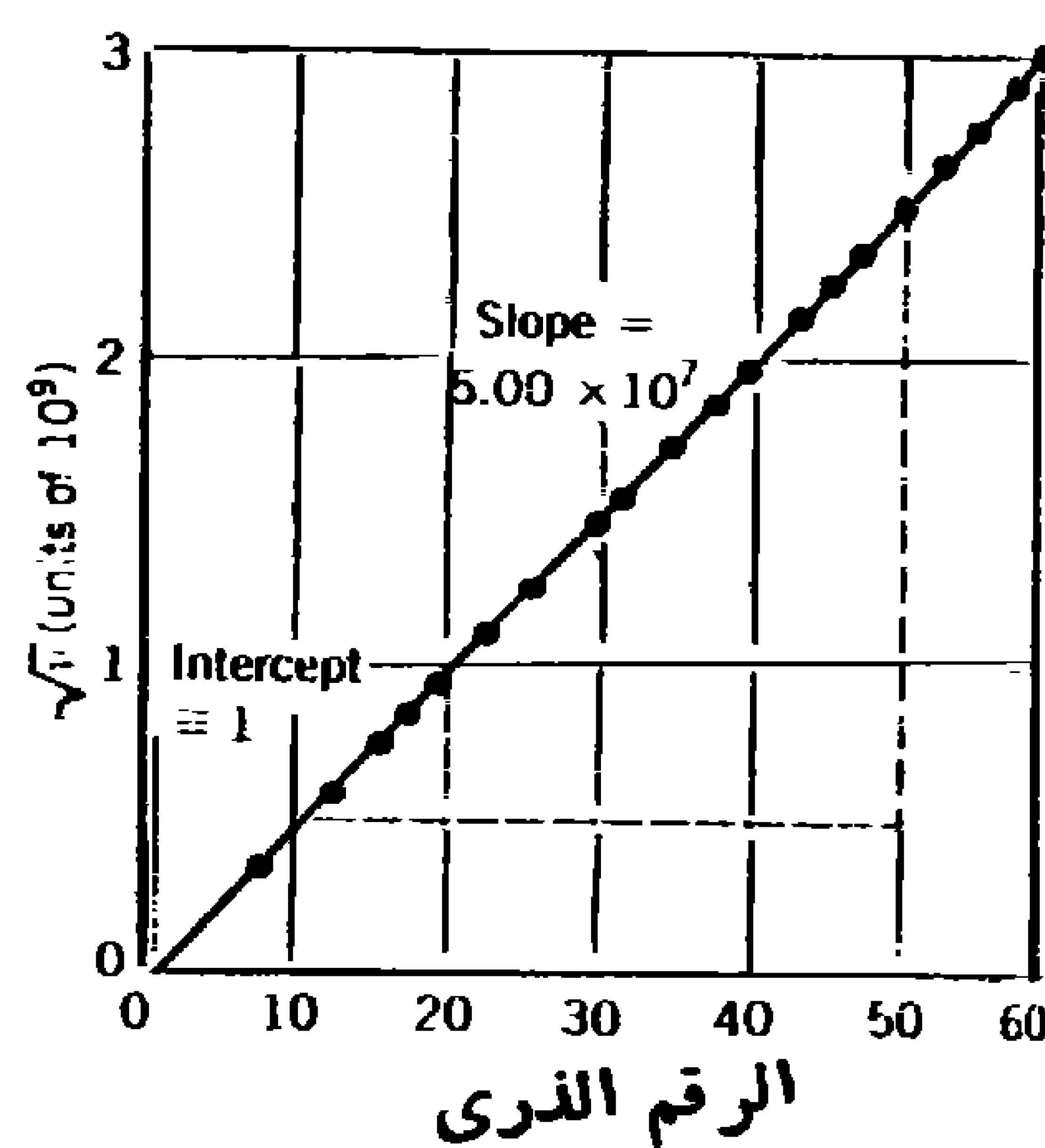
يمكن مشاهدة مثل هذا الطيف بتوجيه الكترونات طاقتها 30K ev على هدف من الفضة

(التوزيع المستمر يمثل طيف أشعة الكبح)

تعطينا هذه الطريقة أسلوباً قوياً وبسيطاً لتعيين العـدد الـذري للـذرة . فلقـد قاس العالم موسلي عام ١٩١٣ طاقة الأشعة Kα وغيرها للعناصر وتمكن مـن تحديـد أعدادها الذرية . ويعرف هذا المنحني الآن بمنحني موسلي . وقـد أدى اكتشـافه إلى

إعطاء معنى مباشر لقياس الأعداد الذرية للعناصر . فلقد رُتبت قبل ذلك في الجدول الدوري وفقاً لإزدياد كتلها . ولقد وجد موسلي أن بعض العناصر قد رتبت بصورة خاطئة فبعضها كان يملك عدداً ذرياً عالياً وكتلة صغيرة مثل الكوبالت والنيكل واليود والتليريوم . كما اكتشف فجوة تقابل عناصر غير مكتشفة مثل التكنيتيوم المقابل للعدد الذري $Z = 43$.

لقد كان عمل موسلي مهماً جداً في تطور الفيزياء الذرية ، ففي العام نفسه أكد على نموذج بور ، وربط بين الجدول الدوري والنظرية الذرية .



الشكل (٦-٩)

الجذر التربيعي للتواتر كتابع للعدد الذري للأشعة $K\alpha$

ميل الخط يساوي $5 \times 10^7\ S^{-1/2}$ على وفاق جيد مع القيمة المتوقعة $\sqrt{\frac{3RC}{4}} = 4.97 \times 10^7$

والتقاطع قريب من $Z = 1$ كما هو متوقع

٦-٦- الطيف الضوئي :

ذكرنا في الفقرة السابقة أنه عند إثارة أو إزاحة أحد الالكترونات الخارجية في الذرة فإن الانتقالات الناتجة تقع ضمن المجال المرئي من الطيف لذلك تدعى بالانتقالات الضوئية .

تكون طاقة ارتباط الالكترون الخارجي في الذرة من مرتبة الالكترون فولط ، لذلك نحتاج إلى كمون منخفض نسبياً لإزاحة الالكترون الخارجي وانتاج الانتقال الضوئي . وإن امتصاص الطاقة وإعادة إصدارها ، على شكل ضوء مرئي ، من قبل الالكترونات الخارجية هو المسؤول عن الألوان المختلفة (بالطبع تكون سويات الطاقة الالكترونية في الأجسام الصلبة مختلفة عن تلك الموافقة للذرات المنفردة) . وعلى النقيض من طيف الأشعة السينية الذي يتغير بنعومة وبطء من عنصر لآخر ، يُظهر الطيف الضوئي تغيرات كبيرة بين العناصر المتجاورة وبخاصة تلك التي تقابل مدارات مغلقة .

إذا تجاوزنا ذرة الهدروجين ، تكون مخططات سويات الطاقة المقابلة للعناصر القلوية سهلة الفهم وذلك بسبب امتلاكها لألكترون واحد S خارج لب خامل وتقابل معظم حالات الإثارة لهذه الذرات ، إثارة هذا الالكترون الوحيد ، مؤدياً إلى طيف مشابه جداً لطيف الهدروجين . وذلك لأن الشحنة النووية $+Ze$ محجوبة بالالكترونات الأخرى ($Z-1$) . ويبين الشكل (٦-١٠) سويات الطاقة لكل من الليثيوم والصوديوم مع بعض انتقالات الإصدار التي تتبع القاعدة $\Delta \ \ell = \pm \ 1$ كما في الهدروجين .

إن تشكيل الحالة الأساسية لليثيوم هو $1S^2\,S^1$ وتشكيل الحالة الأساسية للصوديوم هو $1S^2 2S^2 2P^6 3S^1$ ، ونحصل على الحالات المثارة في الذرتين بتحريك

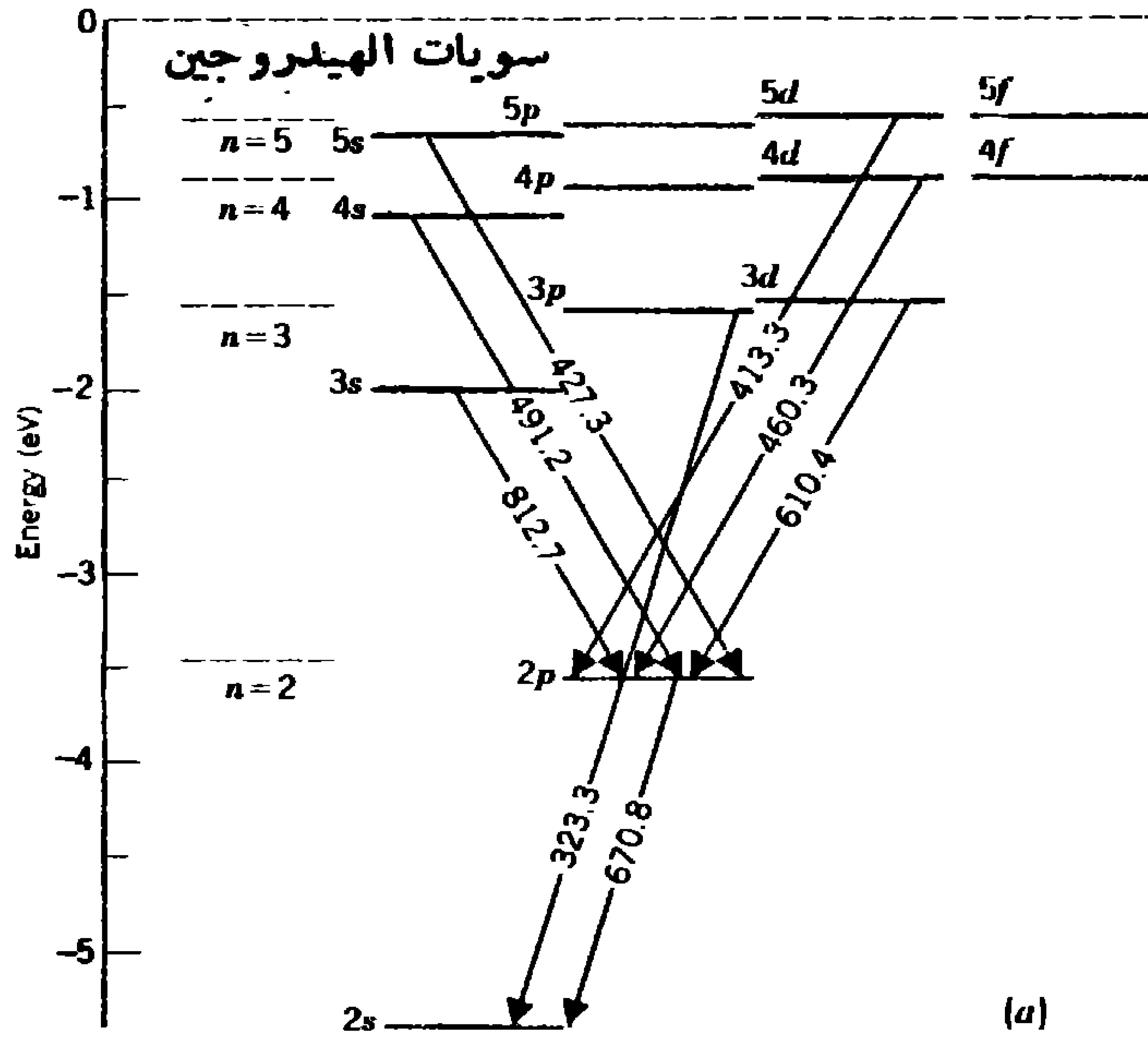
الالكترون الخارجي نحو حالات أعلى . فتكون الحالة المثارة الأولى لليثيوم مثـلاً $1S^2$ SP^1 حيث انتقل الالكترون من المدار 2S إلى المدار 2P (يمكن تأمين الطاقـة اللازمـة لمثل هذا الانتقال بعدة وسـائل ، مثـل امتصـاص فوتـون ، أو إمـرار تيـار كهربـائي ضمن المادة كما في حالـة أنبـوب الانفـراغ الغـازي) ، يهبـط الكـترون المثـار 2P بسرعة إلى مكانه الأصلي 2S مصدراً فوتوناً طول موجته 670 . 8 nm .

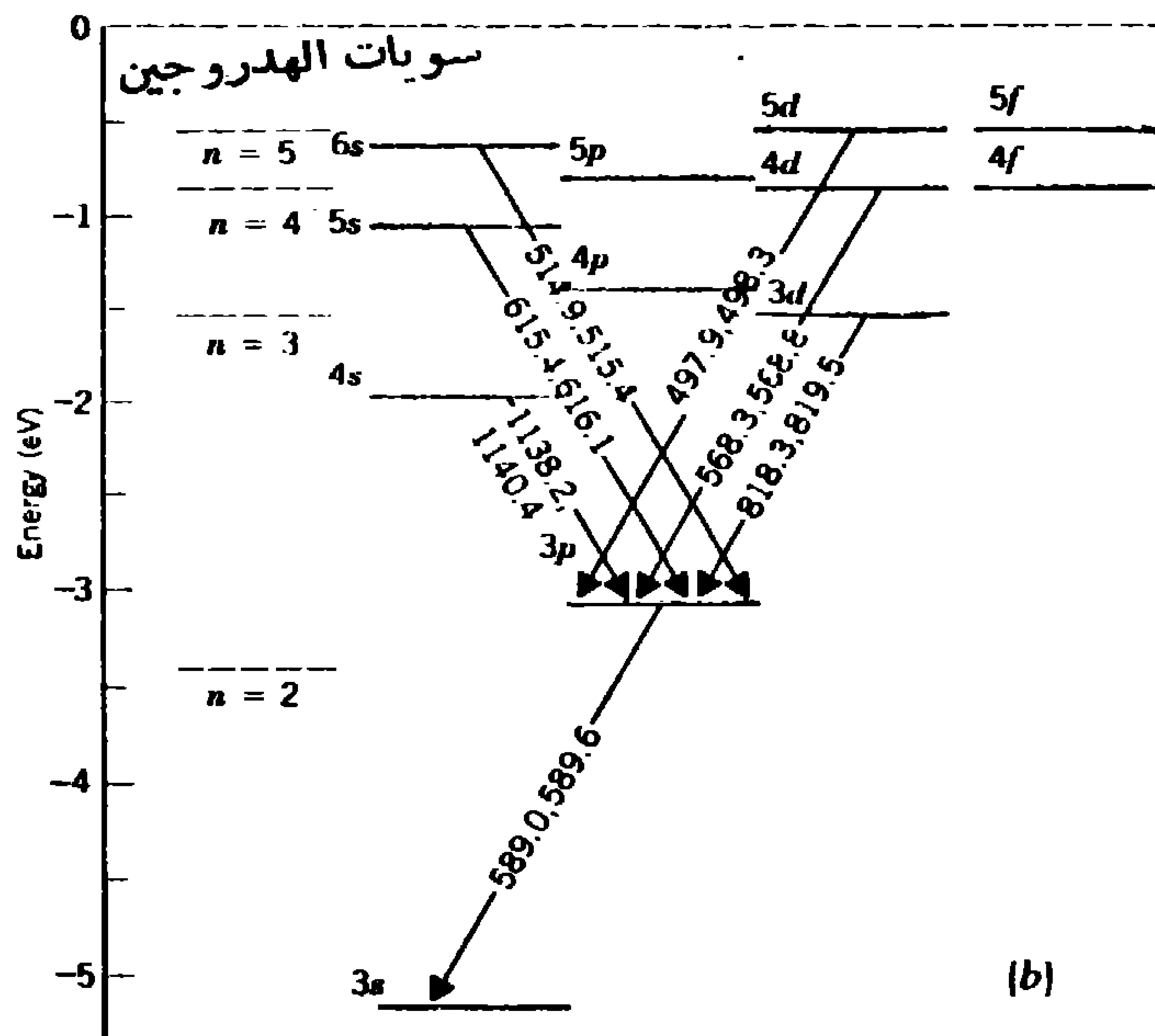
وبما أن اللّب الخامل لا يشارك في الإثارة أو الإصـدار نسـتطيع اهمـال جميـع الالكترونات باستثناء الالكـترون الخـارجي عنـد دراسـة السـويات والانتقـالات في المعادن القلوية .

إن الحالة الأساسـية لعنصـر الهليـوم هـي $1S^2$. ونسـتطيع انتـاج حالـة مثـارة بتحريك أحـد الالكـترونين إلى سـوية أعلـى ، ويمكـن الحصـول علـى التشـكيلات $1S^1 2S^2$ ، $1S^1 2P^1$ ، $1S^1 3S^1$ ويصدر الفوتون عندما يعود الالكترون المثار إلى السـوية 1S .

وتحدد قاعدة الانتقاء $\Delta \ \ell = \pm \ 1$ مرة أخرى هنـا الانتقـالات المسـموحة ، ويبين الشكل (٦-١١) جزءاً من مخطط طاقة الهليوم .

أما ظهور المواد في الظلام فيعود إلى ظاهرة الفلـورة ، حيـث تسـقط فوتونـات غـير مرئية (في مجال الأشعة فـوق البنفسـجية) تملـك طاقـة أعلـى مـن فوتونـات المجـال المرئي، فتمتصها الذرة فتثار الكتروناتهـا الخارجيـة إلى سـويات أعلـى . تعـود هـذه الالكترونات إلى حالاتها الأساسية مصدرة فوتونات تقع ضمن المجال المرئي .

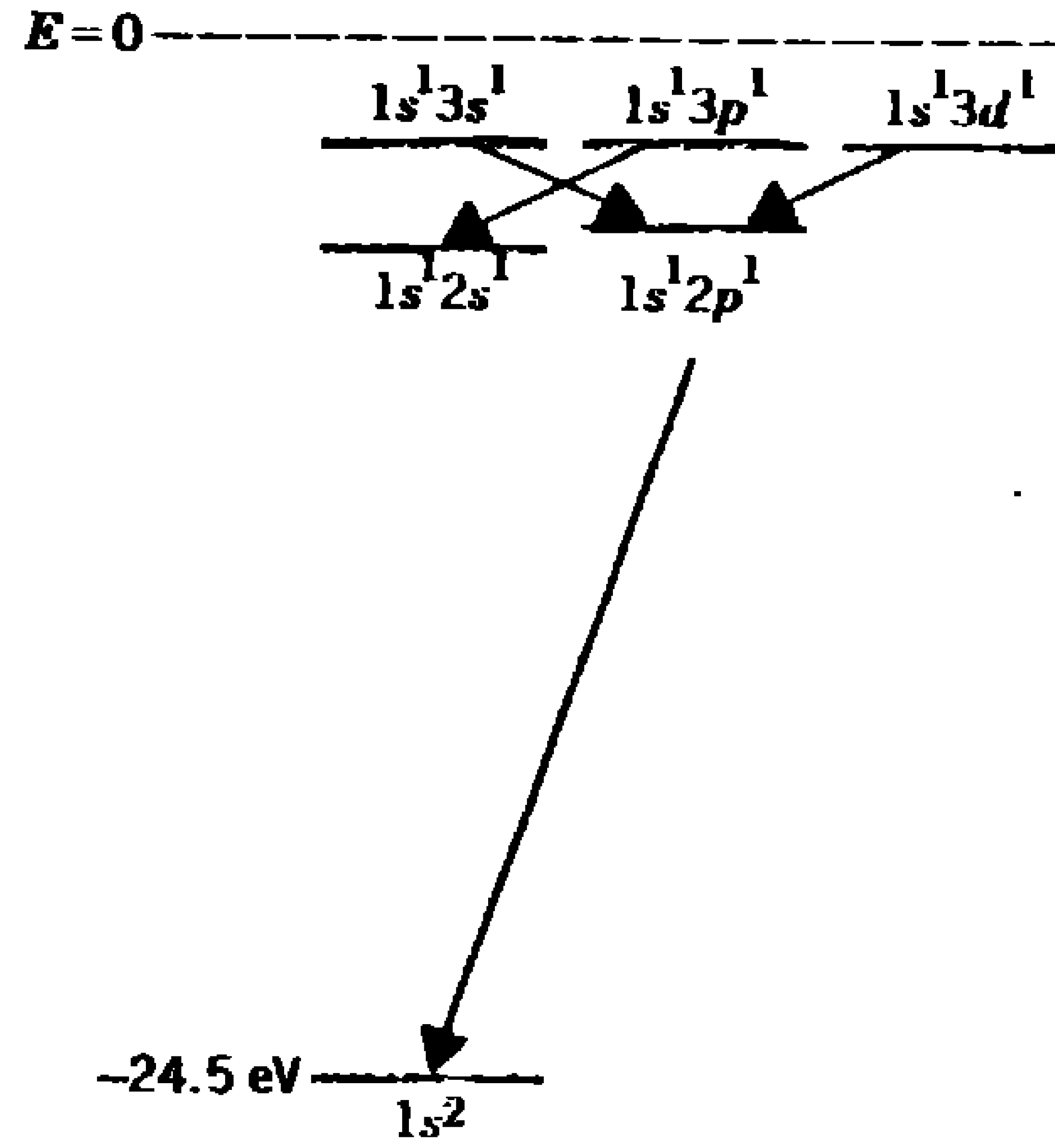




الشكل (٦-١٠)

(a) مخطط سويات طاقة الليثيوم مع بعض الانتقالات (وقد دوّن عليها طول الموجة بالنانومتر) ضمن المجال المرئي وقد وضعت سويات الطاقة للهدروجين بغية المقارنة .

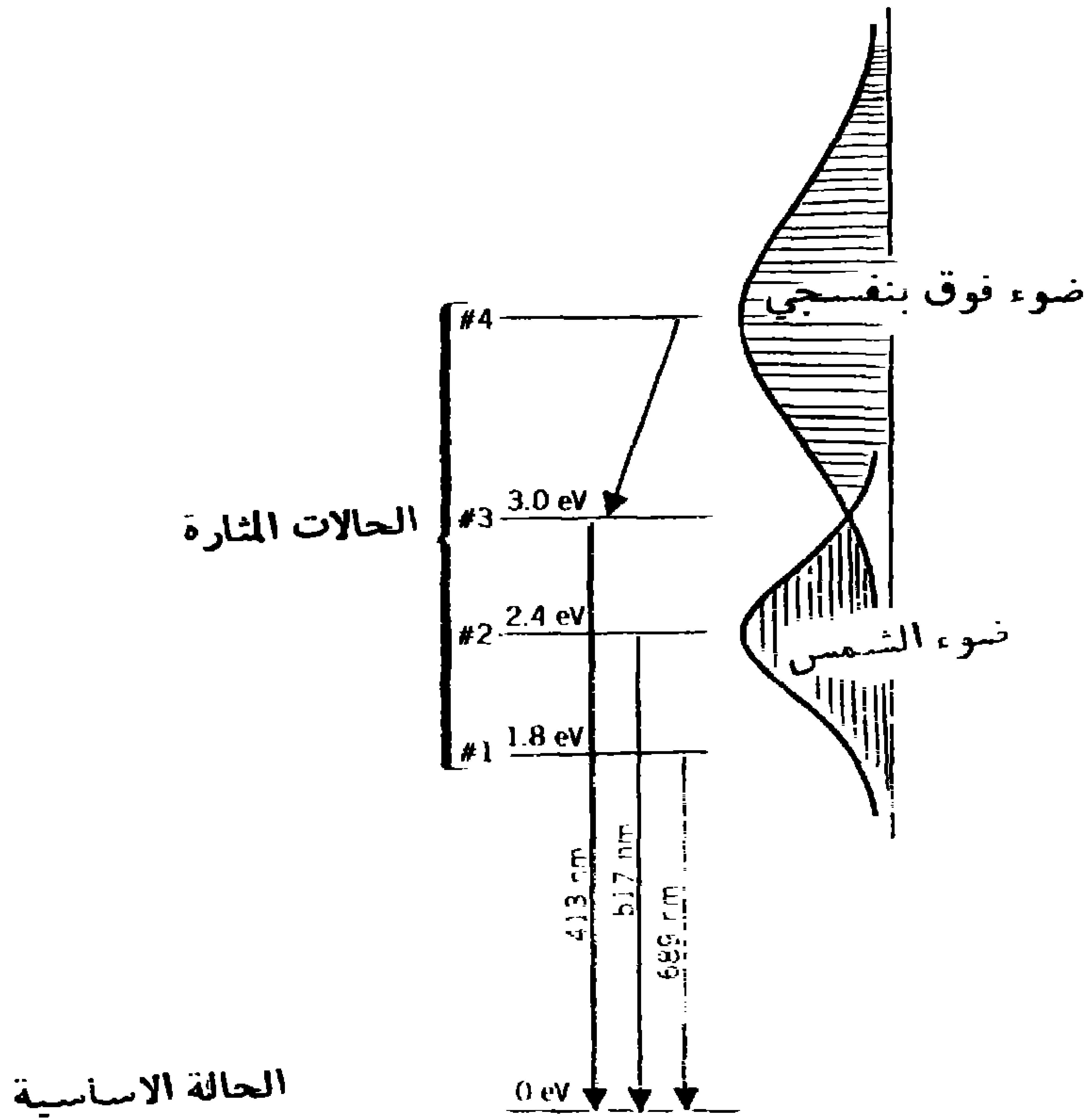
(b) مخطط سويات طاقة الصوديوم . انقسام البنية الناعمة للحالة 3P تجعل الانتقال مضاعف البنية



الشكل (٦-١١)

جزء صغير من مخطط طاقة الهليوم وقد احتوى الانتقالات $\Delta \ell = \pm 1$ فقط .

تُظهر المواد التي ترى بوساطة الأشعة فوق البنفسجية ألواناً تقع في الجزء الأزرق أو البنفسجي من الطيف والتي لا تظهر عندما ننظر إلى هذه المواد تحت ضوء الشمس . ونستطيع فهم هذا الأمر بالنظر إلى أشعة الشمس والحالات المثارة الضوئية للذرة الافتراضية المبينة بالشكل (٦-١٢) ، وتتركز أشعة الشمس عند مركز الطيف المرئي ، في المجال الأصفر ، وتكون الشدة عند النهايتين (الأحمر والأزرق) ضعيفة . تملك الفوتونات الصفراء طاقة كافية لإثارة هذه الذرة الافتراضية إلى السويتين 1 و 2 المبينتين بالشكل (٦-١٢) ولكنها لا تكون قادرة على إثارتها للسوية 3 . أما فوتونات الأشعة فوق البنفسجية فتملك طاقة كافية للوصول إلى السويات الثلاثة ، كذلك الضوء الصادر من الذرة في هذه الحالة أقوى عند المجال الأزرق مما يكون عليه الحال عند الإثارة بضوء الشمس .



الشكل (٦-١٢)
حالات مثارة لذرة افتراضية تثار هذه الذرة إلى الحالتين 1 و 2 بضوء الشمس بينما تثار إلى الحالات الأعلى بالأشعة فوق البنفسجية .

٦-٧- جمع الاندفاعات الزاوية :

تتحدد خواص العناصر القلوية مثل الصوديوم بخواص الالكترون الخارجي الوحيد ، فلو كان يملك الأعداد الكمومية (n, ℓ, m_l, m_s) فستتصرف الذرة كلها وكأن لها هذه الأعداد الكمومية . أما في ذرات معقدة أخرى مثل الكربون فلا يكون هذا الأمر صحيحاً . إن لذرة الكربون التشكيل الالكتروني التالي $1S^2 2S^2 2P^2$ ولسوف نهمل المدارين المغلقين 1S و2S لأنهما لايساهمان بصورة مباشرة بالخواص الذرية للكربون.ولنفترض أن لالكتروني المدار2P الأعداد الكمومية: $(2, \ell_1, m_{l1}, m_{s_1})$ و$(2, \ell_2, m_{l2}, m_{s2})$ حيث $\ell_1 \neq \ell_2$.فستتصرف الذرة

وكأنها تملك اندفاعاً زواياً L مساوياً المجموع الشعاعي لشعاعي الاندفاع الزاوي للالكترونين أي :

$$\vec{L} = \vec{\ell}_1 + \vec{\ell}_2 \qquad (6.2)$$

وهي ليست أشعة عادية لأنها تمثل اندفاعات زاوية مكممة لذلك يجب جمعها بطريقة خاصة :

١ - نبحث عن القيمة العظمى الممكنة للمركبة Z لمجموع الأشعة ، وبما أن المركبات وفق Z تجمع كالأعداد العادية وليس كأشعة لذلك تكون مركبة المجموع (مركبة الشعاع $\vec{L}$) Mz مساوية :

$$M_z = m_{l1} + m_{l2} \qquad (6.3)$$

فالقيمة العظمى لـ Mz في ذرة الكربون هي 2+ وذلك عندما تكون $m_{l2} = m_{l1} = 1$.

٢ - نبحث عن القيمة الصغرى الممكنة للمركبة Mz ، وهي في حالة الكربون تساوي الصفر ، والتي نحصل عليها من قيم الجمع أو الطرح المختلفة لكل من m_{l1} و m_{l2}

٣ - يمكن للعدد الكمومي L أن يأخذ أي قيمة ممكنة أبتداءً من القيمة المقابلة للقيمة العظمى للمركبة Z (في حالة الكربون تساوي 2) وانتهاءً بالقيمة المقابلة للقيمة الصغرى (في حالة الكربون تساوي الصفر) بخطوة تساوي الواحد، فمن أجل الكربون لدينا القيم 0 ، 1 ، 2 .

٤ - نطبق بعد ذلك قاعدة التكميم المطبقة على جميع أشعة الاندفاع الزاوي أي :

$$|L| = \sqrt{L(L+1)}\ \hbar \qquad (6.4)$$

و

$$Lz = M_z\ \hbar \qquad (6.5)$$

يملك كل الكترون سبيناً قدره ½ ، ويجب أن تجمع السبينات للتوصل إلى السبن الكلي S ، فنطبق القواعد السابقة نفسها أي أن هناك قيمة عظمى وأخرى صغرى للمركبة Ms وهما في حالة الكربون o , 1 على الترتيب لذلك تكون قيم S مساوية 1 , 0 (من القيمة الصغرى إلى العظمى بخطوة تساوي الواحد) ، وكذلك:

$$|S| = \sqrt{S(S+1)}\ \hbar \qquad (6.6)$$

و

$$S_z = M_s\ \hbar \qquad (6.7$$

ويمكن لألكتروني الكربون 2P أن يجمعا ليعطيا L = 0,1,2 و S = 0,1 فكيف نعرف التشكيل المقابل للحالة الأساسية ؟ .

تدعى القاعدة المستخدمة في ايجاد الأعداد الكمومية للحالة الأساسية بقواعد هاند (Hund's rules) :

١ - نبحث عن القيمة لـ S التي لا تتعارض مع مبدأ باولي (الاستبعاد) .

٢ – نبحث عن القيمة العظمى لـ L التي لا تتعارض مع مبدأ باولي وتقابل القيمة العظمى لـ S .

ففي حالة الكربون تكون القيمة العظمى لـ S مساوية الواحد (ولا يضع مبدأ باولي أي شرط لأن سعة المدار 2P ستة الكترونات ولدينا اثنان فقط).لنبحث الآن عن القيمة العظمى لـ L المقابلة S = 1 فالقيمة العظمى لـ m_l من أجل الالكترون الأول هي +1 فتكون أعداده الكمومية (2 , 1 , +1,+½) ولا يمكن للالكترون الثاني أن يملك $m_l = 1$ فذلك يتعارض مع مبدأ باولي لأن سبق الالكترون الثاني هو +½ ، لذلك فإن القيمة العظمى التي لا تتعارض مع مبدأ باولي للعدد m_l هي الصفر . أي $Mz = 1 + 0 = 1$ ومنه يكون الاندفاع الزاوي للكربون في حالته الأساسية مساوياً L = 1 .

مثال (٦–١) : أوجد الأعداد الكمومية المقابلة للحالة الأساسية لذرة الآزوت وذلك باستخدام قواعد هاند .

الحل : إن التشكيل الالكتروني لذرة الآزوت هو $1S^2 2S^2 2P^3$. نبدأ بايجاد القيمة العظمى لـ S ، فهناك ثلاثة الكترونات في المدار 2P ويسمح مبدأ باولي بأن يكون لكل منهم سبيناً قدره +½ أي أن القيمة العظمي لـ S هي S = 3/2 . فإذا أعطينا للالكترون الأول القيمة $m_l = +1$ تكون القيمة العظمي لـ m_l التي يأخذها الثاني $m_l = 0$ والقيمة العظمى التي يأخذها الثالث $m_l = -1$ ويكون المجموع $M = 1 + 0 - 1 = 0$ ومنه L = O والأعداد الكمومية المقابلة للحالة الأساسية للآزوت هي S = 3/2 و L = O .

مثال (٦-٢) : أوجد الأعداد الكمومية المقابلة للحالة الأساسية في ذرة الأوكسجين ($Z = 8$) .

الحل : إن التشكيل الالكتروني لذرة الأوكسجين هو $1S^2 2S^2 2P^4$ ، يمكن لثلاثة الكترونات في المدار P أن يكون لها سبين قدره ½+ لذلك سيكون للالكترون الرابع سبين قدره ½- وهذا يعطي سبيناً كلياً لذرة الأوكسجين قدره $S = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - 1/2 = 1$ وكما رأينا في الآزوت تكون الأعداد الكمومية m_l للالكترونات الثلاثة هي (1 , 0 , -1) أما الالكترون الرابع فيجب إعطاؤه القيمة العظمى $m_l = +1$ ومنه $M = 1 + 0 - 1 + 1 = 1$ وتكون الأعداد الكمومية المقابلة للحالة الأساسية في ذرة الأوكسجين $S = 1$ و $L = 1$.

لننظر الآن إلى سويات الطاقة في الهليوم . إن التشكيل الالكتروني للحالة الأساسية هو $1S^2$ فالالكترونان في المدار S وباندفاع زاوي قدره $\ell = O$ وتكون القيمة الوحيدة الممكنة لـ L هي الصفر يمكننا أن نتوقع سبيناً كلياً للذرة بقيمة صفر أو واحد ، وكما في حالة الكربون ، يتطلب مبدأ باولي أن يكون الالكترونان متعاكسين أي أن لأحدهما سبيناً قدره ½+ وللآخر سبيناً قدره ½- والقيمة الوحيدة لـ M هي الصفر لذلك تكون الحالة الأساسية لذرة الهليوم بالعددين $L = o$ و $S = O$ والحالة المثارة الأولى هي $1S^1 2S^1$ ويكون لكل من الالكترونين في هذه الحالة $\ell = O$ أي يجب أن يكون $L = 0$ أما السبن الكلي فيمكن أن يكون $S = 0$ و $S = 1$ إذ لا ينطبق مبدأ باولي عليها فلهما عددان رئيسان مختلفان $n = 1$ و $n = 2$ ، أي أن هناك حالتين مثارتين لهما التشكيل نفسه تملك أحدهما الأعداد $L = 0$ و $S = 0$ والثانية $L = 0$ و $S = 1$. تدعى الحالة المقابلة لـ $S = 0$ بالأحادية وتلك المقابلة لـ $S = 1$ بالثلاثية وذلك لإمكان وجود ثلاث قيم لـ Ms (1 , 0 , -1).

ويعد تصنيف الحالتين إلى أحادية وثلاثية مهماً عندما نعالج قواعد الانتقاء للانتقالات بين الحالات وهي القواعد التي تخبرنا عما إذا كان الانتقال مسموحاً أم محظوراً . إن قواعد الانتقاء التي تتعلق بكل من L و S هي :

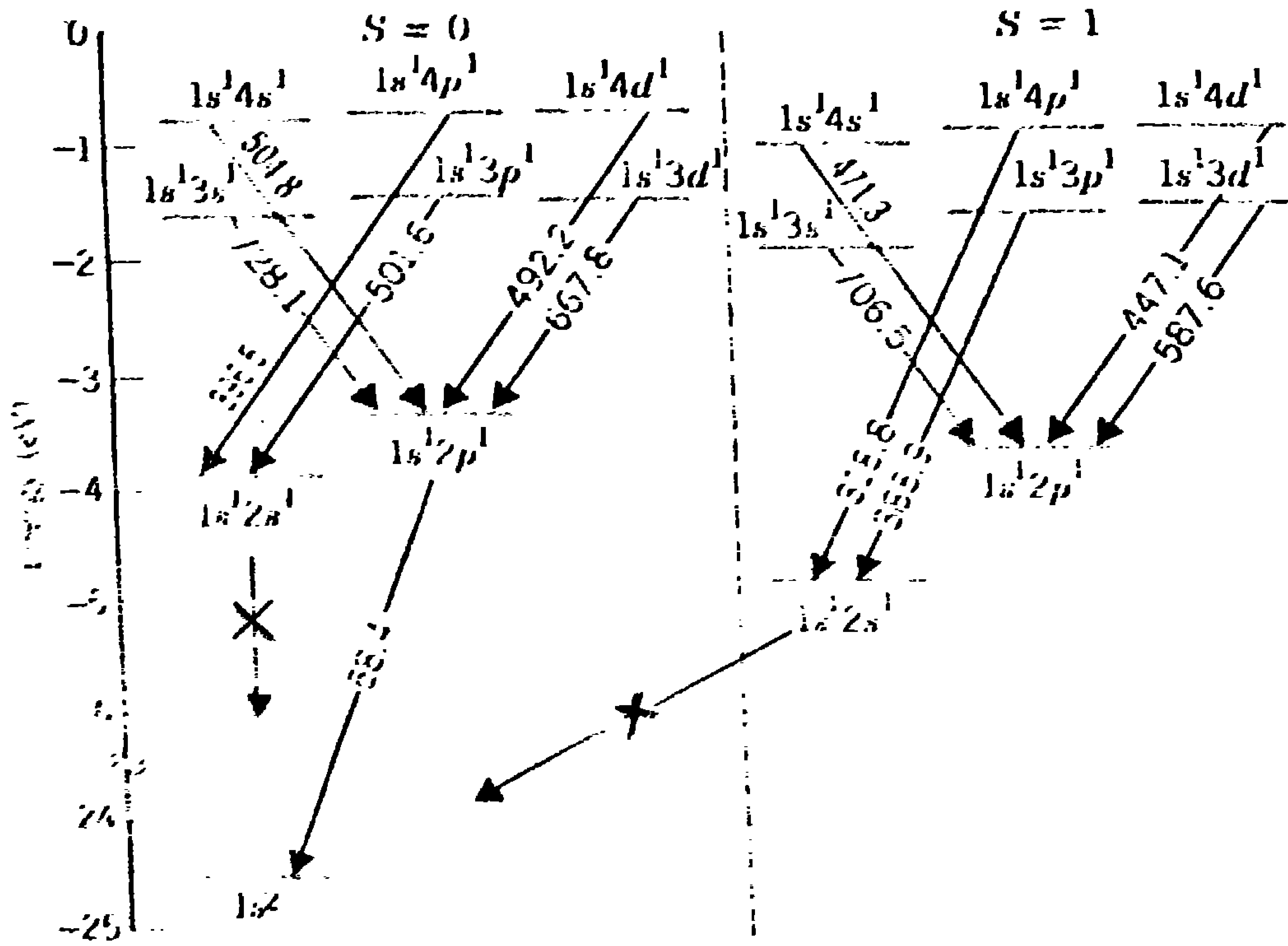
$$\Delta L = 0, \mp 1 \qquad (6.8)$$

و

$$\Delta S = 0 \qquad (6.9)$$

ولا يوجد قاعدة انتقاء للعدد n ، وبالطبع لا تزال قاعدة الإنتقاء $\Delta L = \mp 1$ للالكترون الوحيد في عملية انتقالية مطبقة . فمن أجل حالتي الهليوم $1S^1 2S^1$ لا تسمح القاعدة $\Delta \ell$ لأي من السويتين بالانتقال إلى الحالة $1S^2$ (فمن الحالة 2S إلى 1S يكون $\Delta \ell = 0$) بالإضافة إلى أن القاعدة ΔS تمنع الانتقال من الحالة الثلاثية S = 1 الى الحالة الأساسية S = 0 ، أي أن هذه الانتقالات مخالفة لقواعد الانتقاء فهي نادرة الحدوث ، وتدعى سويات الطاقة التي تملك احتمال انتقال منخفضاً نحو سوية دنيا بالحالات شبه المستقرة .

يبين الشكل (٦-١٣) سويات الطاقة والانتقالات في الهليوم . وقد جمعت الحالات الأحادية والحالات الثلاثية بشكل مستقل لأن الانتقالات بين الأحادية والثلاثية تخالف القاعدة $\Delta S = 0$



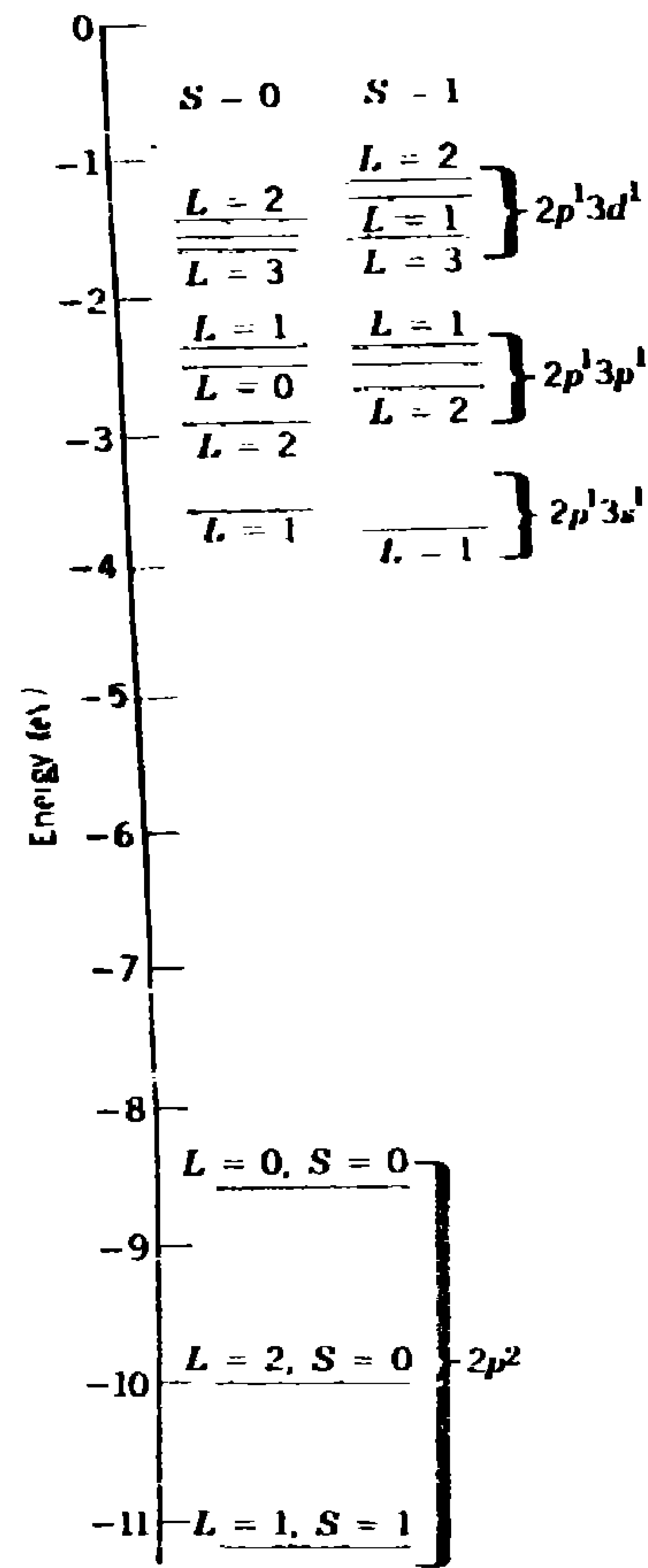
الشكل (٦-١٣)

مخطط سويات الطاقة في الهليوم

صنفت الحالات إلى احادية وثلاثية ، الانتقالات الموصومة بالضرب تخالف قاعدة الانتقاء

$$\Delta \ \ell = \mp 1$$

ويبين الشكل (٦-١٤) مخطط سويات الطاقة للكربون ونلاحظ تعقيد المخطط بالمقارنة مع مخططات المعادن القلوية والهليوم ، وينتج هذا التعقيد من اقتران الالكترونين 2P .



الشكل (٦-١٤)

مخطط سويات الطاقة للكربون

وقد وضعت أدلة لكل مجموع سويات تمثل التشكيل الالكتروني ، كما وضعت أدلة لكل سوية تعبر عن الاندفاع الكلي L والسبين الكلي S .

- مسائل -

١ - اكتب جميع العناصر ذات التشكيل P^3 ، وذات التشكيل d^7 .

٢ - اذكر التشكيل الالكتروني لكل من P ، V ، Sb ، Pb .

٣ - استخراج العلاقة (6 . 1) .

٤ - يُصدر عنصر أشعة سينية Kα طول موجتها 0.1940 nm ما هو هذا العنصر ؟

٥ - احسب طاقة الأشعة السينية Kα للعناصر Ca ، Z ، Hg وقارن مع قيمها التجريبية 3.69 Kev ، 15.8 Kev ، 70.8 Kev .

٦ - ارسم منحني موسلي للأشعة السينية Kβ مستخدماً الجدول التالي :

Ne	0.858	KeV	Mn	6.51	KeV	Zr	17.77	KeV
P	2.14	KeV	Zn	9.577	KeV	Rn	22.8	KeV
Ca	4.02	KeV	Br	13.3	KeV	Sn	28.4	KeV

ثم حدد ميله وقارن مع التوقع النظري .

٧ - أعد المسألة (٦) في حالة الأشعة السينية Kα والقيم

Mn	0.721	KeV	Zr	2.06	KeV	Cs	4.65	KeV
Zn	1.11	KeV	Rh	2.89	KeV	Nb	5.72	KeV
Br	1.60	KeV	Sn	3.71	KeV			

ما هو تفسيرك لميل المنحني والتقاطع مع محور الأعداد الذرية .

٨ - أوجد القيمة الدنيا للكمون المطبق لتسريع الالكترونات في أنبوب الأشعة السينية من أجل مشاهدة الأشعة السينية Kα للنحاس .

٩ – لعنصر الكروميوم تشكيل الكتروني هو $4S^1 3d^5$ إضافة إلى لب الأرغون الخامل . أوجد قيم L و S لهذا العنصر في حالته الأساسية .

١٠ – أوجد مستخدماً قواعد هاند قيم كل من L و S للحالة الأساسية للعناصر .

Ce	[Xe] $6S^2 4f^1 5d^1$
Gd	[Xe] $6S^2 4f^7 5d^1$
Pt	[Xe] $6S^1 4f1^4 5d^9$

١١ – أوجد مستخدماً قواعد هاند الاندفاع الزاوي L والسبين S للعناصر: الفلور ، المغنزيوم ، التيتانيوم ، الحديد . في حالاتها الأساسية .

١٢ – ما هي القيم المحتملة لكل من L و S في ذرة مثارة لها التشكيل $4d^1 5d^1$ ؟

١٣ – أوجد الحقل المغناطيسي الفعال الذي ينتج انفصام البنية الناعمة للحالة 3P في الصويوم مفترضاً أن عزمها المغناطيسي ويساوي واحداً مغناطوناً .

١٤ – أوجد مستخدماً الأطوال الموجية المبينة بالشكل (٦–١٠) فرق الطاقة بين الحالتين 3d و 4d في الليثيوم وكذلك في الصوديوم ، ثم قارن هذه القيم مع فرق الطاقة بين $n = 4$ و $n = 3$ في ذرة الهدروجين .

١٥ – أوجد من المعلومات المتوافرة من الشكل (٦–١٠) فرق الطاقة بين الحالتين 3P و 3d في الليثيوم ، قارن طاقة الحالات 3S ، 5S و 5S ، وإذا كانت طاقة التأيين لليثيوم في حالته الأساسية هي 5.39 ev ، فما هي طاقة التأيين للحالة 2P ؟ وللحالة 3S ؟ .

١٦ - لدينا الانتقالات التالية في الصوديوم :

$3P \rightarrow 3S$	588.995 , 589.592	nm
$4P \rightarrow 3S$	330.303 , 330.241	nm
$5P \rightarrow 3S$	285.307 , 285.286	nm
$6P \rightarrow 3S$	268.047 , 286.038	nm

احسب فرق الطاقة للبنية الناعمة لهذه الحالات P الأربع ، وحدد ارتباط هذا الانقسام بالعدد الكمومي n ، وقارن مع النظرية البسيطة في الفقرة (٥-٨).

١٧ - احسب مستخدماً الأطوال الموجية في الشكل (٦-١٣) فرق الطاقة بين الحالتين الأحاديتين $1S^1 4P^1$ و$1S^1 3P^1$ للهليوم ، قارن النتيجة مع القيم المتوقعة وفق نموذج بور مفترضاً أن الالكترون P قد حجب بالالكترون S ، أعد الحساب من أجل الحاليتين الثلاثيتين 3d و 4d .

١٨ - إذكر ست مجموعات ممكنة للأعداد (n , ℓ , m_l , m_s) للالكترون في المدار 2P . لنفرض وجود ذرة مثل ذرة الكربون لها الكترونان في المدار 2P . ما هو عدد الترتيبات المختلفة الممكنة للأعداد الكمومية لهذين الالكترونين مهملاً مبدأ باولي ؟ ما هو عدد الترتيبات التي يحذفها مبدأ باولي ؟ لنفترض أن الكربون في حالته المثارة $2P^1 3P^1$ ، هل يطبق مبدأ باولي على هذه الحالة ؟ كم عدد المجموعات المختلفة الممكنة للأعداد الكمومية في هذه الحالة ؟

١٩ - ما هو أطول الأمواج في طيف امتصاص الليثيوم ؟ ما هو أطول الأمواج في طيف امتصاص الهليوم ؟ وفي أي مجال من الطيف يقع ؟ ماهو أقصر الأمواج في طيف امتصاص كل من الليثيوم والهليوم ؟ وفي أي مجال من الطيف تقع ؟

الباب الثاني

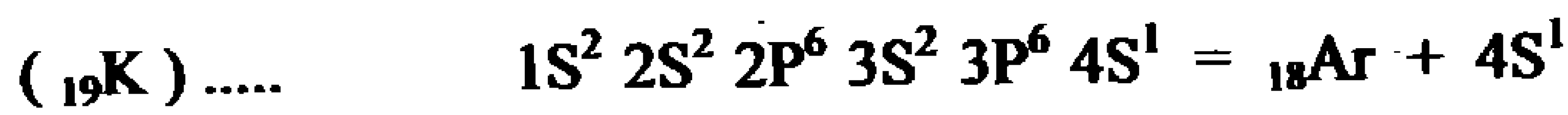
الفصل الأول

الروابط الجزيئية

١ – رابطة التشرد (الرابطة الايونية) :

تتواجد رابطة التشرد في كثير من الأملاح حيث يرتبط فيها معدن قلوي (الذي يشغل مكاناً في العمود الأول من الجدول الدوري كالليثيوم (Li) و(Na) و (K) ...) يرتبط مع هالوجين (الذي يشغل مكاناً في العمود السابع من الجدول الدوري كالفلور (F) ، و (Cl) و (Br) ....)

ولتفسير رابطة التشرد ندرس مثالاً نموذجياً وهو على الجزيء (KCL) ، فللبوتاسيوم ($_{19}K$) كما نعلم ، (19) الكترونا ، يمكن عده مؤلفاً من تمثيل كامل وخامل للارغون ($_{18}Ar$) يضاف إليه الكترون واحد ($4S^1$) أي :



$$(_{19}K) ..... \qquad 1S^2\ 2S^2\ 2P^6\ 3S^2\ 3P^6\ 4S^1 = {}_{18}Ar + 4S^1$$

ويمكن الحصول على الشاردة (K^+) بسهولة ، لأن هذا الالكترون الأخير ($4S^1$) يرتبط ارتباطاً ضعيفاً في (K) ، إذ إن طاقة ارتباطه تساوي (ev) 4,34 .

أما الكلور ($_{17}Cl$) فينقصه الكترون واحد لكي تصبح طبقته (3P) كاملة، أي :



$$({}_{17}Cl) \ldots \quad 1S^2\ 2S^2\ 2P^6\ 3S^2\ 3P^5 = {}_{18}Ar - 3P^1$$

ويمكن بسهولة أيضاً ضمّ الكترون واحد إلى جوهر (Cl) للحصول على الشارة (Cl^-) .

هذا ويقال عن خاصّة ضمّ الكترون واحد إضافي إلى الذرة المعتدلة (كالكور في المثال السابق) إن لها ألفة الكترونية (affinité) ، كما يُطلق على الطاقة اللازمة لاقتلاع هذا الالكترون من الشاردة (Cl^-) بغية الحصول على ذرة معتدلة للكلور (Cl) والتي تساوي (ev) 3,62 ، يطلق عليها اسم طاقة الألفة الالكترونية .

ولما كنا نعطي طاقة لهذا الاقتلاع ، فإن ذلك يدل على أن الطاقة الكلّية للشاردة (Cl^-) هي حتماً أصغر من الطاقة الكلية للذرة المعتدلة (Cl) بالمقدار 3,62 (ev) .

ويمكننا الحصول على الجزيئة (KCl) باتباع الطريقة التالية ذات مرحلتين .

المرحلة الأولى – نقتلع الكتروناً من الذرة المعتدلة (K) للحصول على الشاردة (K^+) ، ثم نعطي هذا الالكترون إلى الكلور المعتدل (Cl) ليصبح شاردة

(Cl^-)، لهذا ينبغي إضافة طاقة مساوية (ev) 4,34 ، إلى (K) والتي يُعـاد قسـمٌ منهـا مقداره (ev) 3,62 إلى الذرة (Cl) .

ينتج عن ذلك ، أن الطاقة اللازمة للحصول على زوج من الشوادر (Cl^-) ، (K^+) تساوي : 4,34 - 3,62 = 0,72 (ev) .

المرحلة الثانية — نفرض أننا نضم الشاردتين (K^+) و (Cl^-) إلى بعضهمـا للحصول على الجزيئة المعتدلة (KCl) ، فتزداد طاقة الجملة لأنه يحصل تجاذب كولومبي بين هاتين الشاردتين المشحونتين كهربائياً بشحنتين مختلفتين (ويكون هذا الازدياد عندئذٍ سالباً) وتكون الطاقة الكلية النهائية مساوية مجموع الطاقـة الموجبة (ev) 0,72 وهـي اللازمـة لتشـكيل الـزوج K^+ ، Cl^- ، والطاقـة الكولومبيـة السـالبة للشاردتين المتحدتين مع بعضهما ، فإذا كانت هـذه الطاقـة الكليـة سـالبةً ، كـانت الجزيئة الحاصلة (KCl) مستقرة (لأنه ينبغي أن نعطـي لتلـك الـذرة (KCl) طاقـة لانفصالها إلى العنصرين (K) و (Cl)) .

وقد أمكن الحصول تجريبياً على طاقـة انفصـال (KCl) إلى (K) و(Cl) فكانت مساوية : (ev) 4,42 ، كمـا أمكـن الحصـول علـى المسـافة الفاصلـة بـين الشاردتين في الجزيء (KCl) فكانت مساوية : r_0 = 2,79 (A°)

هذا ولما كانت القوة الكولومبية بين الشاردتين ، جاذبة ، فإننا لا نحصـل في الوهلة الأولى على تمثيلٍ مستقر لهما ، ولكن مع ذلك ، إذا كـانت المسـافة الفاصلـة بينهما صغيرة بشكلٍ كـافٍ ، يحصـل فيمـا بـين الالكترونـات تدافـع كولومـبي أي توجد قوة نابذة بينها ، (ويدخل في الاعتبار هنا أيضاً مبدأ استبعاد (Pauli) ، ولمـا

كان ثمة تجاذب من أجل المسافة الكبيرة ، وتدافع من أجل المسافات الصغيرة ، فلا بد من وجود وضع تتوازن به الشاردتان (K^+) و (Cl^-) . وهذا ما يحصل عملياً .

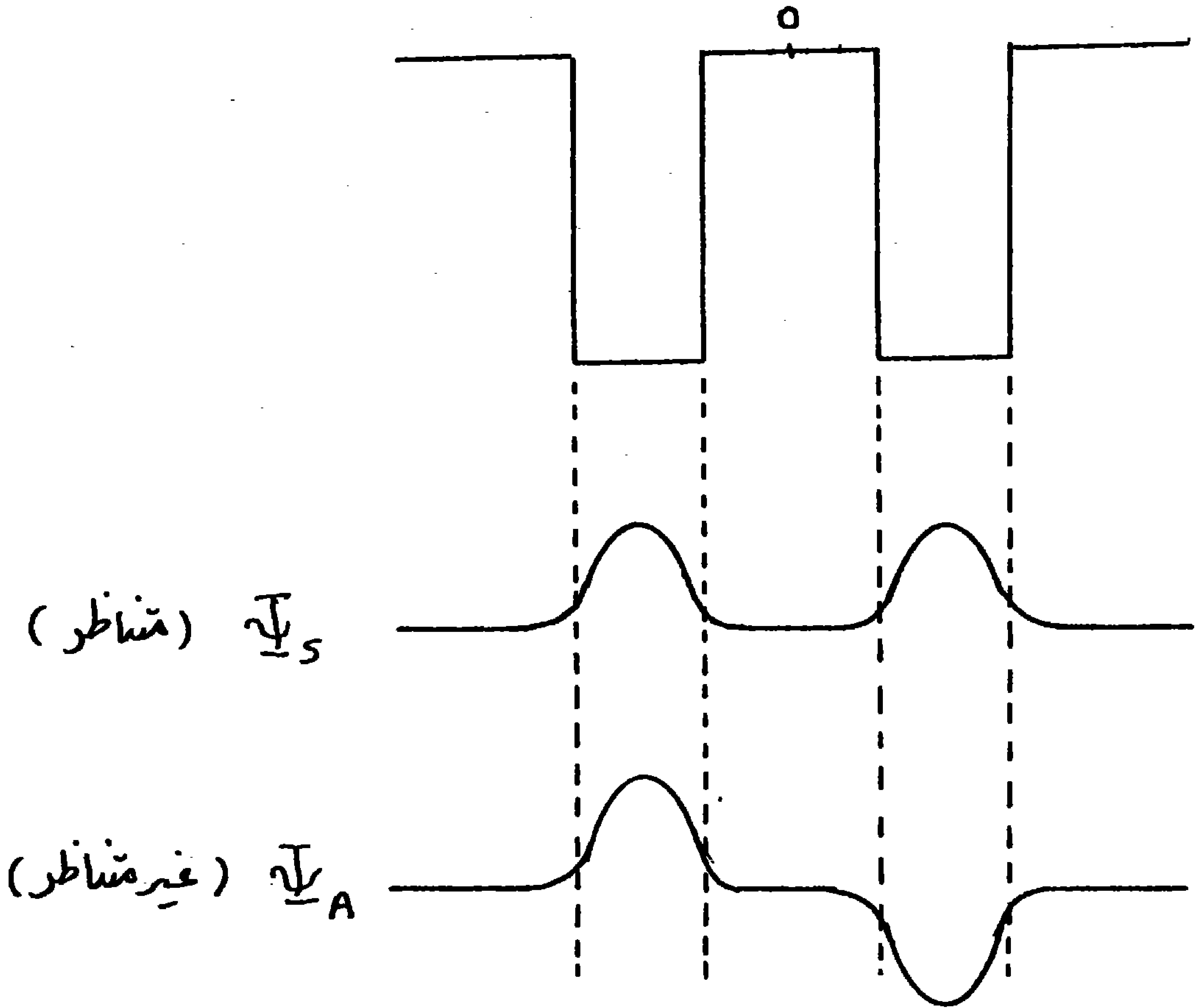
٢ – رابطة التكافؤ (Covalente) :

ترتبط الجزيئات ثنائية الذرة كالجزيئات الغازية (H_2 ، N_2 ، Cl_2 ، NO ، CO،....) برابطة تسمى رابطة التكافؤ ، ويتطلب تفسيرها الكامل حلّ لجملةٍ كوانتية مؤلفة من الكترونين (أو عدة الكترونات) خاضعة لحقل نواتين ، والتي يعالجها الميكانيك الكوانتي بشكلٍ كامل ، ولكننا نكتفي هنا باستخدام نتائج هذا الميكانيك وذلك لمعرفة بعض المفاهيم المتعلقة برابطة التكافؤ .

لتكن لدينا جزيئة بسيطة (H_2) ذات رابطة تكافؤ ، مؤلفة من بروتونين ذي شحنتين كهربائيتين موجبتين يتحرك حولهما الكترونان في حقلهما الكهرطيسي . ولنستخدم مسألة البئر الكمونية التربيعية المحدودة ذات البُعد الواحد بغية تفسير رابطة التكافؤ فيها ، فلدينا من أجل ذرة الهيدروجين في الجزيء (H_2) بئران كمونيتان تربيعيتان محدودتان ، ينتمي أحدهما إلى الالكترون الأولى ، وينتمي البئر الثانية إلى الالكترون الثاني في الذرة (H) الثانية .

١ – ولنستخدم أولاً ، الكتروناً وحيداً ينتمي إلى إحدى البئرين ، ثم نضيف الالكترون الثاني ، ولما كانت البئران متطابقتين ، فإن التناظر بينهما يؤدي إلى أن الكثافة الاحتمالية $|\Psi|^2$ متناظرة بالنسبة للنقطة (O) المنصّفة للبعد ما بين البئرين ، الشكل (١) ، وهذا يستلزم أن يكون التابع الموجي للالكترون (Ψ) متناظراً (Ψ_s) أو غير متناظر (Ψ_A) . ونُمثل هاتين الحالتين باستخدام الحالة الأساسية

(n = 1) للالكترون . ويمثل الشكل (1) وضع البئرين عندمـا يكـون البعـد بينهمـا كبيراً ، أما الشكل (2) فيمثل وضعهما في حالة التقارب ثم في حالة التداخل .



الشكل (1)

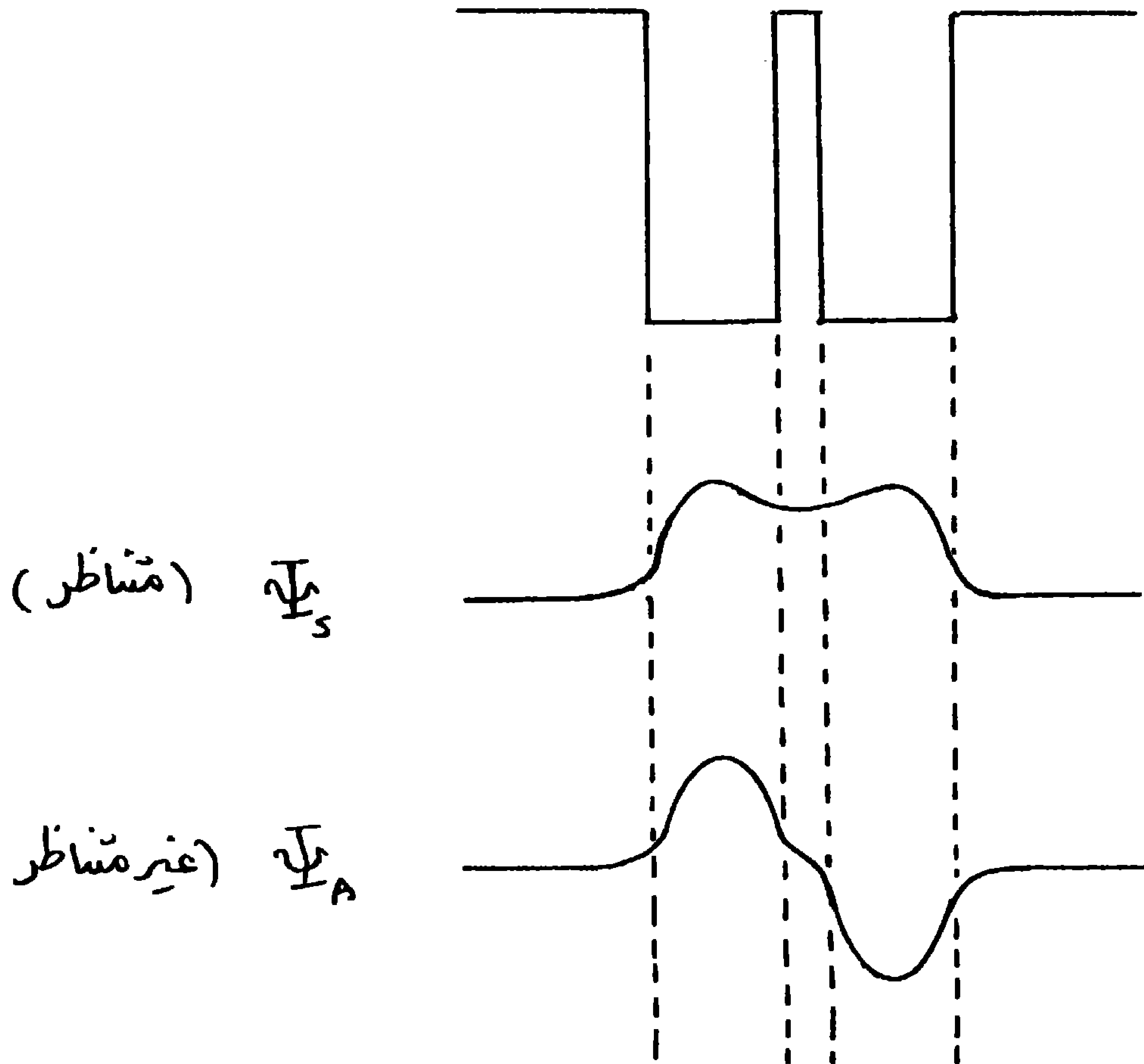
بئران كمونيتان تربيعيتان محدودتان ، بعيدتان عن بعضهما

(Ψ_S) التابع الموجي للاكترون في حالة التناظر .

(Ψ_A) هو التابع الموجي للاكترون غير المتناظر .

(ع) u°

ونلاحظ في الشكل (2) ، أن التابع الموجي للالكـترون المتنـاظر (Ψ_S) في المنطقة بين البئرين أعرض من التابع الموجي غير المتناظر (Ψ_A) فيها .



الشكل (2)

بئران كمونيتان تربيعيتان متقاربتان (في حالة التداخل) حيث يشغل التابع الموجي المتناظر (Ψ_S) للالكترون حيزاً عريضاً بين البئرين . ويشغل التابع الموجي غير المتناظر (Ψ_A) له ، حيزاً ضيّقاً بينهما .

٢ – لنضيف الآن الالكترون الثـاني إلى البـئرين ، فلدينـا الآن الكترونـان في بئرين ، إننا نعلم أن التابع الموجي الكلي للالكترونين (Ψ) ينبغي أن يكون متنـاظر أو غير متناظر عندما يتبادل الالكترونات (علمـاً أن تبـادل الالكـترونين في البـئرين يكافئ تبادل البئرين) ، ويمكن كتابة التابع الموجي الكلي (Ψ) على شكل جـداء تـابعين ، أحدهمـا تـابع لموضعْـي الالكـترونين وهـو : $\psi(\vec{r}_1 \text{،} \vec{r}_2)$ والثـاني تـابع للسبين وهو: $\Phi_{s \text{،} Ms}(m_{s1} \text{،} m_{s2})$.

أي أن : $\Psi = \psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2) . \Phi_{s \text{،} Ms}(m_{s1} \text{،} m_{s2})$

حيث : (S) هو العدد الكواتي الكلي للسبين للالكترونين .

: (M_S) هـو العـدد الكوانـتي المغناطيســي الكلــي لهمــا . حيــث : ($M_s = m_{s1} + m_{s2}$) و ($-S \le M_s \le +S$) وعـدد قيـم (M_s) يسـاوي : ($2s+1$).

: (m_{s1}) هو العدد الكوانتي المغناطيسي للاكترون الأول .

: (m_{s2}) هو العدد الكوانتي المغناطيسي للأكترون الثاني .

ولنعالج موضوع التناظر في التابع الموجي الكلي باستخدام تناظر تابع السـبين (ϕ) .

أولاً – عندما يكون سبينا الالكـترونين متسـايرين (↑↑) أي $(\vec{S}_1 // \vec{S}_2)$ يكون ($S=1$) ، وتكون حالة السبين (أي تابع السبين ϕ) مساوية :

$$\phi_{s,Ms} = \phi_{1,+1}$$

لأن ($-1 \le M_s \le +1$) ، ($S=1$) ، وعدد قيم (M_s) هو : ($2S+1=3$)

أي نحصل على **ثلاثية** ، وتكون قيم (M_s) هي التالية :

$$M_s = -1 ، O ، +1$$

a) – لنمثل أولاً حالة السبين ($\phi_{1,+1}$) من أجل : ($M_s = +1$) حيث :

$$M_s = m_{s_1} + m_{s_2} = +\frac{1}{2}+\frac{1}{2} = +1$$

ونكتبها اختصاراً كما يلي :

$$S = 1 \quad M_s = +1 \qquad \phi_{1,+1}\left(+\frac{1}{2} ، +\frac{1}{2}\right) = \underset{1}{\uparrow}\underset{2}{\uparrow}$$ حالة متناظرة بتبادل الألكترون

حيث : ($\uparrow_1$) يدل على أن للاكترون الأول سبيناً $\vec{S}$ متجهاً نحو الأعلى.

: ($\uparrow_2$) يدل على أن للاكترون الثاني سبيناً $\vec{S_2}$ متجهاً نحو الأعلى أيضاً .

b) – لنمثل ثانياً حالة السبين ($\phi_{1,-1}$) من أجل ($Ms = -1$) حيث :

$$M_s = m_{s_1} + m_{s_2} = -\frac{1}{2}-\frac{1}{2} = -1$$

ونكتبها اختصاراً كما يلي :

$$S = 1 \quad M_s = -1 \qquad \phi_{1,-1}\left(-\frac{1}{2} ، -\frac{1}{2}\right) = \underset{1}{\downarrow}\underset{2}{\downarrow}$$ حالة متناظرة بتبادل الالكترونين

حيث : $\underset{2}{\downarrow}\ \underset{1}{\downarrow}$ ، يدلان على أن كلاً من سـبيني الالكـترونين ، $(\vec{S}_1)$و$(\vec{S}_2)$ متجه نحو الأسفل .

C) – أما الحالة الثالثة للسبين $\phi_{1،o}\left(+\frac{1}{2}،-\frac{1}{2}\right)$ من أجل ($M_s = o$) حيث:

$$M_s = m_{s_1} + m_{s_2} = +\frac{1}{2} - \frac{1}{2} = O$$

والتي تساوي أيضاً : $\phi_{1،o}\left(-\frac{1}{2}،+\frac{1}{2}\right)$ (وذلك بتبادل السبينين فيها) .

ونعلم في الميكانيك الكوانتي (*) ، أن هذه الحالة يمكن التعبير عنها بالـتركيب الخطي التالي :

$$\phi_{1،o} = \phi_{1،o}\left(m_{s_1} ، m_{s_2}\right) + \phi_{1،o}\left(m_{s_2} ، m_{s_1}\right)$$

أي :

$$\phi_{1،o} = \phi_{1،o}\left(+\frac{1}{2}،-\frac{1}{2}\right) + \phi_{1،o}\left(-\frac{1}{2}،+\frac{1}{2}\right)$$

والتي نكتبها اختصاراً كما يلي :

$M_s = O \quad S = O \quad \phi_{1،o} = \underset{1}{\uparrow}\underset{2}{\downarrow} + \underset{1}{\downarrow}\underset{2}{\uparrow}$ حالة متناظرة بتبادل الالكترونين

ونجد أيضاً أن هذا التابع $\phi_{1،o}$ متناظر بالنسبة لتبادل الالكترونين .

* **ثانياً** – عندما يكون سبينا الالكترونين متعاكسين (↓↑) يكون (S = o)

وتكون حالة السبين (أي تابع السبين ϕ) مساوية : $\phi_{s،Ms} = \phi_{o،o}$

حيث : $(-S \leq M_s \leq +S)$ ، $(S = O)$ ، وتكون $(M_s = o)$.

وعدد قيم (M_s) يساوي : $(2S + 1 = 1)$ ، وهي حالة أحادية فيكون تابع السبين $\phi_{sMs}(m_{s1} ، m_{s2})$

مساوياً إما : $\phi_{o،o}\left(+\frac{1}{2}،-\frac{1}{2}\right)$ أو : $\phi_{o،o}\left(-\frac{1}{2}،+\frac{1}{2}\right)$

ونعلم في الميكانيك الكوانتي(*) أنه يمكن التعبير عن هذه الحالة بالتركيب الخطي التالي :

$$\phi_{o،o} = \phi_{o،o}\left(+\frac{1}{2}،-\frac{1}{2}\right) - \phi_{o،o}\left(-\frac{1}{2}،+\frac{1}{2}\right)$$

والتي نكتبها اختصاراً كما يلي :

$$S = O \quad M_s = O \quad \phi_{o،o} = \underset{1\ 2}{\uparrow\downarrow} - \underset{1\ 2}{\downarrow\uparrow}$$ حالة غير متناظرة بتبادل الالكترونين

حيث : $$\left(M_s = m_{s_1} + m_{s_2} = +\frac{1}{2} - \frac{1}{2} = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = O\right)$$

الخلاصة : إننا نحصل على نتيجة مهمة مما سبق ، وهي أن تابع السبين (ϕ) وهو أحد حدّيْ الجداء في التابع الموجي الكلي (Ψ) :

---

* – للمزيد يمكن مراجعة الميكانيك الكوانتي .

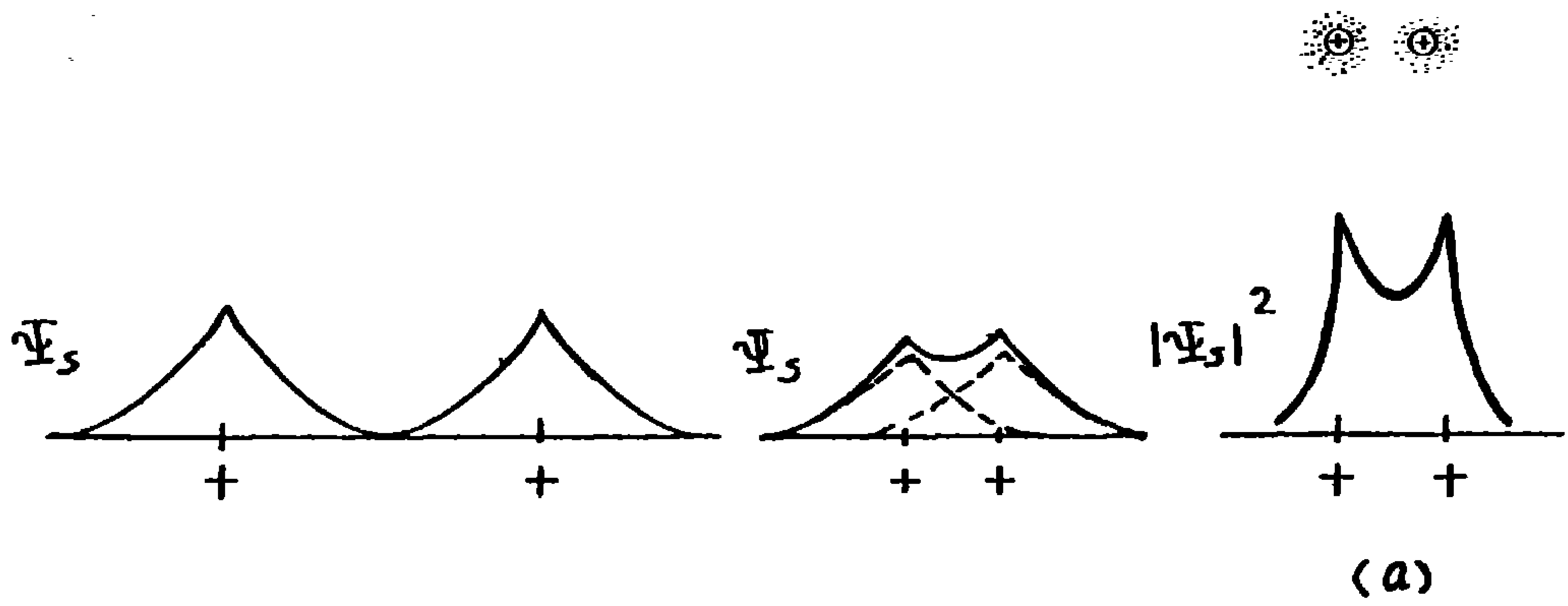
$\phi_{s,Ms}$. $\psi = \phi\left(\vec{r_1} \text{ ، } \vec{r_2}\right)$ يكـون متنـاظراً ، مـن أجـل التسـاير في اتجـاه سـبيني الالكترونين $\left(\vec{S_2} \text{ ، } \vec{S_1}\right)$ ↑↑

أي في الحالة الثلاثية (S = 1) ، وغـير متنـاظر مـن أجـل تعاكسـهما ↓↑ في الحالة الأحادية (S = O) .

ولكي يكون التـابع الموجـي الكلـي للالكـترونين (Ψ) متنـاظراً ، ينبغـي أن يكون تابع الموضع لهما $\psi \left(\vec{r_1} \text{ ، } \vec{r_2}\right)$ متنـاظراً ، وأن يكـون تـابع السـبين $\phi_{s,Ms}$ غير متناظر ، أي حالة تعاكس السبينين ↓↑ من أجل (S = O) .

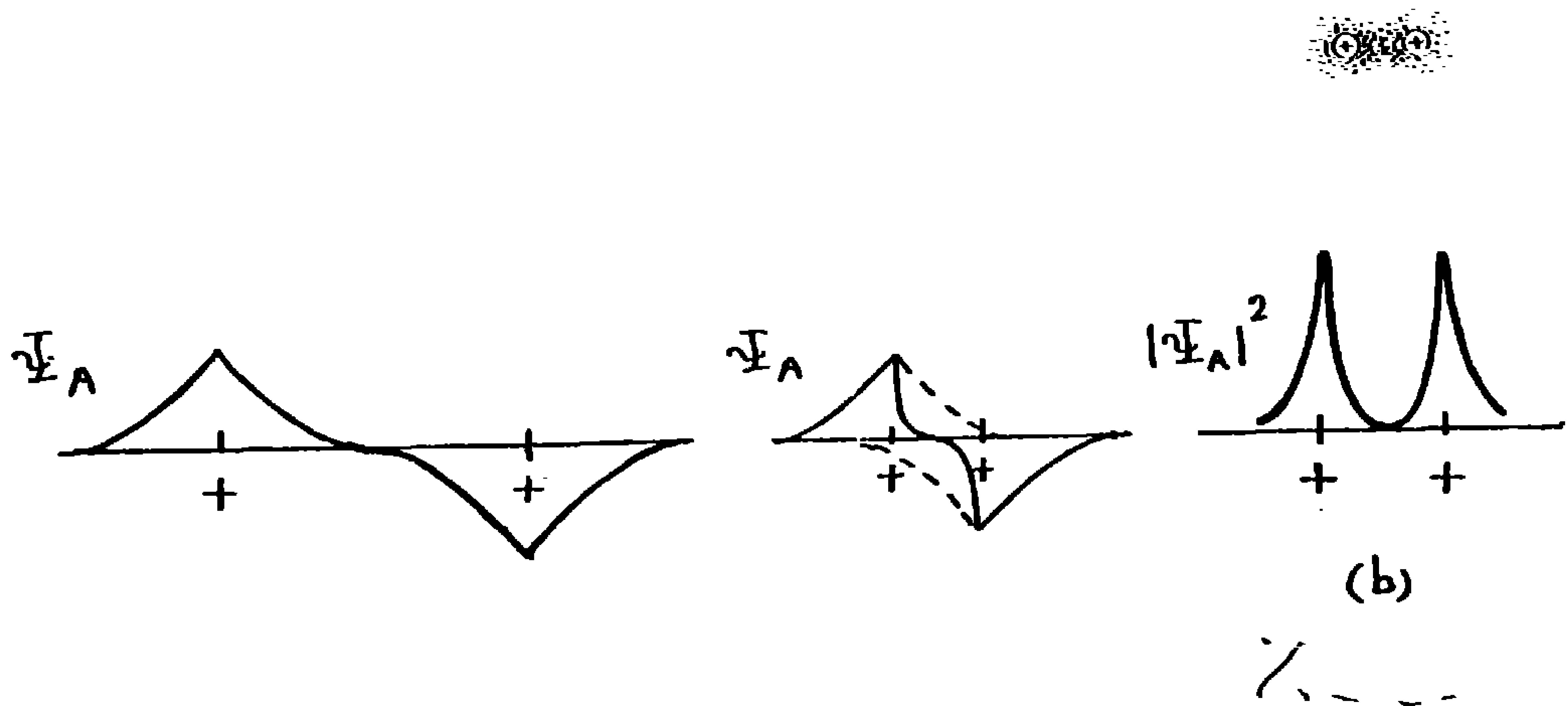
ولكــي يكــون (Ψ) غــير متنــاظر ، ينبغــي أن يكــون تــابع الموضـــع $\psi \left(\vec{r_1} \text{ ، } \vec{r_2}\right)$ غير متناظر وأن يكون تابع السـبين $\phi_{s,Ms}$ متنـاظراً ، وهـي حالـة التساير في السبينين (↑↑) من أجل (S = 1) .

لنعـد الآن إلى مسـألة ذرتـي اليهدروجـين في الجـزيء (H_2) ، ولنلاحـظ الشكل (3) الذي يمثل تناظر التابع الموجي الكلي (Ψ) أي الحالة (Ψ_s) بينمـا يمثـل الشكل (4) عدم تناظر هذا التـابع أي في الحالـة (Ψ_A) ، وذلـك مـن أجـل ذرتـي الهيدروجـين في وضعْـين : **أولاً** – عندمـا يكونـان بعيديــن عــن بعضهمــا ، **ثانياً** – عندما يكونان متداخلين معاً . ونلاحظ في الشكل (3) أن الكثافة الاحتمالية $|\Psi_s|^2$ في حالة التناظر للتابع الموجي (Ψ_s) ، تكون كبيرة في المنطقة المحصورة بـين الـبروتونين في جـزيء الهيدروجـين (H_2) . أمـا في الشـكل (4) ، فتكـون الكثافـة الاحتمالية $|\Psi_A|^2$ في حالـة عـدم التنـاظر ، صغـيرة وتتنـاهى إلى الصفـر في المنطقـة الواقعة بين البروتونين في تلك الجزيئة .



الشكل (3)

حالة التناظر في التابع الموجي (Ψ_s) وفي الكثافة الاحتمالية $|\Psi_s|^2$



الشكل (4)

حالة عدم التناظر للتابع الموجي (Ψ_A) وللكثافة $(\Psi_A)^2$

وهكذا نجد أنه في حالة تعاكس سبيني الالكترونين (↓↑) أي في الحالة التي يكون فيها تابع الموضع $\psi\left(\vec{r}_1 , \vec{r}_2\right)$ متناظراً ، نجد أن الالكترونين (وبالتالي الغمامة الالكترونية التي يشكلانها) في المنطقة المحصورة بين البروتونين ، يتواجد بشكل كبير ، الشكل (3) والشكل (3 - a) ، وبالتالي ترتبط الذرة في جزيء الهيدروجين (H_2) وذلك بتأثير الشحنات السالبة في كل شحنةٍ من شحنتي البروتونين فيحصل التجاذب بينهما أما في حالة تساير سبيني الالكترونين (↑↑) أي في الحالة التي يكون فيها تابع الموضع $\psi\left(\vec{r}_1 , \vec{r}_2\right)$ غير متناظر ، الشكل (4) ، ويكون فيها التابع الموجي الكلي (Ψ_A) غير متناظر فإن الكثافة الاحتمالية $|\Psi_A|^2$ تكون صغيرة وتتناهى إلى الصفر في المنطقة المحصورة بين البروتونين ، وفي هذه الحالة لا تتمركز الغمامة الالكترونية في تلك المنطقة على عكس الحالة الأولى فالالكترونان يقضيان زمناً قصيراً في تلك المنطقة ، وبالتالي لا تكون ذرتا الهيدروجين مرتبطين معاً لتشكيل الجزيئة (H_2) . كما هو موضح في الشكل (4) وفي الشكل (4 - b) .

ولنبين معنى الكثافة الاحتمالية في الشكلين (3) و (4) بشكلٍ أفضل عندما نعالج هذا الموضوع من وجهة النظر الموجية .

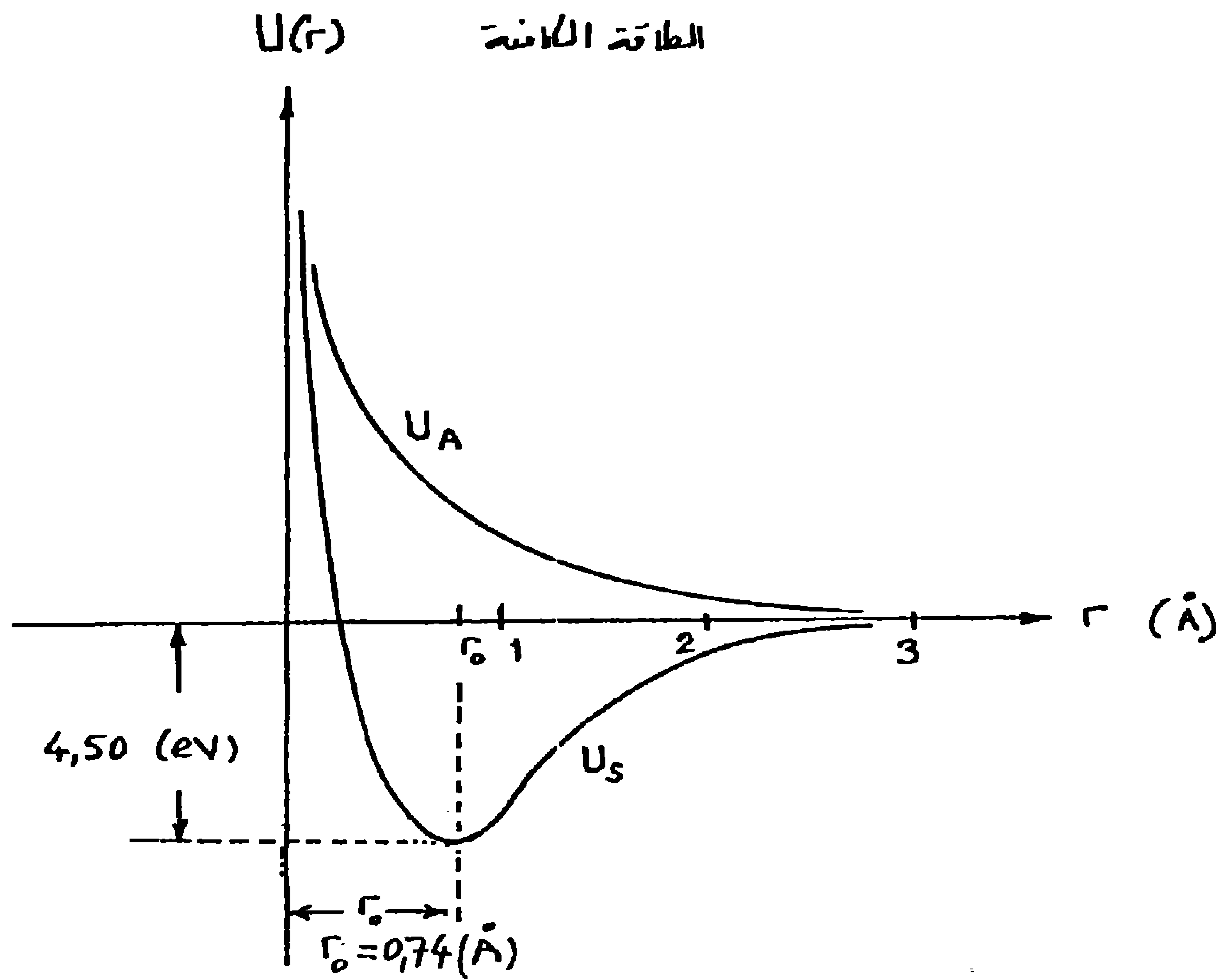
فعندما يكون ($S = 1$) وهي حالة التساير (↑↑) في سبيني الالكترونين ، يحصل **تداخل هدّام** بين التابعين الموجيين للالكترونين في المنطقة الواقعة بين الذرتين كما في الشكل (4) .

وعندما يكون (S = O) وهي حالة التعاكس (↓↑) في سبينيْ الالكترونين ، **فإنه يحصل تداخل بنّاء** بين التابعين الموجيين للالكترونين في المنطقة الواقعة بين الذرتين ، كما في الشكل (3) . مما يؤدي إلى وجود شحنة سالبة كبيرة متوضعة في تلك المنطقة . وبالتالي يؤدي وجودها إلى تجاذب كهراكدي بينها وبين النواتين الموجبتين ، ويؤدي بالتالي إلى ارتباط الذرتين في رابطة التكافؤ التي يُطلق عليها أحياناً **رابطة التداخل البنّاء** . لتوابع الالكترون الموجية في الفراغ الكائن بين البروتونين .

– وفيما يلي تحولات الطاقة الكامنة الكهراكدة U (r) من ذرتي الهيدروجين، بدلالة المسافة الفاصلة بينهما (r) وذلك من أجل حالتين هما :

(U_s) عندما يكون تابع الموضع للالكترونين $\psi\left(\vec{r}_1 ، \vec{r}_2\right)$ متناظراً و (U_A) ، عندما يكون هذا التابع غير متناظر .

والشكل (5) ، يمثل تحولات U (r) ، من أجل هاتين الحالتين بدلالة (r) ونلاحظ من أجل الحالة المتناظرة للطاقة الكامنة (U_s) أن للمنحني الممثّل لها ، نهاية صغرى سالبة توافق طاقة ارتباط للذرة (H) في الجزيء (H_2) والتي تساوي : $B = -\ 4{,}50\ (ev)$. من أجل المسافة بين الذرتين في وضع توازنهما : $r_0 = 0{,}74\ (A^\circ)$ أما من أجل الحالة غير المتناظرة للطاقة الكامنة (U_A) ، فلا تكون هذه الطاقة سالبة ، وبالتالي لا يوجد ارتباط للجزيئة (H_2) من أجلها .



الشكل (5)

تحولات الطاقة الكامنة U (r) بدلالة المسافة الفاصلة بين ذرتي الهيدروجين (r) وذلك في حالتي التناظر(U_s) وعدم التناظر (U_A) في الطاقة الكامنة . ونلاحظ في حالة التناظر (U_s) ، أن لمنحني الطاقة الكامنة نهاية صغرى معينة بطاقة ارتباط الجزيئة : B = - 4,50 (ev) حول وضع توزان الجزيء (H_2) في الموضع . r_o = 0,4 (A°)

وفيما يلي نوضح كيف يحصل ارتباط الجزيئة من وجهة النظر الطاقيّة ، فعندما تقرب ذرتا الهيدروجين (H) من بعضهما ، ويكون سبينا الالكترونين فيهما متعاكسين (↑↓) ، فإن الالكترونين يشغلان الفراغ نفسه المحصور بين النواتين ، الشكل (a - 3) وهذا يعني أن كل الكترون فيهما يتحرك حول البروتونين معاً في هذا الفراغ (عوضاً من أن يتحرك كل منهما حول بروتونه) .

ولما كان الالكترون الواحد منهما يشغل الآن فراغاً أكبر في هذا الفراغ ، فإنه يكون بذلك أقل توضّعاً فيه ، وطبقاً لمبدأ (Heisenbesg) في عدم اليقين ، فإنه عندما (Δx) تزداد (هنا x تعني r المسافة الفاصلة بين الذرتين) فإن الاندفاع (P) يتناقص ، وطبعاً لقانون (de Broglie) $P = \frac{2\pi\hbar}{\lambda}$ يزداد الطول الوجي (λ) ، ويكون للالكترون مدار كبير ، وإذا تناقص الاندفاع (P) ، تناقصت الطاقة ، وبالتالي يتجه الذرة (H) نحو الاتحاد ، ويكون الجزيء (H_2) **طاقة أصغر** من طاقة الذرتين وهما منفصلتان عن بعضهما ، وبالتالي تكون الجزيئة (H_2) **أكثر ثباتاً** . وأخيراً نذكّر بتعريف طاقة الارتباط ، فهي الطاقة اللازمة لربط الذرتين معاً . أو الطاقة اللازمة لفصلهما عن الجزيء (H_2) .

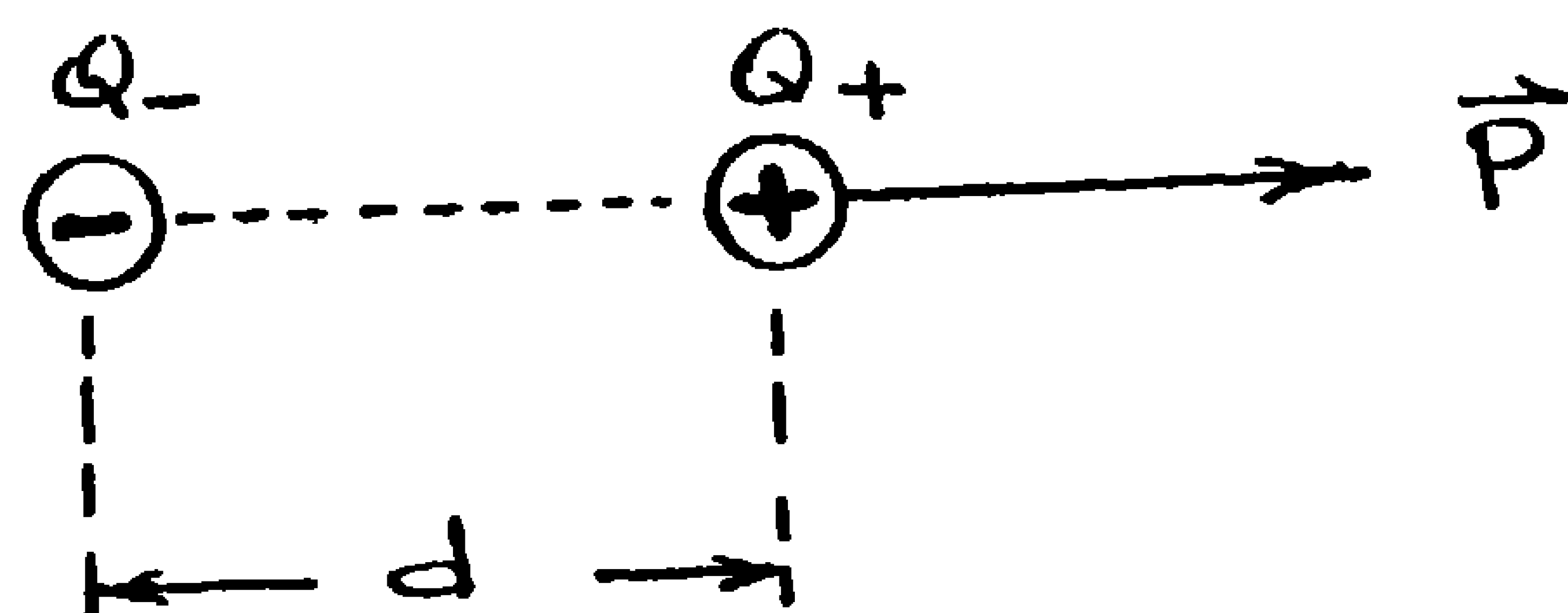
الاختلاف بين رابطة التشرّد ورابطة التكافؤ :

إن هذا الاختلاف بين الرابطتين ، يظهر في توزيع الالكترونات فيما بين الذرتين في الجزيء في رابطة التكافؤ ، أما في رابطة التشرد فينتقل الالكترون الوحيد من ذرة إلى أخرى ، ونجد أنه في أكثر الروابط الكيميائية ، يشترك هذا النوعان في بناء التوازن .

ويظهر الفارق واضحاً بين الرابطتين ، في شدة العزم الكهربائي ثنائي الأقطاب للجزيئات التي تختلف حسبما تكون الرابطة : رابطة تكافؤ ، أو رابطة تشرد ، وهنا نذّكر بتعريف لعزم ثنائي الأقطاب الكهربائي كما يلي :

- إن ثنائي الأقطاب الكهربائي مؤلف من شحنتين متساويتين مقداراً ومختلفتين إشارةً تفصلهما مسافة صغيرة (d) ويكون عزم ثنائي الاقطاب الكهربائي $(\vec{P})$ مساوياً بالقيمة المطلقة :

$$P = Q \, . \, d \qquad .... (1)$$



(عزم ثنائي الأقطاب الكهربائي)

حيث : (Q) هي شحنة أحد الجزيئين ، ويتجه شعاع عزم ثنائي الأقطاب الكهربائي $(\vec{P})$ من الشحنة السالبة (Q_-) إلى الشحنة الموجبة (Q_+) .

فمن أجل رابطة التشرد ، يكون البعد (d) كبيراً نسبياً بين الشاردتين ، لهذا يكون عزم ثنائي الأقطاب الكهربائي **كبيراً نسبياً** .

أما من أجل رابطة التكافؤ ، فإن الالكترونات تتوضع باحتمال كبير بين نواتي الجزيئة ، فيتولد بذلك عزمان من عزوم ثنائي الأقطاب الكهربائي مؤلفان من زوجين من الشحنات الموجبة والسالبة ، وتسعى محصلة هذين العزمين لتكون معدومة ، لأن هذين العزمين يتجهان بإتجاهين متعاكسين ، مما يفسر أن الجزيئة التكافؤية ليست لها عملياً عزم ثنائي أقطاب كهربائي .

تطبيق – إذا كان الارتباط في جزيئة (Nacl) ، هو ارتباط تشّرد صرف ، وكان مركز الشحنة الموجبة واقعاً في مركز الشاردة (Na^+) ومركز الشحنة السالبة واقعاً في مركز الشاردة (Cl^-) ، فالمطلوب احسب مقدار عزم ثنائي الأقطاب الكهربائي علماً أن :

$$e = 1,60.10^{-19} \, (cb) \quad \text{:وأن} \quad r_o = 2,36 \, (A^\circ)$$

الحل : أن مقدار عزم ثنائي الأقطاب الكهربائي (تشرد P) في حالة رابطة التشرد يساوي :

$$\underset{cl_1^-}{\ominus} \;\ldots\ldots\ldots\; \underset{r_o}{} \;\underset{Na^+}{\oplus} \rightarrow \vec{p} \quad (p_{(\text{تشرد})} = e.r_o)$$

نعوض عددياً :

$$P = e.r_o = 1,60.10^{-19} \, (cb).\, 2,36 \, (A^\circ) = 3,778.10^{-29} \, (cb.m)$$

وتدل التجربة على أن عزم ثنائي الأقطاب الكهربائي المقيس (Pexp.) للجزئية (Nacl) يساوي :

$$P_{exp} = 3,00.10^{-29} \, (cb.m)$$

وهي قيمة قريبة جداً من القيمة النظرية السابقة مما يدل على أن العـزم ، هـو عزم رابطة تشرد وتكون النسبة المئوية لرابطة التشرد مسـاوية (حسـب التعريـف) من أجل (Nacl) .

$$\frac{P\,exp.}{P_{تشرد}} = \frac{3.10^{-29}}{2,778.10^{-29}} = 0,779$$

$$\frac{P\,exp.}{P_{تشرد}} = 79\%$$

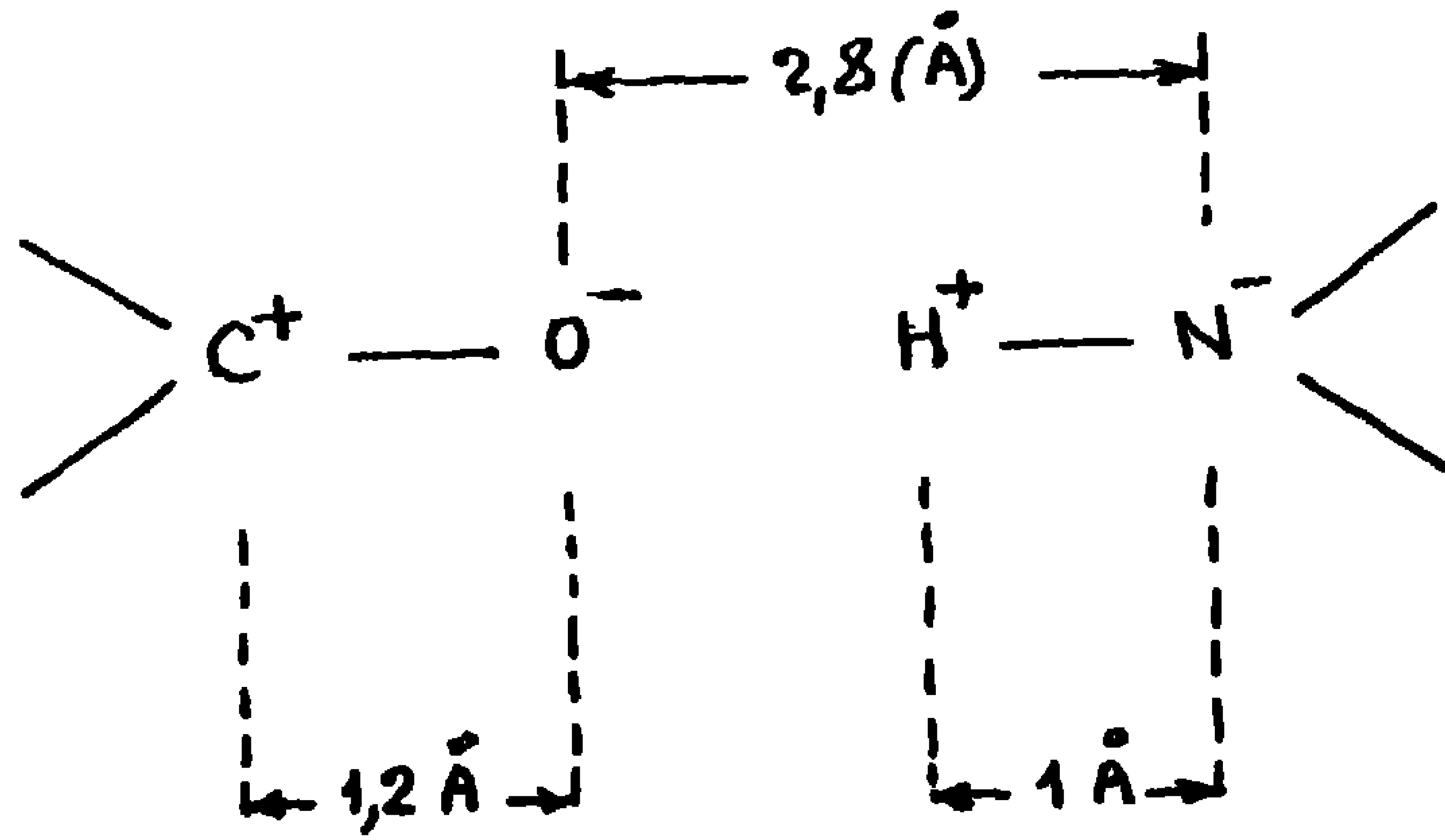
رابطة (Van der Waals) الضعيفة :

إن الطاقة الرابطـة بـين الجزيئـات هـي طاقـة ضعيفـة إذا مـا قورنـت بالطاقـة الرابطة في كلٍ من رابطة التشرد أو رابطة التكافؤ ، ويُطلق عليها اسم طاقـة رابطـة (Van der waals) فالطاقتان الرابطتان التي تربط الذرات لتشكيل الجزيئة هما طاقتان كبيرتان نسبياً وهما من رتبة (ev) 2 إلى (ev) 5 ، ويُطلـق عليهمـا اسـم طاقتـا **الروابط الشديدة** ، وذلك لتمييزها عن **الروابـط الضعيفـة** الـتي هـي روابـط **فـان درفالس** والتي تربط الجزيئات مع بعضها بوساطة التجاذب الكهراكـدي البسـيط ، وطاقتها من رتبة (ev) 0,04 إلى (ev) 0,3 .

وتنشأ رابطة (Van der waals) الضعيفـة هـذه ، عـن محصلـة التجـاذب بـين ثنائيات الأقطاب الكهربائية الدائمة والمحرَّضة اللحظية .

مثال : يبين الشكل (6) ، تجاذب جزيئين هما (NH، Co) ، لكـلٍ منهمـا عزم ثنائي أقطاب كهربائي دائم ، ولكن بالإضافة إلى الرابطة بينهمـا والناجمـة عـن

العزمين الدائمين ، فإنه توجد رابطة ضعيفة ناجمة عن التأثير المتبادل بين عزم دائم وعزم ثنائي أقطاب كهربائي محرَّض لحظيّ . وهذا العزم المحرَّض اللحظيّ ينشأ أصلاً عن العزم ثنائي الأقطاب الكهربائي الدائم الذي يولّده بالتحريض في الجزيئة (غير المستقطبة) فيحدث تجاذب بين العزم الدائم والعزم المحرَّض في الجزيئة غير المستقطبة (حتى وإن لم يكن فيها عزم ثنائي أقطاب كهربائي دائم) .



الشكل (6)
عزما ثنائي الأقطاب الكهربائي (C+ -O-) و (H+ - N-)
يتجاذبان (علماً أن هذين العزمين يؤلفان جزءاً من ذرّات مركبّ (Thymine) و (Adenine) في سلسلة (DNA) .

ويمكن تفسير ذلك على النحو التالي : تتحرك الكترونات الجزيئة بهذا التأثير المتبادل خلال لحظةٍ ما (t) ، فتنفصل الشحنات السالبة وبحيث ينشأ عن ذلك عزوم ثنائية أقطاب كهربائية محرَّضة لحظيّة عابرة ، تحدث بالتحريض عزماً ثنائي الأقطاب الكهربائي بالقرب من الجزيئة مما يولد تجاذباً ضعيفاً .

– هــذا وإن جميــع الروابــط الضعيفـــة ، يُطلــق عليهـــا اســـم روابـــط (Van der Waals) كما يطلق ، على القوة الموافقة لها اسم قوة فان درفـالس . ويمثـل الشكل (5) تحولات الطاقة الكامنة الجاذبة U (r) بدلالة البعد (r) ، وهي طاقــة فـان درفالس التي تتحول بدلالة البعد (r) ، طبقاً لـ = ($U(r) \sim 1/r^6$) .

فإذا كانت إحدى الذرتين في الرابطة (عزم ثنائي أقطـاب كهربـائي – عـزم ثنائي أقطاب كهربائي) هي ذرة الهيدروجين ، فيطلق على تلك الرابطة اسم **رابطة الهيدروجين** والتي هي أقوى مـن الروابـط الضعيفـة علـى أن تبقـى في مجالهـا . وقـد يكون لرابطة الهيدوجين رابطة جزئية ذات خصـائص تكافؤيـة ، ويعـود السـبب في ذلك إلى أن الالكترونات بين العزمين تتوضع في المسافة بينهما .

– هذا وأن الروابط الضعيفة ذات أهمية في السوائل وفي الأجسام الصلبة بخاصــة في غياب أية رابطةٍ شديدة فيها ، وهي مهمة جداً لتفسير وفهم نشـاط الخلايـا ، مثـل تجدّد نشاط خلايا (DNA) . ونعلم أن وسطي الطاقة الحركية الحراريـة للجزيئـات في الخلايا ، هي من رتبة : $\frac{3}{2} K.T \approx 0{,}04 \ \text{ev}$.

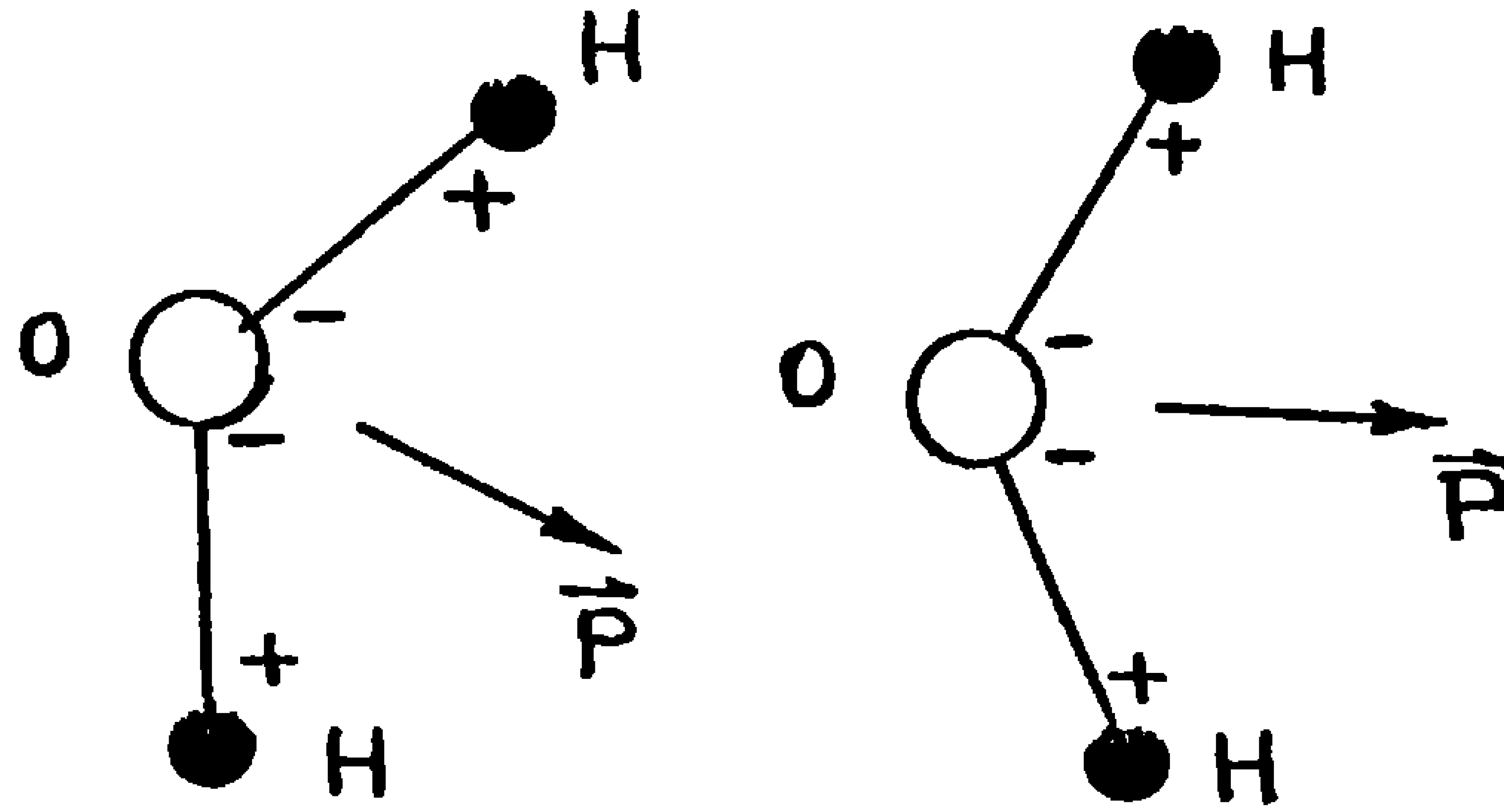
فهي من رتبة الروابط الضعيفة التي تتراوح طاقتها بين 0,04 (ev) و 0,3 (ev) .

وعلى الرغم من أن الروابط الضعيفة ، ليست دائمة ، بل إنها روابط لحظّية، نجدها بسبب ذلك ، تلعب دوراً مهماً في الخلايا .

هذا وإن قوة فان درفالس ، هي القوة الوحيـدة الـتي تربـط العنـاصر الخاملـة وهي في حالتها الصلبة أو في حالتها السائلة .

مثال :

ذكرنا أن قوة (Van der waals) تنشأ من التأثير المتبادل اللحظيّ بين عزوم ثنائية الأقطاب الكهربائية اللحظية في الجزيئة . ويبين الشكل (7) كيف أن الذرات من الجزيء (H_2O) ترتبط مع بعضهما بوساطة عزميْها (من عزوم ثنائي الأقطاب الكهربائية ($\vec{P}$)) .

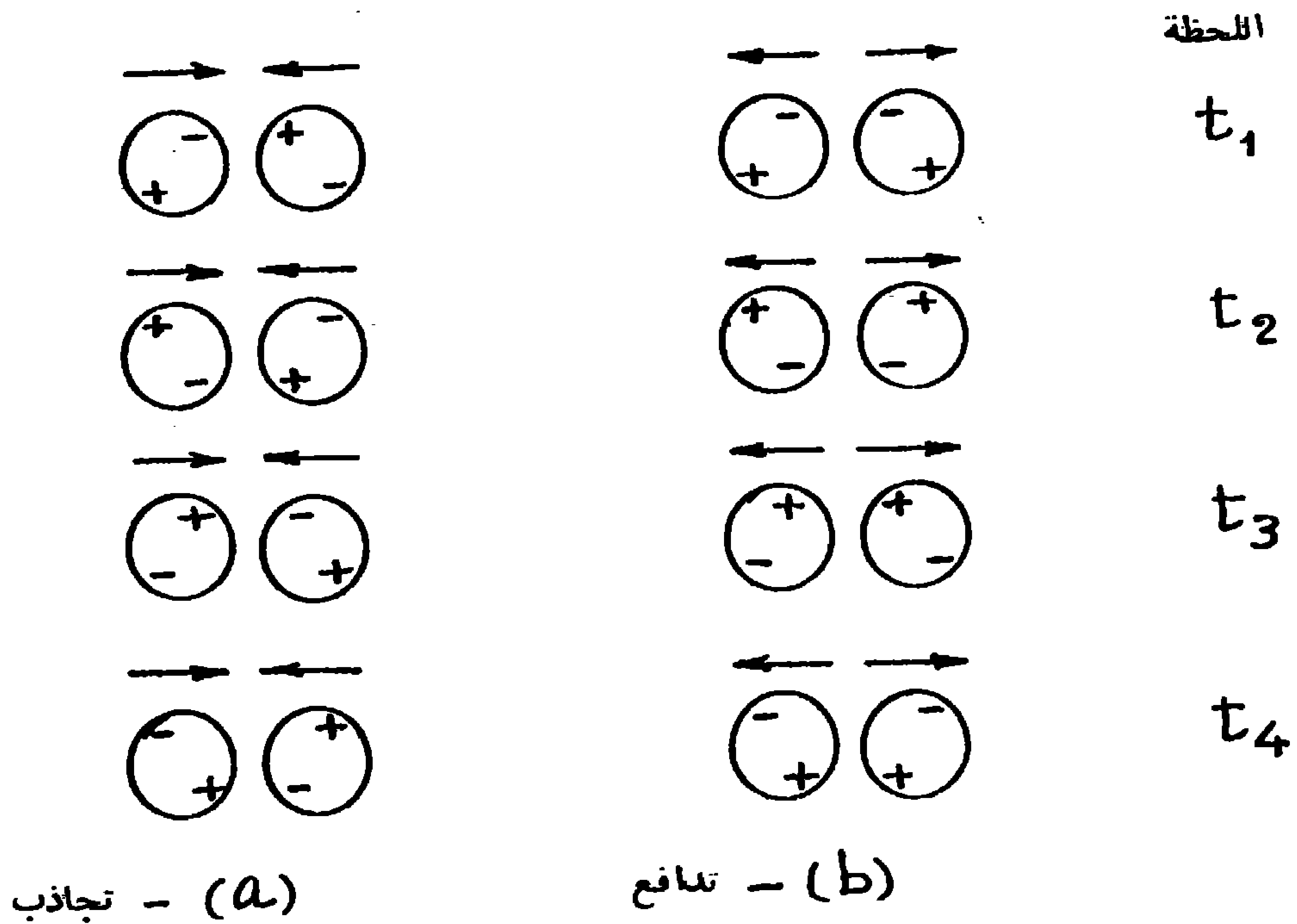


الشكل (7)

ارتباط جزيئتين من الماء (H_2O) بسبب تجاذب عزميهْما (ثنائي الأقطاب الكهربائي) - وقد أشرنا إلى كلٍ عزمٍ منها بالشعاع ($\vec{P}$)

إن الحقل الكهربائي الناجم عن عزم (ثنائي الأقطاب الكهربائي) أحد الجزيئين ($\vec{P}$)، يوجّه الجزيئة الثانية بحيث يتجاذب العزمان (ثنائي الأقطاب الكهربائية) وهكذا فإن الجزيئة غير المستقطبة تجذب جزيئة أخرى غير مستقطبة أيضاً طبقاً لقوى (Van der waals) . هكذا وإن الجزيئة غير المستقطبة التي يكون لها عزم ثنائي الأقطاب الكهربائي معدوم وسطياً ، يكون لها عزم ثنائي أقطاب لحظّي

غير معدوم بسبب انحرافات الشحنات عن موضعها . ولنوضح ذلك في الشكل (8) كما يلي : لتكن لدينا جزيئتان غير مستقطبتين ولكنهما متجاورتان ، فنجد أنه بسبب انحرافات الشحنات يتولد فيها عزوم لحظيّة تسعى لتحدث فيما بينهما تأثيراً متبادلاً يؤدي إلى تجاذبهما .



الشكل (8)

تجاذب الجزيئات بقوة (Van der waals) ، علماً أن محصلة ثنائية الأقطاب الوسطية معدومة .

(a) - توجيه العزوم (ثنائية الأقطاب) اللحظيّة الممكنة خلال الأزمنة الأربعة المختلفة (t_1 ، t_2 ، t_3 ، t_4) والذي يؤدي إلى تجاذب الجزيئات .

(b) - توجيه العزوم (ثنائية الأقطاب) اللحظيّة الممكنة خلال الأزمنة الأربعة السابقة والذي يؤدي إلى تدافع الذرات .

هذا وإن الحقل الكهربائي لعزم ثنائي الأقطاب اللحظّي للجزيئة الأولى ، يسعى لاستقطاب الجزيئة الثانية . فيؤدي ذلك إلى التوجيه : تجاذب في الحالة (a) وتدافع في الحالة (b) .

الرابطة المعدنية :

تختلف الرابطة بين الذرات في المعدن عنها في الجزيئات ، ففي المعدن لا ترتبط الذرات معاً بتبادلٍ الكترون ليشكلاالجزيئة ، فرابطة الالكترون في المعدن تتقاسمه عدة ذرات (إن صح التعبير) وبالتالي تتوزع هذه الرابطة على كامل ذرات المعدن . فيمكن عدّ المعدن مؤلفاً من بناءٍ أو شبكةٍ مؤلفة من شوادر موجبة ترتبط مع بعضها بوساطة عدد كبير من الالكترونات الحرة (الكترون لكل ذرة من المعدن وسطياً بالتقريب) التي نسميها غاز الالكترونات ، والتي تنتقل في المعدن بحيث يتيح لكل الكترون من هذه الالكترونات الحرّة أن يتفاعل مع عدد كبير من الذرات (أو الشوادر الموجبة) الثابتة تقريباً في الجسم الصلب ، وطبقاً للميكانيك الكوانتي، فإن الالكترونات الحرّة هذه ، تشكل غمامة الكترونية مؤلفة من كثافة الشحنات السالبة المتواجدة ما بين الشحنات الموجبة للشوارد الموجبة في الشبكة المعدنية مما يسبّب ، بالتأثير المتبادل فيما بينها ، ارتباط تلك الشوارد . هذا وتتوزع الشحنات السالبة داخل حجم المعدن بشكلٍ متجانس ، ويتغير عدد الالكترونات الحرّة من معدنٍ لآخر ، ولكنه يبقى عدده وسطياً من رتبة الكترون واحد لكل ذرة واحدة من المعدن .

مسألة محلولة (1) :

احسب عزم ثنائي الأقطاب للجزيئة (KCl) بواحدة ديباي (Debyes) علماً أن البعد بين الذرتين يساوي $r_o = 2{,}9\ (A^o)$ ، $e = 1{,}60.10^{-19}\ (c)$

$$D\ (Debyes) = 3{,}335641\ .\ 10^{-30}\ (cb.m)$$

الحل :

إذا فرضنا أن البعد بين الشحنتين يساوي البعد بين الشاردتين ، فإن عزم ثنائي الأقطاب يساوي :

$$P = Q.r_o = 1{,}60\ .\ 10^{-19}\ (cb)\ .\ (2{,}79\ .\ 10^{-10} m) = 4{,}464\ .\ 10^{-29}\ (cb.m)$$

ولدى مقارنة هذه النتيجة مع القيمة التجريبية مع (P_{exp}) وهي :

$$P_{exp.} = 2{,}64\ .\ 10^{-29}\ (cb.m)$$

نجد أن البعد بين الشحنتين هو أصغر من البعد بين الذرتين .

أما حساب (P) بدلالة الواحدة (Debyes) :

$$\frac{P}{D} = \frac{4{,}464.10^{-29}}{3{,}335641.10^{-30}} = 13{,}383$$

ومنه :

$$P = 13{,}383\ (D)$$

مسألة محلولة (2) :

تُعطى الطاقة الكامنة لشاردتين بالعلاقة التقريبية التالية بدلالة (r) ، بُعد الشار دتين عن بعضهما :

$$U(r) = -\frac{ke^2}{r} + \frac{b}{r^9} \qquad \ldots (1)$$

حيث يمثل الحّد الأول منها ، كما هو معلـوم ، التأثـير المتبـادل الكولومـبي ، ويمثـل الحـد الثـاني مفـاعيل التدافـع بـين الشـاردتين في المسـافة الصغـيرة بينهمـا ، والمطلوب :

١ - عين قيمة الثابت (b) بدلالة ، البعـد بـين الشـاردتين في حالـة التـوازن وارسم الخط البياني U (r) بدلالة (r) .

٢ - احسب الطاقة الكامنة (U) للجزيئة (KCl) في وضـع توازنهـا علمـاً أن $r_o = 2,79\ (A^o)$

وأن : $Ke^2 = 14,40\ (ev.A^o)$

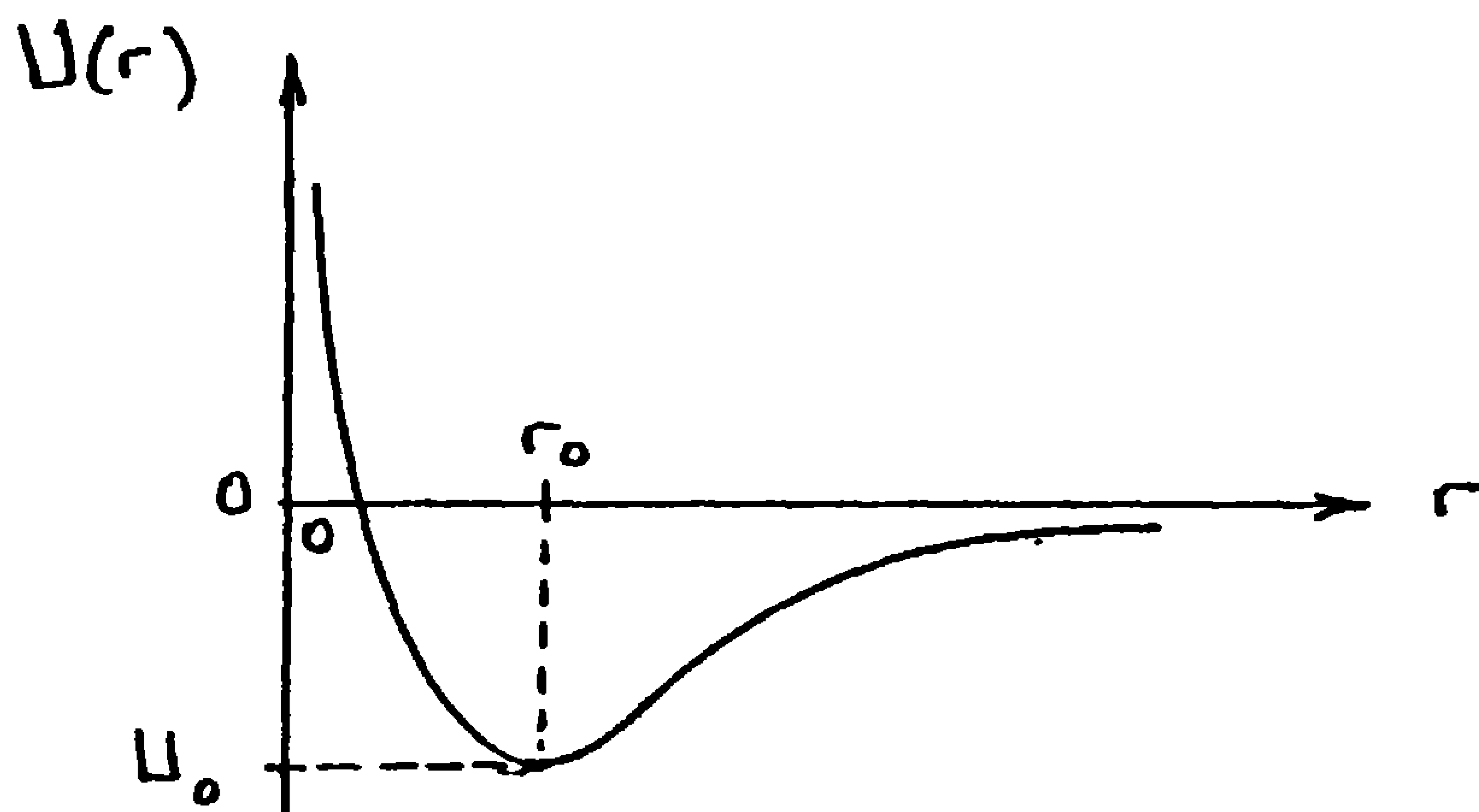
الحل :

١ - لنشتق العلاقة (1) ولنجعل ($r = r_o$) حول نقطة التوازن :

$$\left.\frac{dU(r)}{dr}\right|_{r=r_o} = +\frac{k.e^2}{r_o^{\,2}} - \frac{9b}{r_o^{\,10}} = o$$

ومنـه :

$$b = \frac{ke^2 r_o^{\,8}}{9}$$



ويمثل الشكل تحولات U (r) بدلالة (r) طبقاً للمعادلة (1) .

٢ - لحساب الطاقة الكامنة (U_o) للجزيئة (KCl) من أجل $r = r_o$ 2,79 (A°)

نعوض عددياً في العلاقة (1) ونعوض قيمة (b) من الحل في الطلب الأول كما يلي :

$$U_o = -\frac{ke^2}{r_o} + \frac{b}{r_o^{\,9}} = -\frac{ke^2}{r_o} + \frac{ke^2}{9r_o} = -\frac{8ke^2}{9r_o}$$

$$U_o = -\frac{8(14,4 \;\; ev.\mathring{A})}{9(2,79 \;\; \mathring{A})} = - \;\; 4,59(ev)$$

مسألة محلولة (3) – طاقة (Morse) الكامنة :

تُعطى الطاقة التالية (التي تُسمى طاقة Morse الكامنة)

$$U(r) = p_o\left[1 - e^{-a(r-r_o)}\right]^2 \qquad \dots (1)$$

ان طاقة Morse الكامنة ، هي الطاقة الكامنـة بـين ذرتـين ، معتدلتـين بدلالـة البعد بينهما (r) فالمطلوب : برهن أن (r_o) هـي المسـافة الفاصلـة بـين الذرتـين . وأن (P_o) هي طاقة انفصالهما .

الحل :

نشتق لإيجاد الطاقة الكامنة الصغرى :

$$\frac{du}{dr} = 2p_o.a.e^{-a(r-r_o)}\left[1 - e^{-a(r-r_o)}\right] = 0$$

وهذه تؤدي إلى ($r = r_o$) .

فمن أجل : ($r = r_o$) تكون ($U = O$) .

ومن أجل : ($r \to \infty$) تكون ($U \to P_o$) .

أي ينبغي إعطاء طاقة تساوي : $P_o - O = P_o$.

وذلك للوصول إلى فصلٍ نهائي للذرتين (وهو تعريف طاقة الانفصال) .

مسألة محلولة (4) :

أوجـد صيغـة طاقـة الانفصـال (D) للجزيئـة ثنائيـة الـذرة (على شكل ملح) ترتبط برابطة تشرد ، وذلك بدلالة (r) البعـد بـين الذرتـين ، ثم احسب طاقة ارتباط العنصر القلوي مع عنصـر الهـالوجين ، وقـارن النتـائج الـتي تحصل عليها مع النتائج التجريبية الواردة في الجدول التالي (I) .

المعطيات : $Ke^2 = 14,4\ (ev.A^\circ)$

الجدول (I)

العنصر القلوي	طاقة التشرد (I)	عنصر الهالوجين	طاقة الألفة الالكترونية (F)
Li	5,39 (ev)	F	3,45 (ev)
Na	5,14 (ev)	Cl	3,62 (ev)
K	4,34 (ev)	Br	3,36 (ev)
الملح	ro	طاقة الأنفصال (I)	
LiF	1,65 (A°)	5,95 (ev)	
NaCl	2,51 (A°)	3,58 (ev)	
Kcl	2,79 (A°)	4,42 (ev)	
KBr	2,94 (A°)	3,96 (ev)	

الحل :

يمكن فصل الجزيئة ثنائية الذرة على ثلاث مراحل :

١ - إبعاد الشاردتين عن بعضهما من المسافة (r_0) إلى (∞) ، وهذا يتطلب طاقة كولومبية تساوي :

$$-E_c = \frac{K.e^2}{r_0}$$

(وقد عكسنا إشارة الطاقة الكولومبية)

٢ - اقتلاع الكترون من الشاردة السالبة للهالوجين لتحويله إلى ذرة معتدلة، مما يستلزم طاقة (F) ، هي طاقة الألفة الالكترونية للهالوجين .

٣ – نقل هذا الالكترون إلى الشاردة الموجبة للعنصر القلوي لتحويله إلى ذرة معتدلة ، وهذا يستلزم طاقة تساوي (I -) حيث (I) هي طاقة تشرد العنصر القلوي .

أن طاقة الانفصال (D) تساوي إذن :

$$D = \frac{Ke^2}{r_o} + F - I$$

نعوض عددياً : $D = \frac{14,4(ev.A^\circ)}{r_o} + F - I$ ... (1) ...

ولنعوض المعطيات من الجدول في العلاقة (1) ، فنحصل على النتائج التالية:

$$LiF \ : \ D = \frac{14,4 \ (ev.A^\circ)}{1,56 \ (A^\circ)} + 3,45 \ (ev) - 5,39 \ (evv) = 7,29 \ (ev)$$

القيمة التجريبية للمقاررنة $D = 5,97\ (ev)$

$$NaCl \ : \ D = \frac{14,4 \ (ev.A^\circ)}{2,51 \ (A^\circ)} + 3,62 \ (ev) - 5,14 \ (ev) = 4,22 \ (ev)$$

القيمة التجريبية $D = 3,58\ (ev)$

$$KCl\ :\ D = \frac{14,4\ (ev.A^{\circ})}{2,79\ (A^{\circ})} + 3,62\ (ev) - 4,3\ = 4,44\ (ev)$$

القيمة التجريبية $D = 4,42\ (ev)$

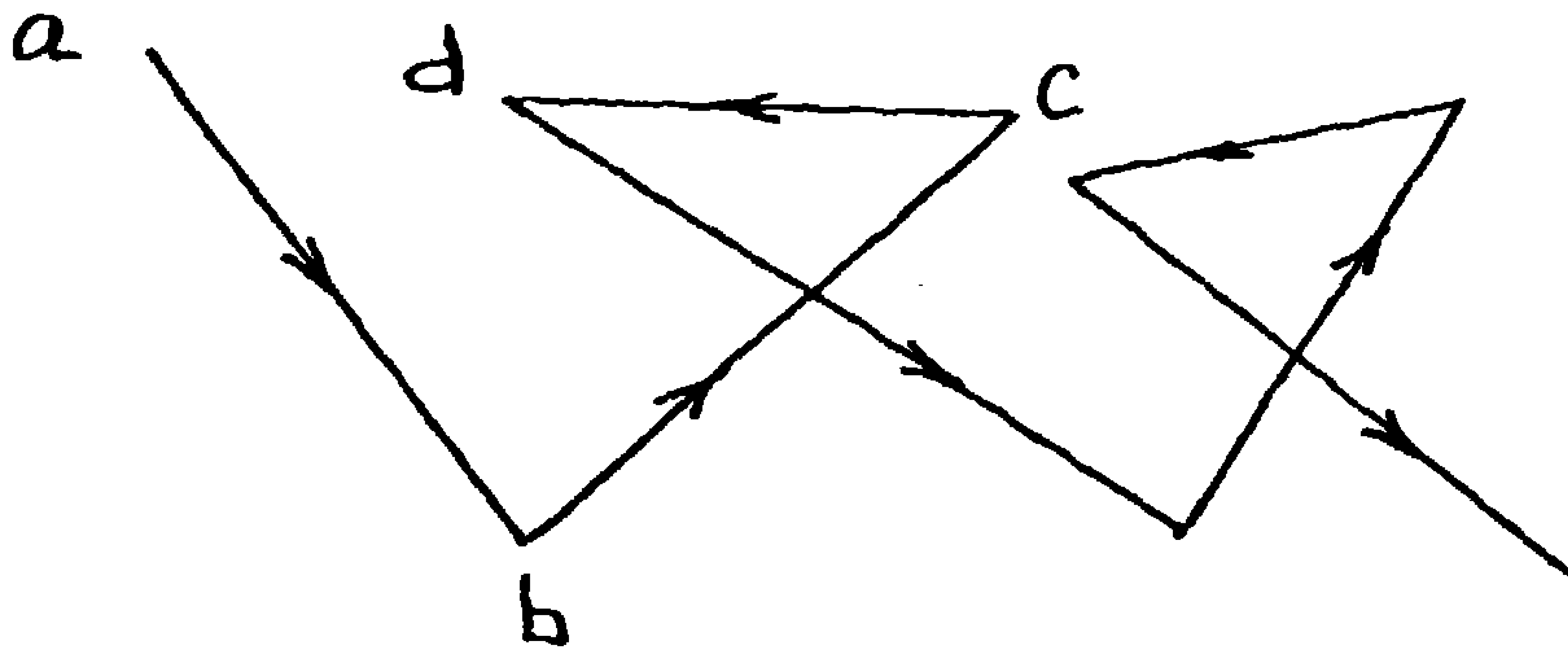
$$KBr\ :\ D = \frac{14,4\ (ev.A^{\circ})}{2,94\ (A^{\circ})} + 3,36\ (ev) - 4,34\ (ev) = 3,92\ (ev)$$

القيمة التجريبية $D = 3,96\ (ev)$.

الطاقة الحركية الحرارية الوسطية للجزيئة ثنائية الذرة

الطاقة الحركية الوسطية الحرارية $\bar{T}$:

يتحرك مركز الكتل (C. M) للجزيئة ثنائية الـذرة ، الشـكل (1) ، حركـة عشوائية في الفراغ ، تزداد شدةً بازدياد درجـة حـرارة الوسـط الـذي يحتـوي هـذه الجزيئات بحيث يرسم هذا المركز شكلاً في الفراغ شبيهاً بالشكل التالي :



الشكل (1)

الاصطدامات المتتالية في الحركة الحرارية (العشوائية)

وتكـون المحـارك (ab) ، (bc) ، (cd) ، ... الحاصلـة مـن جـــرّاء كـــل اصطدامين متتاليين من هـذه الجزيئـة ، محـارك مسـتقيمة ، وتكـون الطاقـة الحركيـة الوسطية $\bar{T}$ لكل ذرة من الجزيئة ثنائية الذرة مساوية :

$$\bar{T} = \frac{3}{2}\ k.T \qquad \ldots (1)$$

حيث : (k) هو ثابت بولتزمان (Boltzmann) ويساوي :

$$k = 1,3805.10^{-23}\ (Joule/^{o}K) = 8,62.10^{-5}\ (ev/^{o}K)$$

(T) : هي درجة الحرارة المطلقة : $T = (t + 273,15)\ ^{o}K$

ويكون حساب الطول الموجي (λ) الملازم لحركة الذرة باستخدام قانون (L. de Broglie) التالي :

$$\lambda = \frac{2\pi\hbar}{P} \qquad \ldots\ldots (2)$$

ولما كانت $\bar{T}$ مساوية :

$$\bar{T} = E - U = \frac{\vec{P}^2}{2m}$$

نستنتج المقدار(P) منها :

$$P = \sqrt{2m\bar{T}} = \sqrt{3mK.T}$$

وبالتعويض في المعادلة لدى دوبروي (2) نحصل على :

$$\lambda = \frac{2\pi\hbar}{P} = \frac{2\pi\hbar}{\sqrt{3m.kT}} \qquad \ldots (3)$$

يمكن حساب رتبة الطاقة الحركية للجزيئة في درجة الحرارة العادية باستخدام العلاقة (1) وبالتعويض العددي كما يلي :

$$\overline{T} = \frac{3}{2}\ K.T = \frac{3}{2}\ (8{,}62.10^{-5}\ \frac{ev}{°K})\ (300\ °K) = 3{,}88.10^{-2}\ (ev)$$

فالطاقة الحركية الوسطية للجزيئة في درجة الحرارة العادية هي من رتبة : $\overline{T} \approx 0{,}04\ (ev)$.

البرهان على العلاقة (1) باستخدام نتائج قانون الغازات الكاملة في النظرية الحركية للغازات .

– نعلم أن ضغط غاز كامل (P) في وعاء ، ينجم عن الاصطدامات المرنة لجزيئات الغاز على جدران الوعاء الذي يحويها ، فإذا كان (V) هو حجم الوعاء الذي يحوي (N) جزيئة كتلة كل منها (M) فيمكن البرهان بسهولة على العلاقة التالية :

$$P.V = \frac{2}{3}\ N\ \left[\frac{1}{2}M(v^2)_m\right] \qquad \dots (4)$$

حيث : $(v^2)_m$ تعني وسطي (v^2) .

لتكن لدينا (n_i) عدد الجزيئات الكلي التي مسقط سرعتها على محور (x) يساوي (v_{xi}) فالقيمة الوسيطة لمربع مساقط السرعة على المحور (x) لعددٍ (N) من الجزيئات يساوي :

$$(v_x^2)m = \frac{1}{N}\ (n_1.v_{x1}^2 + n_2.v_{x2}^2 + \ \dots + n_i.v_{xi}^2 + \ \dots)$$

$$(v_x^2)m = \frac{1}{N}\ \sum_i n_i v_{xi}^2 \qquad \dots\dots (5)$$

حيث : $(N = \sum_i n_i)$ هو عدد الجزيئات .

فإذا فرضنا أيضاً أنه لا فرق بين الاتجاهات الثلاثة (z ، y ، x) أمكن الحصول على ما يلي :

$$(v_x)^2_m = (v_y^2)_m = (v_z^2)_m = \frac{1}{3}(v^2)_m$$

$$(v^2)_m = (v_x^2)_m + (v_y^2)_m + (v_z^2)_m$$

حيث : $(v^2)_m$ هي مربع السرعة الوسطية .

$$\overline{T} = \frac{1}{2} \; M \; (v^2)_m \qquad \ldots\ldots (6)$$

وأما الطاقة الحركية الكلية للغاز (K) الذي عدده (N) جزيئة ، فتساوي :

$$K = N.\overline{T} = N \left[\frac{1}{2} \; M(v^2)_m\right] \qquad \ldots\ldots (7)$$

وبتعويض هذه القيمة في المعادلة (4) نحصل على :

$$P.V = \frac{2}{3} \; K \qquad \ldots (8)$$

وبإدخال عدد أفوكادرو (N_o) : $No = 6{,}032.10^{+23}$ (جزيئة/gm.mole)

$= 6.023.10^{+26}$ (جزيئة/Kg.mole)

فإذا كان العدد الكلي للجزيئات مساوياً ($\mathcal{N}$) جزيئاً ، وكـان العـدد الكلـي للمولات (N) يكون لدينا : $N = \mathcal{N} . N_o$

وبالتعويض في المعادلة (4) نحصل على :

$$P.V = \mathcal{N} \left[\frac{2}{3} N_o \frac{1}{2} M(v^2)_m \right] \qquad \ldots (9)$$

وبمقارنة هذه العلاقة (9) مع معادلة الغازات الكاملة التالية :

$$P.V = N.RT \qquad \ldots (10)$$

نحصل على :

$$\overline{T} = \frac{1}{2} M(v^2)_m = \frac{3}{2}(\frac{R}{N_o}) T = \frac{3}{2} KT$$

حيث : ($k = R/N_o$) هو ثابت بولتزمان .

وهي العلاقة (1) المطلوبة $\overline{T} = \frac{3}{2} k.T$

مسألة محلولة (1) :

احسب الطاقة الحركية الوسطية لجزيء الأكسجين (O_2) حيث : (^{16}O) ، في درجة الحرارة العادية ($T = 300\ (^oK)$) ، ثم احسب سرعتها الوسطية ($(v)_m$) ، علمـاً أن:

$u.c^2 = 931,5\ (Mev)$ ، $C = 3.10^{+8}\ (m.s^{-1})$ ، $k = 8,62.10^{-5}\ (ev/^oK)$

الحـل :

نطبق العلاقة (1) :

$$\overline{T} = \frac{3}{2}\ K.T = \frac{3}{2}\ (\ 8{,}62.10^{-5}(ev/^\circ K)\ )\ (300^\circ K) = 3{,}88.10^{-2}(ev)$$

ثم نستخدم العلاقة (6) :

$$\overline{T} = \frac{1}{2}\ M(v^2)_m$$

حيـث : $\ldots M = 2 \times 18\ u = 32\ (u) = 32 \times 931{,}5\ (Mev/c^2)$

هي كتلة ذرة (O_2) .

نستنتج : $(v^2)_m$:

$$(v^2)_m = \frac{2\overline{T}}{M} = \frac{2 \times 3{,}88.10^{-2}(ev)(c^2)}{32 \times 931{,}5.10^{+6}(ev)}$$

$$= \frac{2 \times 3{,}88.10^{-2} \times 9.10^{+16}(ev).(m^2/s^2)}{32 \times 931{,}5.10^{+6}(ev)}$$

$$(v^2)_m = 23{,}43.10^{+4}(m^2/s^2)$$

ومنـه : $v_m = 484\ \ (m/s)$

وهي السرعة الوسطية (v_m) لجزيء الأكسجين (O_2)

سويات الطاقة وطيف الجزيئة ثنائية الذرة

قد تُصدر الجزيئة فوتوناً ، عندما تنتقل من حالةٍ ذات طاقة تحريضية عليا إلى حالةٍ ذات طاقة أدنى منها ، وبالعكس من ذلك ، فإن الجزيئة يمكن أن تمتص فوتوناً عندما تنتقل من حالة ذات طاقة دنيا إلى حالة ذات طاقة أعلى منها . وإن دراسة طيف الاصدار والامتصاص في الجزيئات ، يزودنا بمعلومات تتعلق بحالاتها ، وسوف تقتصر ، للسهولة ، في دراستنا التالية على الجزيئة ثنائية الذرة ، ونعلم أن طاقة الجزيء منفصلة (مكممة) ويمكن فصل دراستها بصورة ملائمة إلى ثلاثة أقسام :

١ - طاقة الكترونية توافق تحريض الالكترونات في الجزيئة .

٢ - طاقة اهتزازية توافق اهتزاز الذرات في الجزيئة .

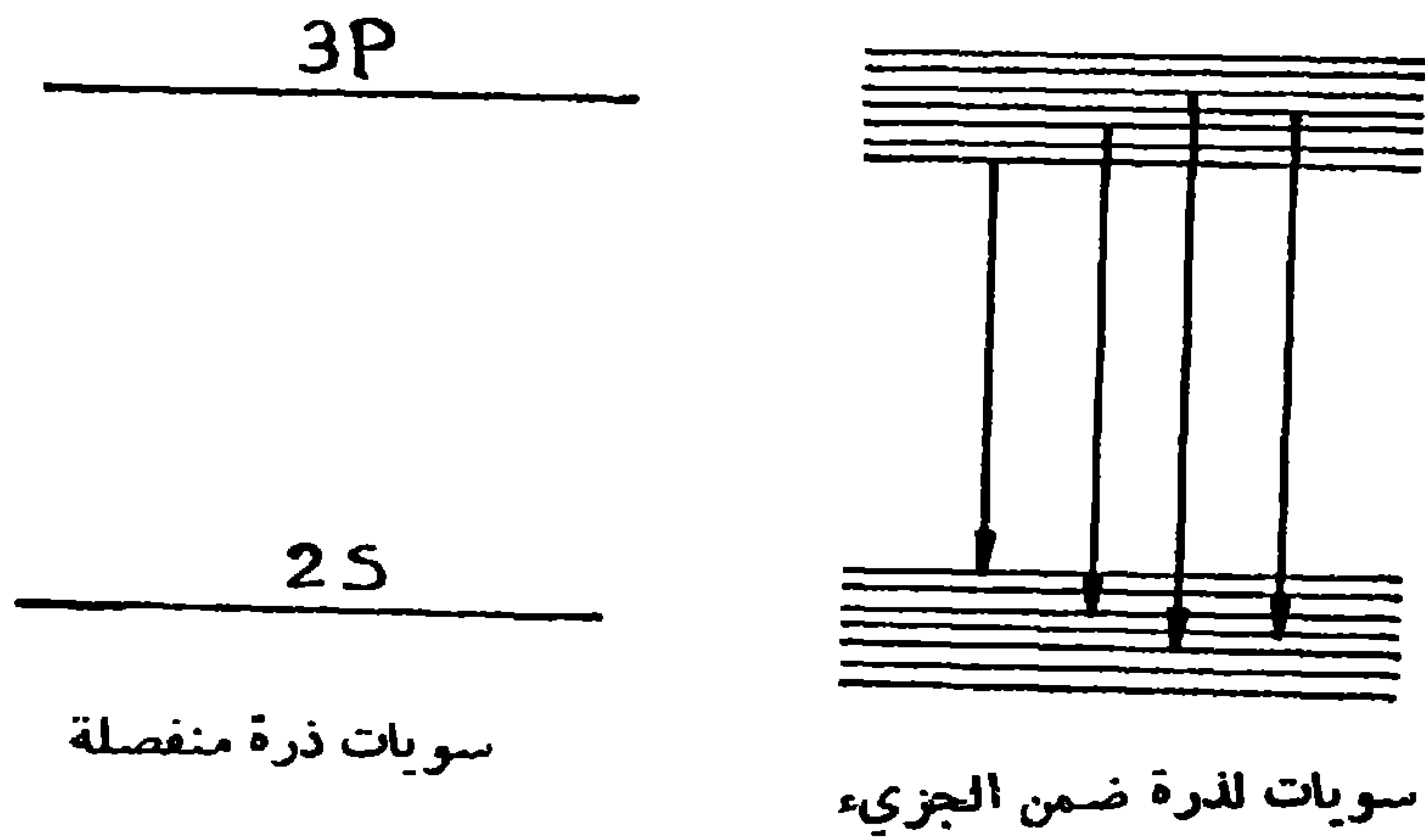
٣ - طاقة دورانية توافق دوران الجزيئات حول مركز كتلها (C.M) .

هذا وتختلف مقادير هذه الطاقات اختلافاً واضحاً عند معالجة دراستها بصورة منفصلة :

فطاقة التحريض الالكترونية في الجزيئة هي من رتبة (ev) 1 . إلى (ev) 10 ، وهي تساوي طاقة تحريض الذرة ، أما الطاقة الاهتزازية والطاقة الدورانية ، فهما أصغر من الطاقة الالكترونية بكثير ، فالطاقة الاهتزازية هي من رتبة 10^{-1} (ev) ، أما الطاقة الدورانية فهي أقل من الطاقة الاهتزازية بنحو (100) مرة فهي من رتبة 10^{-3} (ev) .

- هذا وأن كل سوية من سويات الطاقة الذرية ، تصبح جملة سويات متراصّة من سويات الطاقة الموافقة للحركات الاهتزازية والدورانية في الجزيئة،

الشكل (1) ، وتحصل الانتقالات الموافقة لهذه الحركات بين سوية إلى أخرى من السويّات المتراصّة ، وبما أنه لا يمكن دائماً التمييز بين هذه السويّات المتراصّة ، فإن طيف هذه السويّات ، يُطلق عليه اسم **طيف سويّات المنطقة** . هذا ويتميز كل نوع من أنواع الجزيئات بطيف خاص به يستخدم لمطابقته وتعيين بنيته .



الشكل (1)

إن سويات الطاقة الفردية في الذرة المنعزلة ، تصبح طيفاً مؤلفاً من سويات متراصّة في الجزيئة ، كما يحصل ذلك في جزيئات السوائل وفي جزيئات الأجسام الصلبة

الطاقة الدورانية للجزيئة ثنائية الذرة

الطاقة الحركية الدورانية E (rot.) :

يمكن عدّ الحركة الدورانية للجزيئة ثنائية الذرة (كذرة H_2 ، O_2 ، CO،...) بالتشابه مع الميكانيك التقليدي ، بأنها حركة دورانية للكتلتين (m_1) و (m_2)

متصلتين اتصالاً صلباً (بقضيب وهمي) حول محور مارٍ من مركز الكتـل (CM) ومعامد لمستوي الورقة (Q) الشكل (2) ، فإذا كـانت الكتلتـان نُقطيتـين وكـانت المسافة بينهما (r_o) وكان بُعداهما عن مركز الكتل (C.M) هما (r_1) و (r_2) علـى الترتيب ، فإن (I) عزم عطالة هذه الجملة المؤلفة من هاتين الكتلتين ، حـول مركـز الكتل (C.M) يساوي :

$$I = \sum_{i=1}^{2} m_i . r_i^2 = m_1 . r_1^2 + m_2 . r^2 = \mu r^2$$

حيث : (μ) هي الكتلة الموجزة التي نعنيها كما يلي ، لدينا :

$$m_1 . r_1 = m_2 . r_2 \quad ، \quad r_1 = \frac{m2\ r_o}{M} \quad ، \quad r_2 = \frac{m_1}{M}\ r_o \quad ، \quad r_o = r_1 + r_2 \quad ،$$

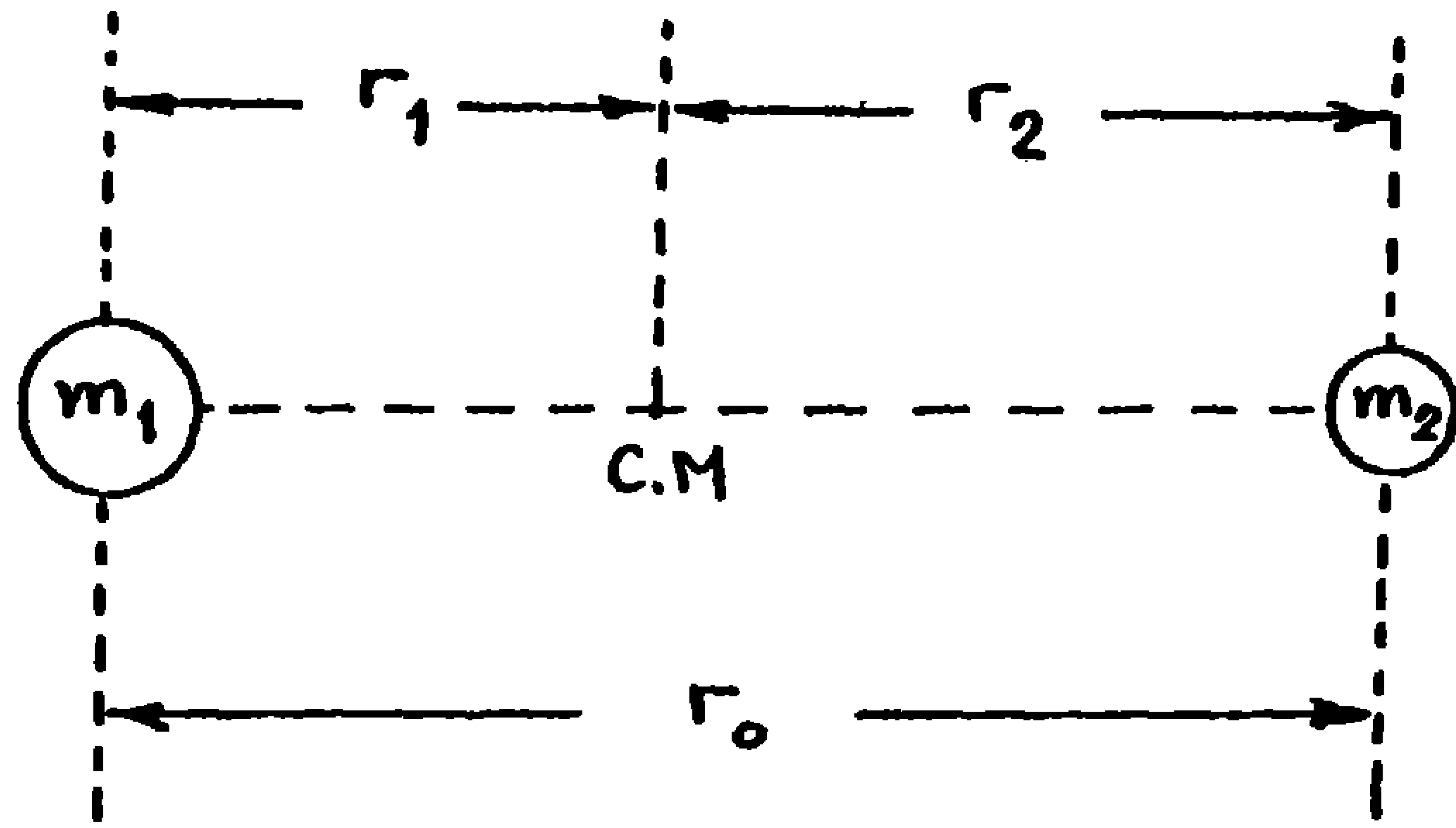
$M = m_1 + m_2$.

$$I = m_1 . r_1^2 + m_2 . r_2^2 = \left[m_1 . (\frac{m2}{M}^2 + m_2 (\frac{m_1}{M})^2 \right] . \ r_o^2$$

$$I = \left(\frac{m_1 . m_2}{M} \right) \ r_o^2 = \mu . r_o^2 \qquad \dots (1)$$ .... (عزم العطالة)

ولما كان : ($\mu = \frac{m_1 . m_2}{M}$) فإن الكتلة الموجزة تعطى بشكلٍ أكثر تناظراً كما يلي :

$$\frac{1}{\mu} = \frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} \qquad \dots (2)$$



الشكل (2)

جزيئة ثنائية الذرة

الطاقة الحركية الدورانية (E (rot. في الميكانيك التقليدي :

$$E\ (rot.) = \frac{1}{2}\ \mu.v^2 = \frac{1}{2}\ \mu\ (r.\omega)^2 = \frac{1}{2}\ (\mu.r^2)\ \omega^2$$

نعوض قيمة (μr^2) بالمقدار (I) وهو عزم العطالة .

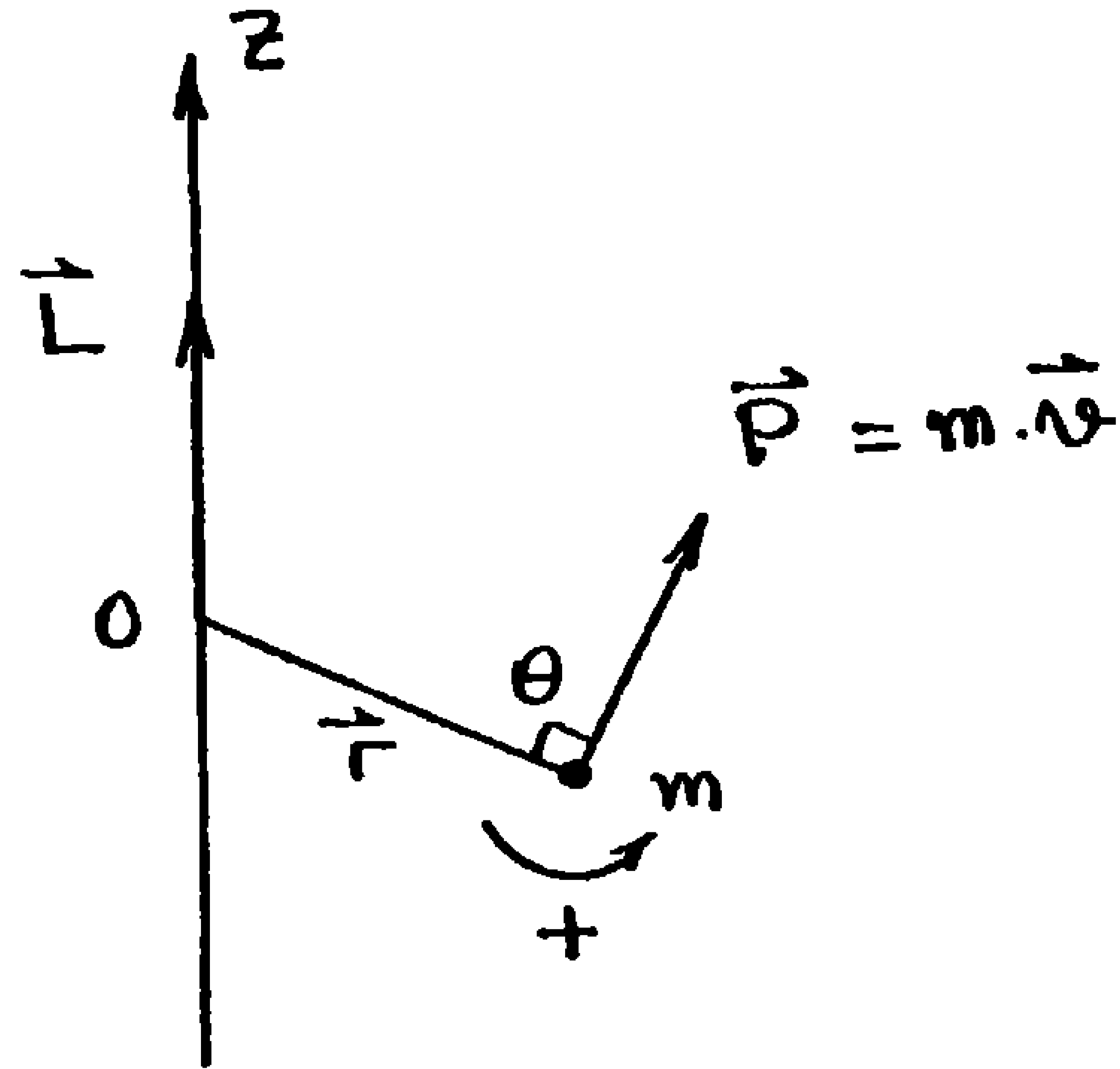
$$E\ (rot.) = \frac{1}{2}\ I\omega^2 = \frac{(I\omega)^2}{2I} \qquad \ldots\ldots (3)$$

ولكن : ($I\omega$) وهو العزم الزاوي . الذي نعرّفه كما يلي :

تعريف العزم الزاوي ($\vec{L}$) :

العزم الزاوي ($\vec{L}$) هو شعاع معامد لكلٍ من الموضع ($\vec{r}$) والاندفاع ($\vec{P} = m.\vec{v}$) لجزيء كتلته (m) وسرعته ($\vec{v}$) ، ولنفرض أن إتجاه حركة دوران

الكتلة (m) حول المحور (oz) هو موجب بالإتجاه $\vec{+}$ على الشـكل ويُعطى بالعلاقـة التالية :



$$\vec{L} = \vec{r} \wedge \vec{p}$$

أما قيمته فتساوي : $L = r.p.\sin\Theta$

فمن أجل $(\Theta = \frac{\pi}{2})$ يكون : $L = r.p = r.m.v = r.m.(r\omega) = mr^2\omega$

$L = I.\omega$

لنعوّض قيمة (L) في المعادلة (3) :

$$E\ (rot.) = \frac{\vec{L}^2}{2I} \quad \ldots \quad (4)$$ ... (في الميكانيك التقليدي)

وهي العلاقة التي تعطي الطاقة الدورانية في الميكانيك التقلدي .

ولكن العزم الزاوي $(\vec{L})$ في الميكروفيزيـاء ، يـأخذ قيمـاً منفصلـة (وليسـت مستمرة كما هو الحال في الميكانيك التقليدي) ويُـبرهن في الميكـانيك الكوانـتي أن

هذا العزم $(\vec{L})$ للذرات ، هو عزم مكمَّم (Quantifié) ولا يأخذ سوى القيم الخاصة الممكنة المنفصلة ، ويُعطى بالعلاقة :

$$|\vec{L}| = \hbar \sqrt{\ell(\ell+1)}$$

أو :

$$\vec{L}^2 = \hbar^2 . \ell \quad (\ell+1) \qquad ..... (5)$$

حيث : (L = 0 ، 1 ، 2 ، 3 ....) يُسمى العدد الكوانتي الدوراني ، الموافق لدوران كامل الجزيئة ثنائية الذرة ، حول محورها المار من مركز كتلتها (C.M) ، وهو شبيه بالعدد الكوانتي المداري (ℓ) لعزم الالكترون الزاوي المداري في الذرة .

وبتعويض قيمة $(\vec{L}^2)$ من العلاقة (5) في العلاقة (4) نحصل على صيغة الطاقة الجزيئية الدورانية في الميكانيك الكوانتي التالية :

$$E_\ell \quad (rot.) = \frac{\hbar^2 \ell(\ell+1)}{2I} \qquad ... (6)$$ ... (في الميكانيك الكوانتي)

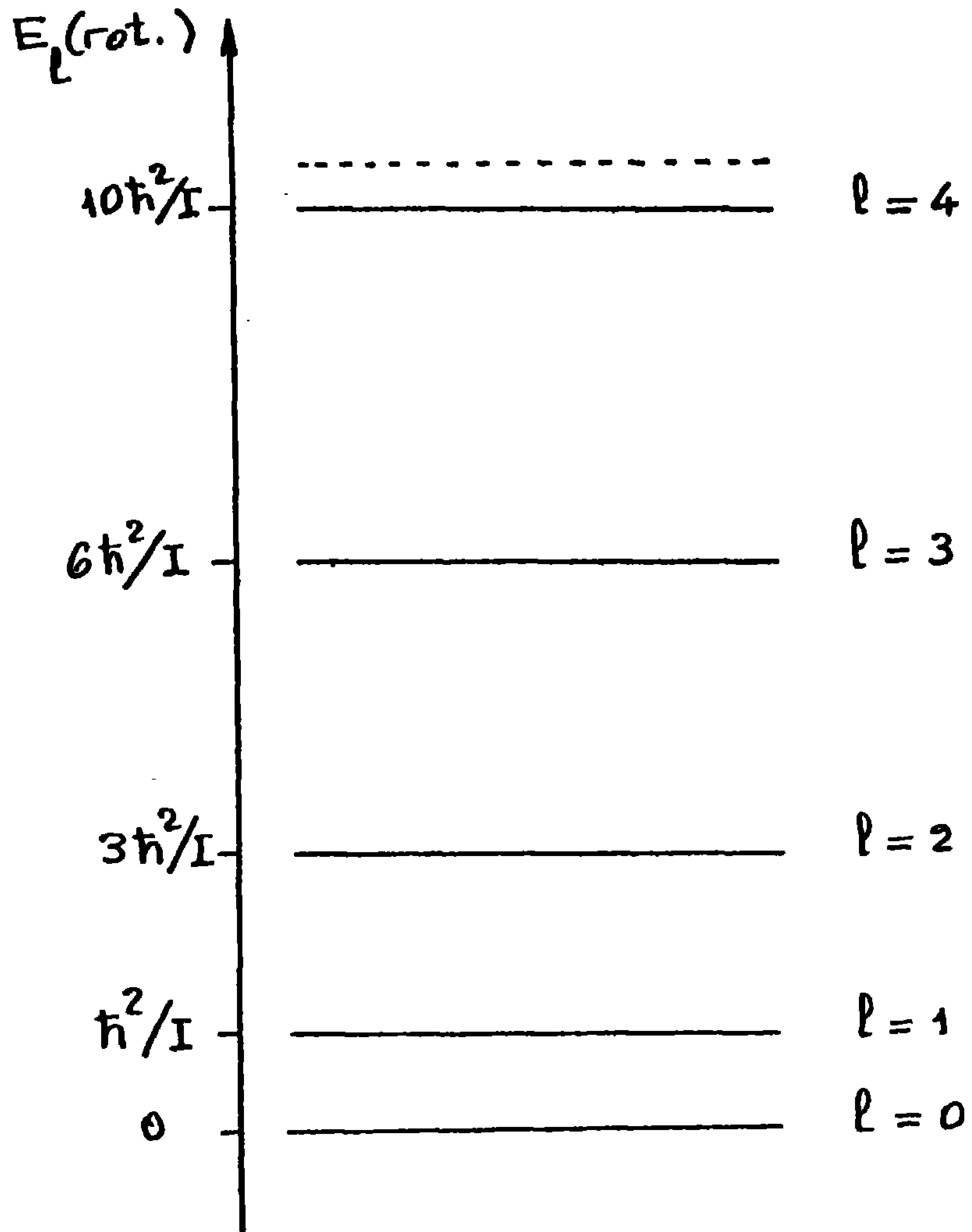
حيث : يأخذ (ℓ) القيم الصحيحة المنفصلة ($\ell = 0$ ، 1 ، 2 ، ....) وبالتالي فإن الطاقة الدورانية (E_l (rot. لجزيئة ثنائية الذرة تأخذ قيماً (مكمّمة) منفصلة .

فمن أجل ($\ell = O$) تكون : $E_0 (rot.) = O$ طبقاً للعلاقة (6) .

ومن أجل ($\ell = 1$) تكون : $E_1 \quad (rot.) = \frac{\hbar^2}{I}$.

وهكذا من أجل القيم الأخرى للعدد الكوانتي المداري (ℓ) .

ويبين الشكل (3) سويّات الطاقة الدورانية E_l (rot.) طبقاً للمعادلة (6) .



الشكل (3)

سويّات الطاقة الدورانية لجزيئة ثنائية الذرة

– هذا وإن الانتقالات بين سويّات الطاقة الدورانيـة تخضـع لقـاعدة الانتقـاء التالية :

$$\Delta \ell = \pm 1 \qquad \ldots (7)$$

مسألة محلولة (1) :

احسـب بالأنغسـتروم (A°) ، البعـد (r_o) بـين ذرتـي (^{16}O) في جـزيء الأكسجين (O_2) . علماً أن :

$$\frac{\hbar^2}{I} = 3{,}560 \times 10^{-10} \quad (\text{Mev})$$

$$\hbar = 6{,}583 \times 10^{-22} \quad (\text{Mev.s})$$

$$C = 2{,}998 \times 10^{+8} \quad (\text{m.s}^{-1})$$

$$E = m.c^2 \Rightarrow E(m = 1u) = (1u)(c^2) = 931.5 \quad (\text{Mev})$$

الحل :

نطبق العلاقتين (1) و (2) ونعوض فيها : $m_1 = m_2 = m = 16\,(u)$

$$\mu = \frac{m}{2}$$

$$I = \mu . r_o^2 \Rightarrow r_o^2 = \frac{I}{\mu} = \frac{I}{\frac{m}{2}} = \frac{2I}{m}$$

$$r_o^2 = \frac{2I.\hbar^2.c^2}{\hbar^2.m.c^2}$$

$$r_o^2 = \frac{2(1973 \times 10^{-6} Mev.\overset{o}{A})^2}{3{,}56 \times 10^{-10}(Mev)(16)(931{,}5 \ \ Mev)} = 1{,}4.6 \ \ (\overset{o}{A})^2$$

$$r_o = 1{,}211 \ (A^{\circ})$$

ملاحظة : نلاحظ أن الطاقات الدورانية لسويّات الطاقة الدورانية لجزيء الاكسجين (O_2) هي :

$$E_{(l=o)} = 0$$

$$E_{(l=1)} = \frac{\hbar^2}{I} = 0{,}0356 \times 10^{-2} \ \ (ev)$$

$$E_{(l=2)} = 3\frac{\hbar^2}{I} = 0{,}107 \times 10^{-2} \ \ (ev)$$

وهكذا ....

الطاقة الاهتزازية للجزيئة ثنائية الذرة

تهتز الجزيئة ثنائية الذرة محافظة على الارتباط بين الذرتين ، اهـتزازاً شـبيهاً بـاهتزاز كتلتين (m_1) و (m_2) موضوعتين على طرفي نابض ، فمن أجل الطاقات الاهتزازية

الصغيرة ، يمكن عدّ حركة الجزيئة الاهتزازية بالتقريب، حركة اهتزازية توافقية ، والتي نعرّفها في الميكانيك التقليدي ، بأنها حركة توافقية لنقطةٍ مادية كتلتها (μ) تتحرك على المحور (or) وهي خاضعة لقوة جاذبة (F) نحو نقطةٍ ما (O) من هذا المحور ، ومتناسبة طرداً مع بُعدها (r) عن تلك النقطة أي :

$$F = -K.r \qquad \ldots (1)$$

حيث : (K) ثابت يسمى ثابت الارتباط في الجزيئة ، ونكتب صيغة (F) أيضاً كما يلي :

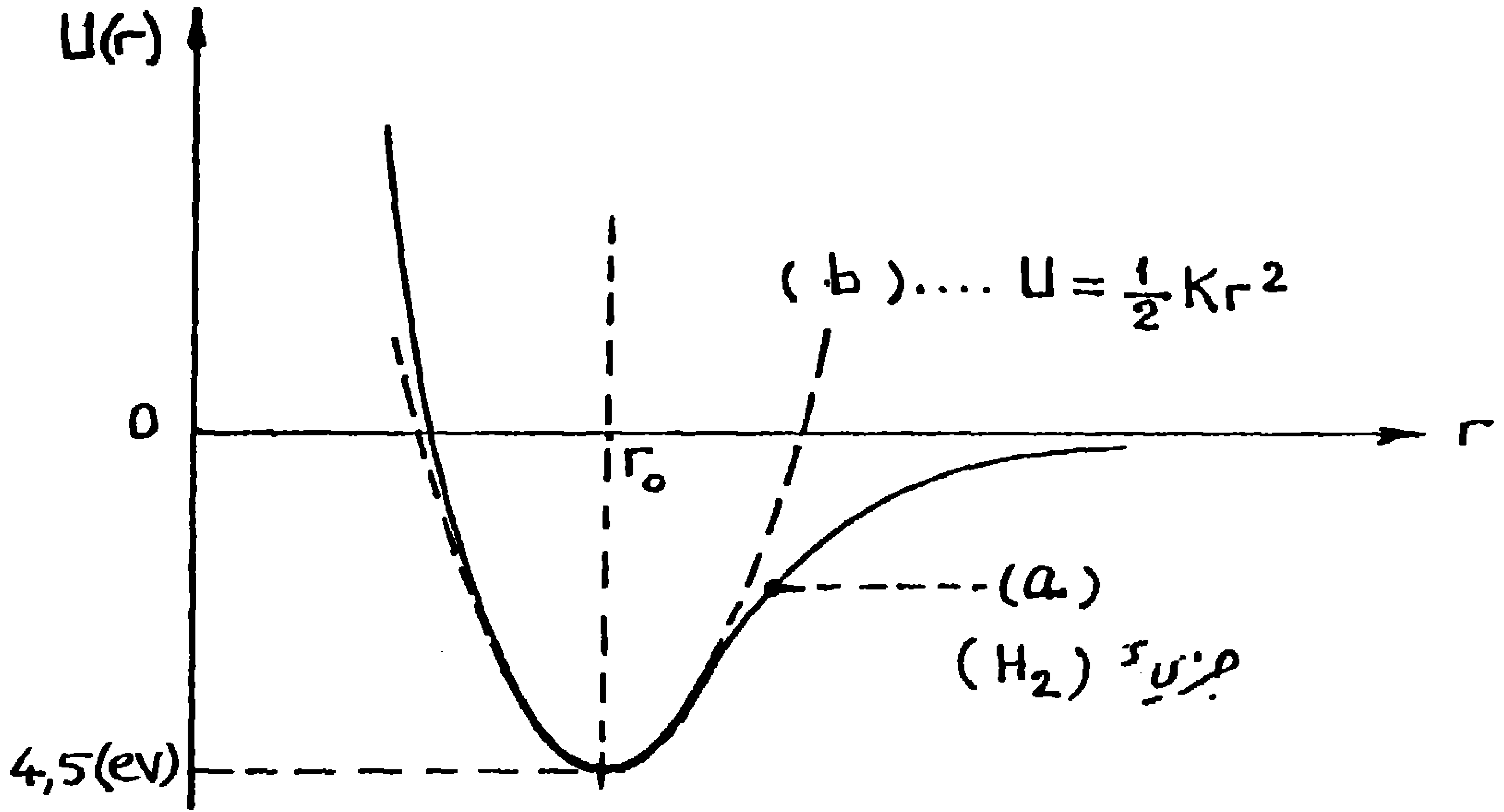
$$F = -k.r = -\frac{d}{dr}(\frac{1}{2}kr^2) = -\frac{du}{dr} \qquad \ldots (2)$$

حيث :

$$U(r) = \frac{1}{2}kr^2 \qquad \ldots (3)$$

أن قوة (F) تُشتق من الكمون (U) في العلاقة (2) ، أي : $(\vec{F} = -\vec{\nabla} U)$

ويمثل المنحني (a) في الشكل (1) ، الطاقة الكامنة التجريبية للتأثير المتبادل بين ذرات الجزيئة ثنائية الذرة ، لجزيء الهيدوجين(H_2) ، أما المنحني (b) في هذا الشكل (4) ، فيمثل الكمون التقريبي لهذا التأثير المتبادل في جوار النهاية الصغرى ($r = r_0$) والذي تمثله المعادلة (3) للهزاز التوافقي U (r) .



الشكل (4)

(a) – الطاقة الكامنة للجزيء (H_2) ، المنحني التجريبي .

(b) – الطاقة الكامنة للهزاز التوافقي : $U(r) = \frac{1}{2}kr^2$ ، المنحني النظري .

ونعلم أن القوة (F) تُعطي من جهة أخرى بالدستور العام التالي :

$$F = \mu.\gamma = \mu\frac{d^2r}{dt^2} = \mu.\ddot{r} = -kr$$

أو :

$$\mu\ddot{r} + kr = o$$

$$\ddot{r} + \frac{k}{\mu}r = o$$

$$\ddot{r} + \omega^2 . r = o \qquad \dots (4)$$

حيث : $\sqrt{\frac{k}{\mu}} = \omega$ هو التواتر الدائـري للحركـة الاهتزازيـة الممثلـة بالعلاقـة (10) .

إن حل المعادلة (4) هو من الشكل :

$$r(t) = r_o . e^{-i\omega(t-t_o)}$$

وبانتخاب القسم الحقيقي من هذا الحل نحصل على :

$$r(t) = r_o . \cos\omega(t - t_o)$$

نستنتج من ذلك أن حركة الكتلة (μ) هي حركـة اهتزازيـة توافقيـة تواترهـا الدائري هو ($\omega_{vib.}$) . أما الطاقة الكلية (E) فتساوي ، كما نعلـم ، بمجمـوع الطاقـة الحركية (T) والطاقة الكامنة (U) :

$$E = T + U$$

$$E = \frac{\vec{p}^{\,2}}{2\mu} + U$$

$$E = \frac{\vec{p}^{\,2}}{2\mu} + \frac{1}{2}kr^2$$

وتُمثِل هذه المعادلة في الميكانيك التقليدي بتابعٍ للاندفاع والموضع ، هو تـابع هاميلتون (H_{Cl}) :

$$(\text{في الميكانيك التقليدي}) \quad \ldots \quad H_{cl} = \frac{\vec{p}^{\,2}}{2\mu} + \frac{1}{2}kr^2$$

ولإيجاد المعادلة المسـتخدمة في الميكروفيزيـاء . ولا بـد مـن الاسـتعانة ببعـض المبـادئ والعلاقـات في الميكـانيك الكوانـتي ، كمبـدأ التقـابل ومعادلـــة شـــرودينغر (Schrödinqer) التي نوردها تباعاً فيما يلي .

مبدأ التقابل (والانتقال المباشر إلى الميكانيك الكوانتي) :

للانتقال من الميكانيك التقليدي إلى الميكانيك الكوانتي يمكـن اسـتخدام مبـدأ التقابل الذي بوساطته نستبدل بالطاقة (E) مؤثر الطاقة ($i\hbar\frac{\partial}{\partial t}$)ونستبدل بالاندفاع ($\vec{p}$) مؤثـر الاندفـاع (أو مؤثـر كميـة الحركـة) ($-\ i\hbar\vec{\nabla}$) ونوجـز هـذا المبـــدأ بالانتقالات التالية :

الميكانيك الكوانتي			الميكانيك التقليدي	
(مؤثر تفاضلي)	$i\hbar\frac{\partial}{\partial t}$	$\longrightarrow$	E	(الطاقة)
(مؤثر تفاضلي)	$-\ i\hbar\vec{\nabla}$	$\longrightarrow$	$\vec{p}$	(الاندفاع)
(مؤثر جداء)	$U = \frac{1}{2}kr^2$	$\longrightarrow$	$U = \frac{1}{2}kr^2$	(الكمون)

ملاحظة :

أن مرتسمات $\vec{\nabla}$ على المحاور الديكارتية هي : $\frac{\partial}{\partial z}$ ، $\frac{\partial}{\partial y}$ ، $\frac{\partial}{\partial x}$ وهي مؤثرات تفاضلية ، حيث : $(i=\sqrt{-1})$.

القاعدة العامة لتشكيل معادلة (SchrÖdinger) باستخدام مبدأ التقابل :

لندرس حركة جزيء كتلته (μ) عندما ينتقل على المحور (or) وهو تحت تأثير قوة (F) تُشتق من الكمون التالي : $U=\frac{1}{2}kr^2$ بوساطة معادلة تعرف بمعادلة شرودينغر والتي نحصل عليها بتطبيق مبدأ التقابل كما يلي :

لدينا الطاقة الكلية (E) : $E=T+U$

نستبدل : $(E \rightarrow i\hbar\frac{\partial}{\partial t})$ و $(\vec{p} \rightarrow -\ i\hbar\vec{\nabla})$ ، ثم لنضرب طرفي الحاصل من اليمين بتابع للموضع $(\vec{r})$ وبالزمن (t) أي بـ : $\Psi(\vec{r},t)$ ، وهو تابع يصف سلوك الجزيء(μ) ، ويُطلق عليه اسم التابع الموجي ؛ وهكذا نحصل بالاستبدال على مايلي :

$$i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\Psi(\vec{r},t)=\left[-\frac{\hbar^2}{2\mu}\vec{\nabla}^2+\frac{1}{2}kr^2\right]\ \Psi(\vec{r},t) \qquad \dots (4)$$

وهي معادلة (Schrödinqer) التابعة للزمن (t) والتي تمثل في الميكانيك الكوانتي حركة جزيء كتلته (μ) وواقع في كمون سلّمي من الشكل : $U(r)=\frac{1}{2}kr^2$.

ويمكن حلّ هذه المعادلة في بعض الحالات الخاصة المهمة ، وهي من أجل حالات الجزيء المستقرة التي تكون مستقلة عن الزمن (t) ، فنتّبع عادة كتابة التابع الموجي على شكل جداء تابعَين أحدهما تابع للموضع $(\vec{r})$ فقط من الشكل $\Psi(\vec{r})$ والآخر تابع للزمن (t) فقط وهو من الشكل : $F(t) = e^{-i\omega t}$ أي :

$$\Psi(\vec{r},t) = \psi(\vec{r}).e^{-i\omega t} = \psi(\vec{r}).e^{\frac{-iEt}{\hbar}} \qquad \ldots (5)$$

حيث : $E = \hbar\omega$ طبقاً لمعادلة (Planck) .

ولما كنا نتوخى تجريبياً الحصول على **احتمال وجود الجزيء في حيّزٍ ما من الفراغ** بوساطة الكثافة الاحتمالية (p) التالية :

$$p = |\Psi(\vec{r},t)|^2 = \Psi^*(\vec{r},t).\Psi(\vec{r},t)$$

$$= \psi^*(\vec{r}).\psi(\vec{r}).e^{+\frac{iE}{\hbar}t}.e^{-\frac{iEt}{\hbar}}$$

$$= \psi^*(\vec{r}).\psi(\vec{r}) = |\psi(\vec{r})|^2$$

فإننا نلاحظ أن الكثافة الاحتمالية (p) مستقلة عن الزمن وتساوي $|\psi(\vec{r})|^2$، وهي تمثل حالات الجزيء (µ) المستقرة والمستقلة عن الزمن ، وبتعويض قيمة $\Psi(\vec{r},t)$ من (5) في المعادلة (4) والاختصار نحصل على معادلة

(Schrödinger) المستقلة عن الزمن لجزيء كتلته (μ) وواقع في كمون الهزّاز التوافقي التالي : $U = \frac{1}{2}kr^2$ كما يلي :

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2\mu}\vec{\nabla}^2 + \frac{1}{2}kr^2\right] \psi_\alpha(\vec{r}) = E_\alpha \psi_\alpha(\vec{r}) \quad \ldots (6)$$ ...(في الميكانيك الكوانتي)

حيث : $H = -\frac{\hbar^2}{2\mu}\vec{\nabla}^2 + \frac{1}{2}kr^2$ ... (7) ... (هو مؤثر هاميلتون)

و : $\psi_\alpha(\vec{r})$ هو التابع الموجي الذي يصف سلوك الجزيء (μ) بجملة أعداد كوانتية هي (α) ، ويسمى **التابع الخاص** في المعادلة (6) .

و : E_α هي **القيم الخاصة** في المعادلة (6) الموافقة **للتوابع الخاصة** $\psi_\alpha(\vec{r})$.

والمعادلة (6) هي **معادلة القيم الخاصة** والمعروفة في الرياضيات بهذا الاسم.

ملاحظة : تكتب المعادلة (6) باستخدام اصطلاحات (Dirac) على الشكل المختصر التالي :

$$H|\alpha\rangle = E_\alpha|\alpha\rangle$$

حيث :

(E_α) تأخذ القيم المنفصلة وهي : (E_0 ، E_1 ، E_2 ، E_3 ، ....) الموافقة لقيم (α) على الترتيب : ($\alpha = 0$ ، 1 ، 2 ، 3 ، ....) .

$|\alpha\rangle$ هي الأشعة الخاصة الموافقة (أو هي أشعة الكيت الخاصة) لها .

ويبرهن في الميكانيك الكوانتي على أن الطاقة الاهتزازية (E_v) لهزاز توافقي والتي هي حلّ لمعادلة (Schrödinger) ، المعادلة (6) ، تُعطى في الحالة الخاصة البسيطة من أجل بُعدٍ واحد (r) بالدستور التالي :

$$E_v(vib.) = (v + \frac{1}{2})\hbar\omega_{vib} \qquad \dots (8)$$

حيث : (.... ، 3 ، 2 ، 1 ، $v = 0$) عدد صحيح ويسمى **العدد الكوانتي الاهتزازي** .

$$\omega_{vib} = \sqrt{\frac{k}{\mu}} \qquad \dots (9)$$

حيث : ($\omega_{vib.}$) هو التواتر الدائري للحركة الاهتزازية ($\omega_{vib} = 2\pi f_{vib.}$) و (f_{vib}) هو تواترها . أما (K) فيسمى **ثابت ارتباط** الجزيئة ثنائية الذرة .

: (μ) هي الكتلة الموجزة للجملة المؤلفة من الكتلتين (m_1) و (m_2) في الجزيئة .

نلاحظ من المعادلة (8) أن قيم الطاقة الاهتزازية (E_v) قيم منفصلة ، وكل قيمة منها توافق قيمة معينة للعدد الكوانتي الاهتزازي (v) الذي يميز الحالة الكوانتية للجزيئة ثنائية الذرة ، ونلاحظ أيضاً أن أدنى قيمة للطاقة الاهتزازية الممكنة هي تلك التي من أجلها ($v = 0$) والتي تساوي :

$$E_o = \frac{1}{2}\hbar\omega_{vib} \qquad \dots (10)$$

والتي تسمى طاقة النقطة صفر ، وفي هذه الحالة ، تكون الجزيئة في حالة طاقة صغرى وليست في حالة سكون ، وبتعبيرٍ آخر ، تكون في حالة اهتزاز أصغري حول موضع توازنها ، هذا وإن المسافة الفاصلة بين سويتين متتاليتين من سويات الطاقة الاهتزازية الشكل (2) ، تساوي المقدار الثابت التالي : ($\Delta E = \hbar\omega_{vib}$) وذلك طبقاً لما يلي :

$$\Delta E = E_{v+1} - E_v = \left[(v + 1 + \frac{1}{2}) - (v + \frac{1}{2}) \right] \hbar\omega_{vib} = \hbar\omega_{vib}$$

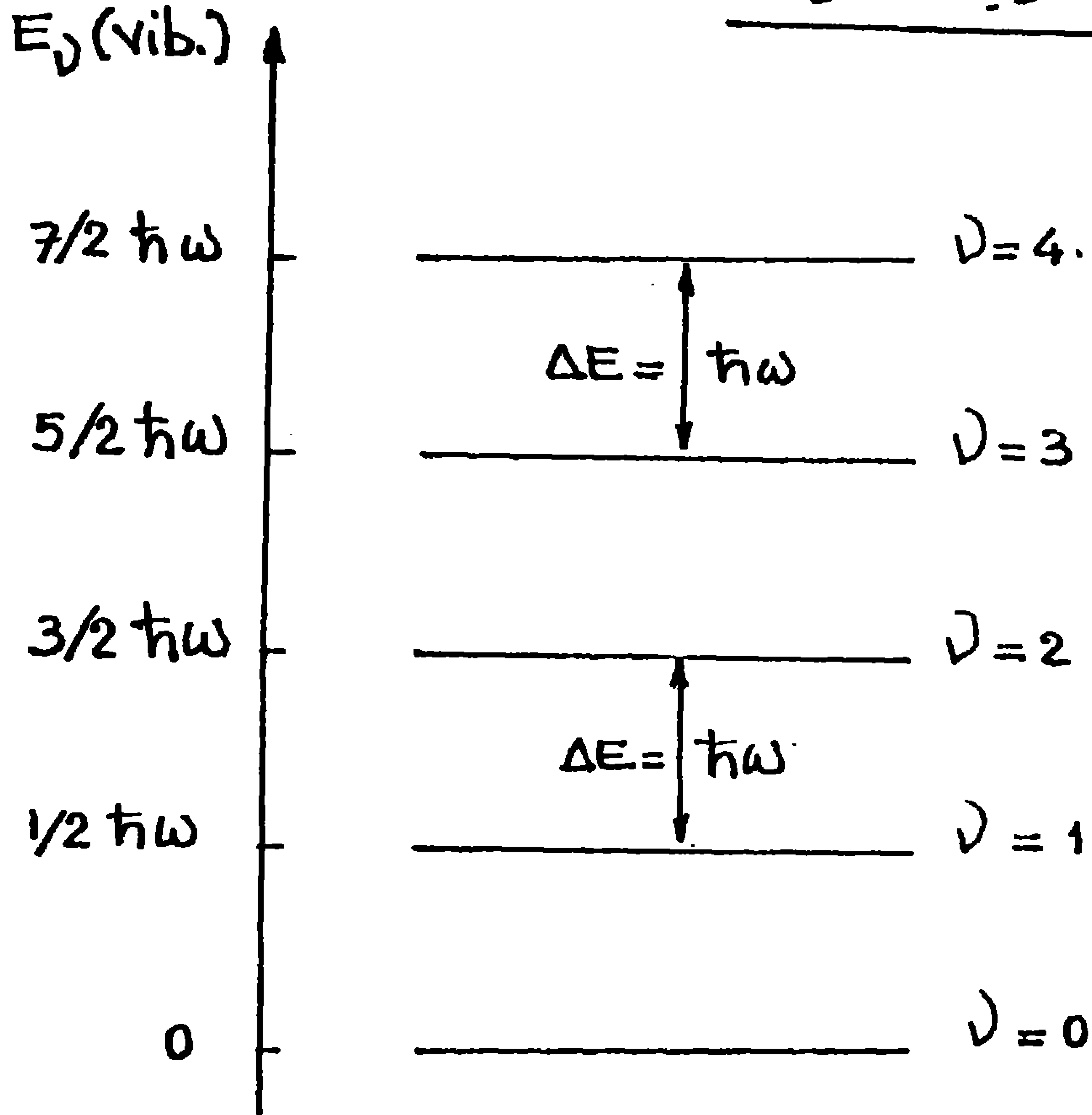
ويمثل الشكل (2) ، سويات الطاقة الاهتزازية طبقاً للمعادلة (8) ، علماً أن الانتقالات بين هذه السويات الاهتزازية في اصدار الفوتون أو امتصاصه تخضع إلى قاعدة الانتقاء التالية :

$$\Delta v = \pm 1 \qquad \ldots (11)$$

ملاحظة : لا يصلح تقريب الهزاز التوافقي من أجل الطاقات العالية في الحركة الاهتزازية ، لأننا نجد تجريبياً أن سويات الطاقة في مجالات الطاقة العالية هي أكثر تقارباً مما تتوقعه المعادلة (8) .

– هذا وإن قيمة الطاقة الاهتزازية ($\hbar\omega\ \omega_{vib}$) هي من رتبة $(ev)\ 10^{-1}$ ، وأن الطول الموجي الموافق هو مجال المنطقة تحت الحمراء من الطيف ، وهو من رتبة $\lambda \approx$ $10^{+5}\ (A°)$.

العدد الكوانتي الاهتزازي



الشكل (5)

سويات الطاقة الاهتزازية الممكنة لجزيئة ثنائية الذرة

حيث : (ω_{vib}) هو التواتر الدائري للحركة الاهتزازية المعين بالمعادلة (9) .

هذا وإن الانتقالات الممكنة بين هذه السويات المتجاورة ، هي التي تخضع إلى قاعدة الانتقاء (11) ، أي : ($\Delta v = \pm 1$) .

مسألة محلولة (1) :

احسب في الشكل (4) وللجزيء (H_2) ، قيمة الطول الموجي (λ) في الانتقالات الاهتزازية علماً أن ثابت ارتباط الجزيئة يساوي : $k = 550\,(N/m)$ وأن: $u = 1,66.10^{-27}\,(kg)$.

الحل : لدينا : $\omega_{vib} = \sqrt{\dfrac{k}{\mu}}$ العلاقة (9) ، و $\mu = \dfrac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} = \dfrac{1(u)}{2}$

و : $\lambda = 2\pi\, c/\omega$ ، $\mu = \dfrac{1}{2} 1.66 \times 10^{-27}\,kg$

$$\lambda = 2\pi c \sqrt{\frac{\mu}{k}} = 2\pi (3 \times 10^{+8}\,m/s) \sqrt{\frac{0.83 \times 10^{-27}\,(kg)}{550 \quad N/m}}$$

ومنه : $\lambda = 2.3 \times 10^{+4}\,(A^{\circ})$

أي أن الطول الموجي : $\lambda = 23000\,(A^{\circ})$ يقع في منطقة ما تحت الحمراء من الطيف .

الطاقة الاهتزازية والدورانية المشتركة في جزيئة ثنائية الذرة :

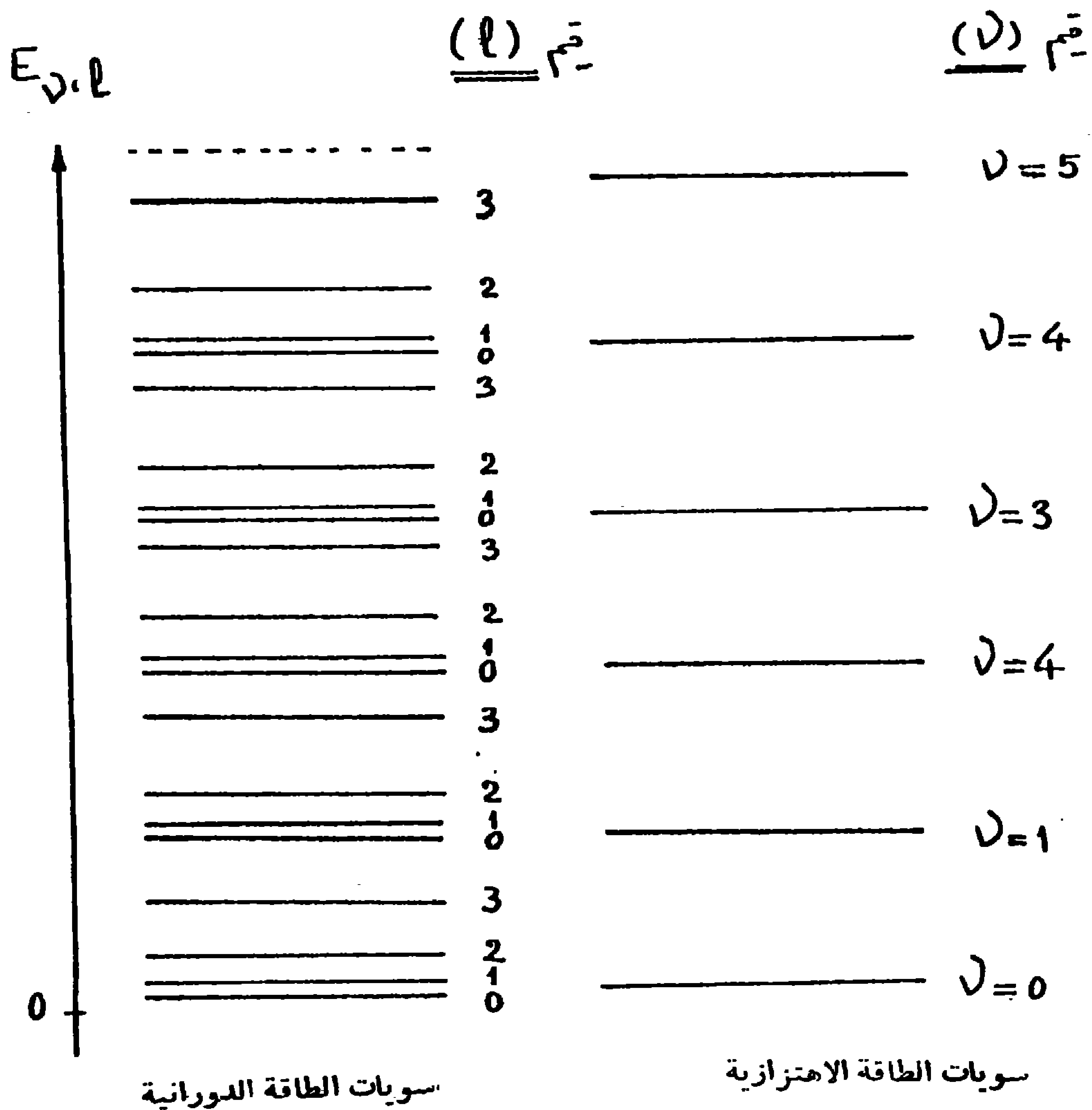
تُعطى الطاقة المشتركة (E) للحركات الاهتزازية والدورانية للجزيئة ثنائية الذرة بالمعادلة التالية طبقاً للمعادلتين : (8) و (6) :

$$E_{n,l} = \hbar\omega_{vib}(v + \frac{1}{2}) + \frac{\hbar^2}{2I}\ \ell(\ell + 1) \qquad \ldots (12)$$

ونجد أن المسافات الفاصلة بين السويات الاهتزازية هي أكبر بعشر مرات أو (100) مرة من المسافات الفاصلة بين السويّات الدورانية .

مما يتيح لنا معالجة الحركتين : الاهتزازية والدورانية بصورةٍ مستقلّة إحداهما عن الأخرى .

ويبين الشكل (6) ترتيب سويات الطاقة E_{vl} في مجموعتي سويات الطاقة الاهتزازية والطاقة الدورانية المشتركة معاً .



الشكل (6)

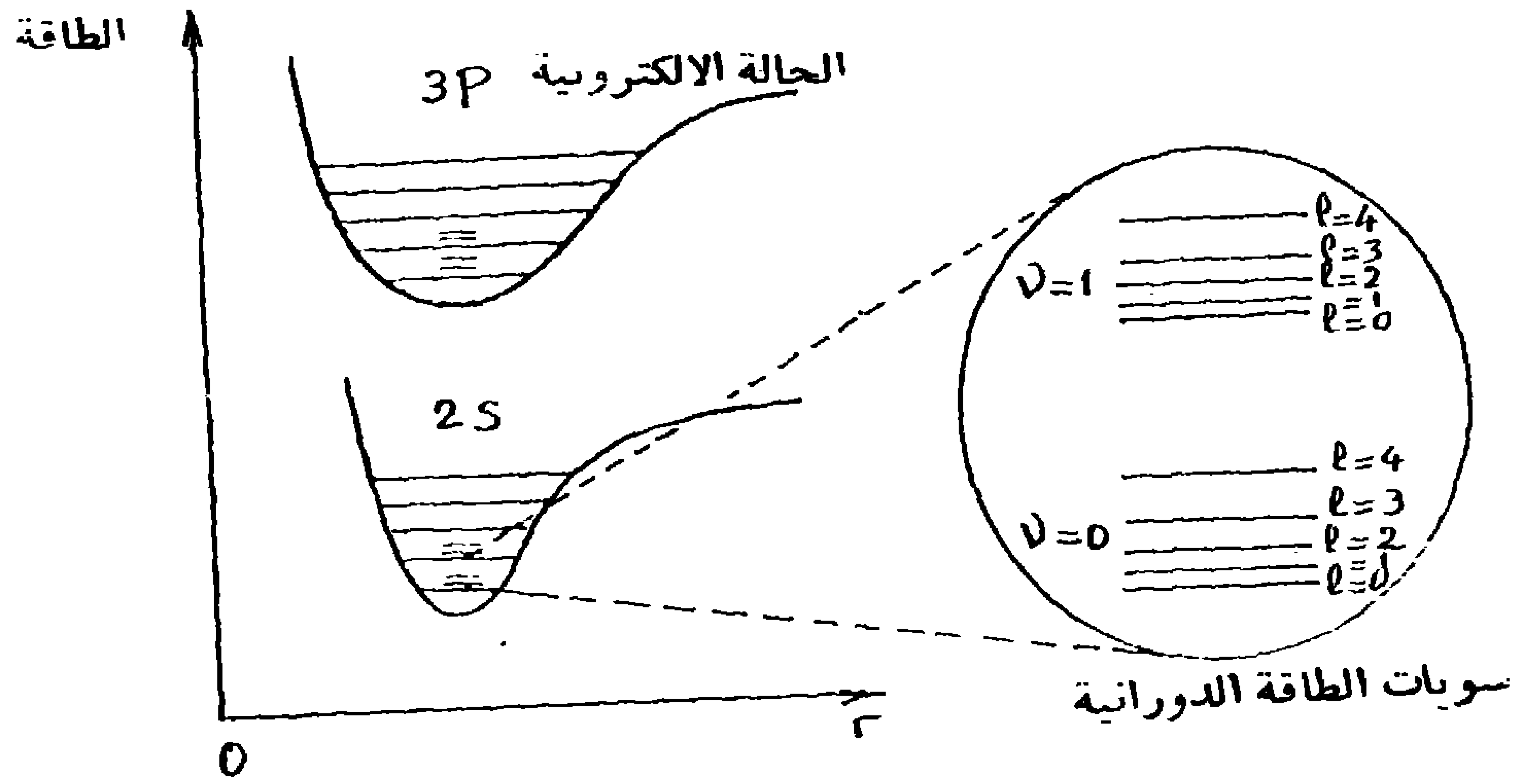
سويات الطاقة المشتركة ، الاهتزازية والدورانية في جزيئة ثنائية الذرة

هذا وإن الانتقال بين سويات الطاقة يحدث إما بالإصدار أو الامتصاص ،أي إما بإصدار فوتون عند الانتقال من سوية عليا إلى سوية أدنى إذا كان هذا الانتقال ممكناً ، أو أن يحدث بالامتصاص ، بأسر فوتون ، أي أن الجملة تمتص فوتوناً ويكون الانتقال من سوية دنيا إلى سوية أعلى إذا كان هذا الانتقال ممكناً أيضاً، وتحدث هذه الانتقالات في أكثر الحالات في مجالات الطاقة المنخفضة وعندئذٍ تخضع إلى قاعدة الانتقاء التالية :

$$\Delta \ell = \pm 1 \quad \text{و} \quad \Delta v = \pm 1 \qquad \ldots (13)$$

طيف الإصدار :

يبين الشكل (7) بعض سويات الطاقة الالكترونية ، وسويات الطاقة الاهتزازية وسويات الطاقة الدورانية لجزيئة ثنائية الذرة ، ونشير إلى أن منحنيات الطاقة الكامنة التي تمثل التأثير المتبادل بين الذرتين في جزيئة ثنائية الذرة ، ليست لها الشكل نفسه تماماً من أجل الحالات الالكترونية المختلفة ، ويعطي الشكل (7) منحنيين يمثلان حالتين الكترونيتين هما : الحالة الالكترونية (2S) والحالة الالكترونية التحريضية (3p) ، كما يعطي هذا الشكل ، سويتين من سويات الطاقة الاهتزازية هما الموافقتان لـ : ($v = 0$) و ($v = 1$) على الترتيب . ويوافق كل قيمة منهما ، سلسلة سويات للطاقة الدورانية المتراصّة ، والتي ضخّمنا المسافات الفاصلة بينها جانباً (ووضعناها ضمن دائرة لسهولة الشرح) .



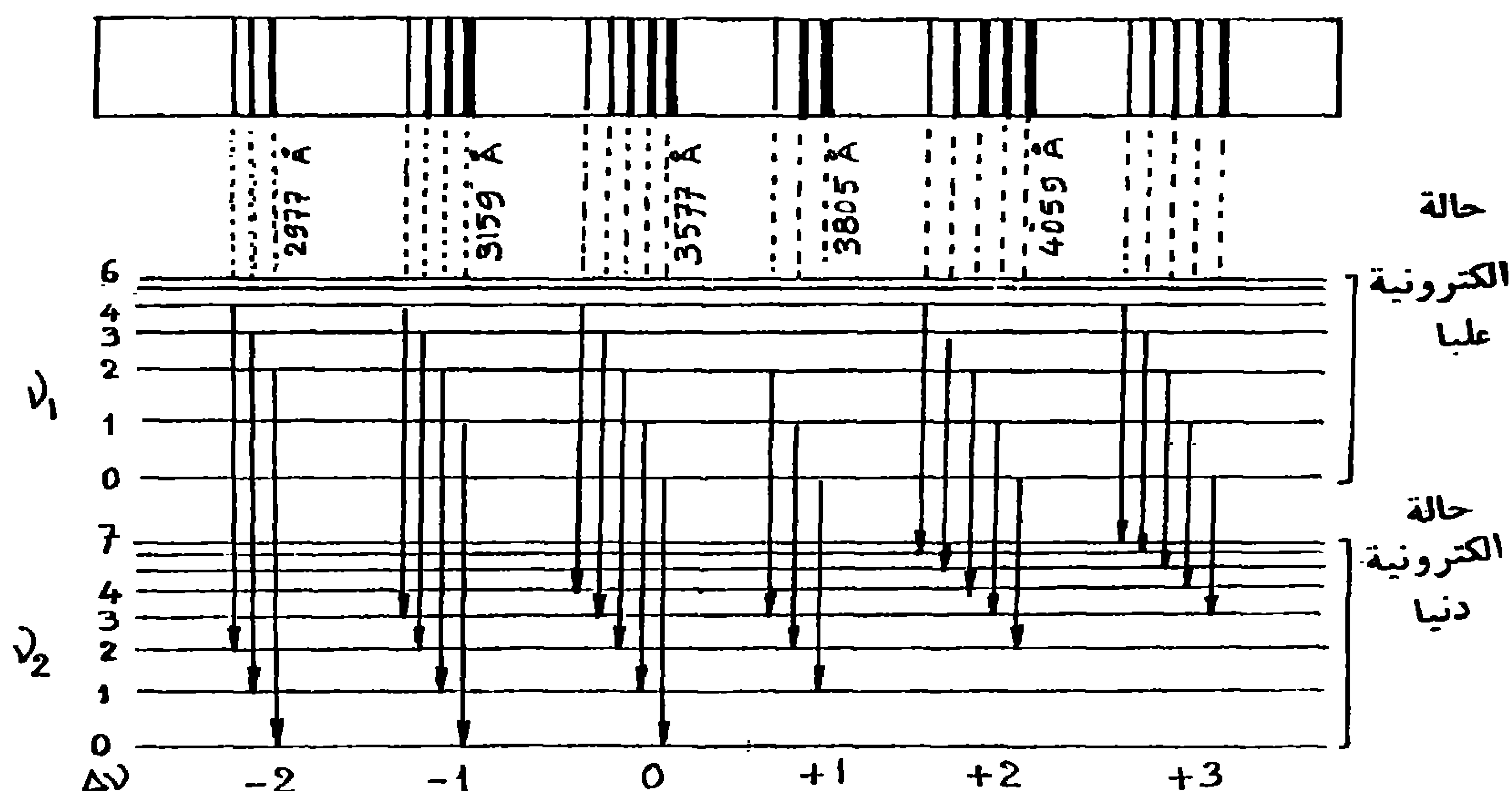
الشكل (7)

سويات الطاقة الالكترونية والاهتزازية والدورانية في جزيئة ثنائية الذرة

وتظهر السويات الدورانية من أجل سويتين اهتزازيتين هما من أجل (v = 0) و (v = 1)

هذا وإن طاقات الحالات الاهتزازية (Ev (vib ، تختلف عن طاقات الحالات الالكترونية كما أن قاعدة الانتقاء (Δv = ± 1) المستخدمة في الانتقالات الاهتزازية، لا يسري مفعولها في الانتقال بين السويات الالكترونية المختلفة ، بمعنى أن قاعدة الانتقاء هذه تطبق فقط في داخل كل منطقة من مناطق السويات الاهتزازية المتراصّة، علماً أن المسافة الفاصلة بين السويات الدورانية هي بدورها أصغر من تلك التي تفصل بين السويات الاهتزازية ، وأصغر بكثير من تلك التي تفصل السويات الالكترونية المختلفة في الذرات ، لهذا يعدّ طيف الطاقة الدورانية عملياً من أطياف البنية الدقيقة لضيق المسافات التي تفصل فيما بينها ، وكثيراً ما تظهر

سويات متراصّة في الطيف وكأنها طيف شريطيّ أو طيف منطقـة (Band) . كمـا يوضح ذلك الشكل (8) .



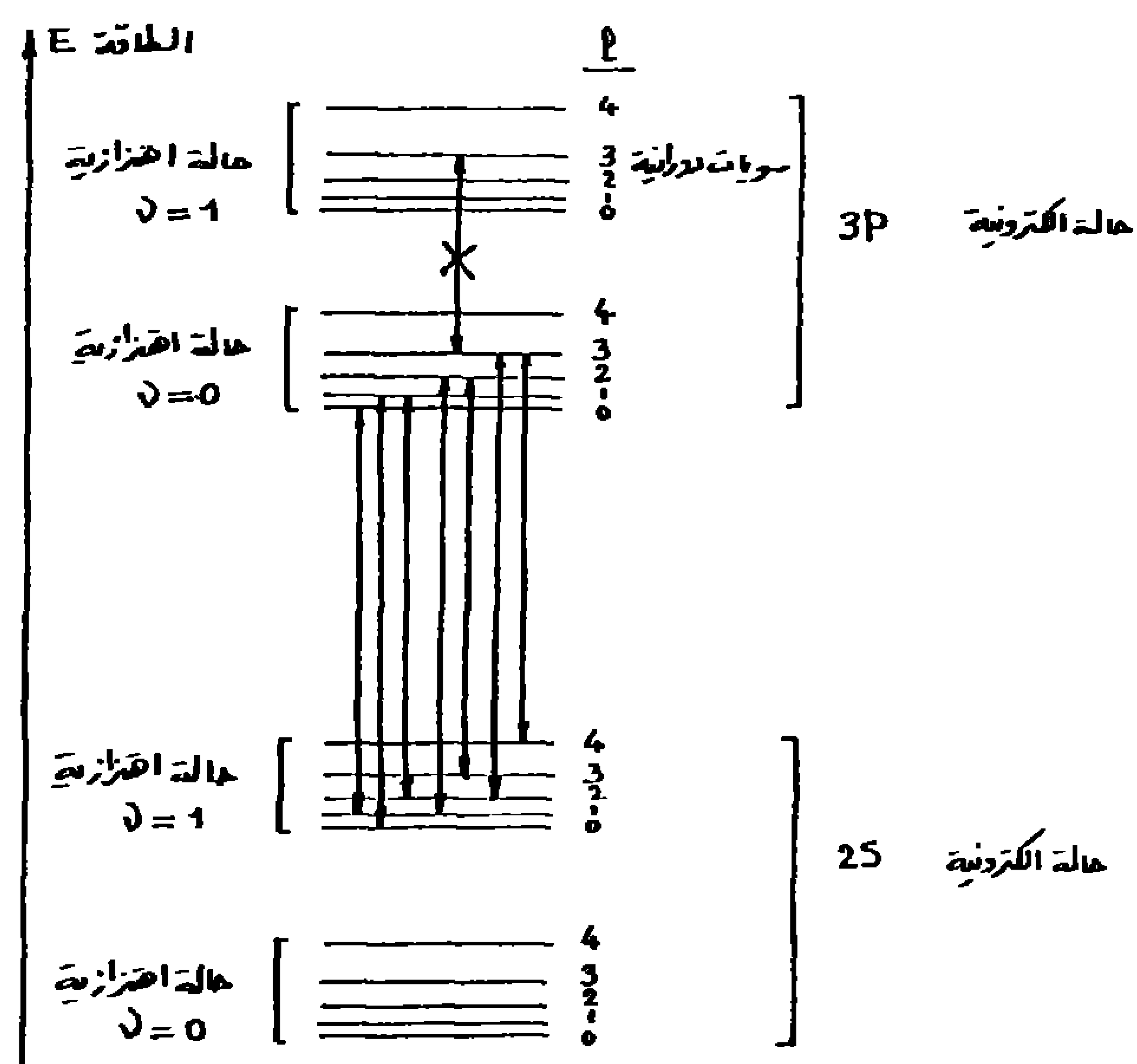
الشكل (8)

جزء من طيف الإصدار لجزيء (N_2) وتظهر فيه خطوط المنطقة الموافقة للانتقالات بين السويات الاهتزازية من أجل حالتين من الحالات الالكترونية . وتظهر الخطوط الطيفية من هذا الشكل وفي أعلاه ، عريضة نحو اليمين مما يدل على سويات الطاقة الدورانية التي تشكل منطقة متراصّة عريضة

هذا وعندما تتحرض الذرة بإعطائها طاقة خارجية ، وعندها تتمثل بسوياتها التحريضية ، الاهتزازية والدورانية ، ونحصل على طيف الإصدار عندما تعود الجزيئة إلى حالتهـا الطبيعيـة ، إذ إنهـا تُصـدر فوتونـات اهتزازيـة وفوتونـات دورانيـة بـين سوياتها التي تخضع الانتقالات فيها إلى قاعدة الانتقاء : ($\Delta v = \pm 1$ ، $\Delta \ell = \pm 1$) التي تسمح ببعض الانتقالات ، الشكل (9) وتمنع انتقالات أخرى محظورة ، أشـرنا

إليها بالرمز (x) ، ويمثل هذا الشكل (6) سويات الطاقة المشتركة ، الالكترونية الممثلة بالحالتين (25) و (3p) ، والاهتزازية والدورانية ، ولما كانت سويات الطاقة الاهتزازية متراصّة ، وكانت سويات الطاقة الدورانية أكثر تراصّاً من السويات الاهتزازية فإنه يمكن عدّ طيف السويات الدورانية في طيف الإصدار ، كطيف مناطق متراصّة .

ولما كان طيف الإصدار معقداً ، فإننا سنقتصر فيما يلي على الانتقالات الاهتزازية والدورانية من أجل كل حالةٍ من حالات الطاقة الدورانية كما هو واضح في الشكل (9) .



الشكل (9)

سويات الطاقة المشتركة ، الالكترونية والاهتزازية والدروانية لجزيئة ثنائية الذرة وقد أشرنا بالرمز (x) إلى الانتقال المحظور طبقاً لقاعدة الانتقاء

طيف الامتصاص :

إننا نحصل على كثير من الخطوط الطيفية في الطيف الجزيئي ، باستخدام تقانات الامتصاص ، فباستخدام الضوء ما تحت الأحمر ، نحرّض الجزيئات من سوياتها وهي في حالتها الالكترونية الأساسية إلى سوياتها الاهتزازية والدورانية ، فمن أجل درجات الحرارة العادية ($300\ ^{\circ}k$) ، تكون الطاقة الاهتزازية كبيرة بالنسبة للطاقة الحرارية $(\bar{T}=\frac{3}{2}kT)$ بحيث أن أكثر الجزيئات تكون في حالتها الاهتزازية الدنيا حيث ($v = 0$) وبالتالي تكون طاقتها مساوية $(E_{\circ}=\frac{1}{2}\hbar\omega)$ ، ويحصل امتصاص جزيئي عندما تنتقل من حالتها الابتدائية ($v = 0$) إلى حالتها ($v = 1$) . أما الطاقة الدورانية فهي أصغر بكثير من الطاقة الحرارية $(\frac{3}{2}kT)$ بحيث تتوزع الجزيئات على عدة حالات من الطاقة الدورانية .

فإذا فرضنا أن الجزيئة كانت في حالتها الابتدائية المعينة بسوية الطاقة الاهتزازية ($v = 0$) وبسوية الطاقة الدورانية (ℓ) ، فإن هذا الطاقة الابتدائية : $E_{v,l}=E_{0,l}\equiv E_l$ تساوي :

$$E_{\ell}=\frac{1}{2}\hbar\omega+\frac{\hbar^2}{2I}(\ell+1)(\ell+2) \qquad \dots (1)$$

ويوجد من أجل هذه الحالة نوعان من الانتقالات المسموح بها طبقاً لقاعدة الانتقاء وهما :

أولاً – انتقال الجزيئات بالامتصاص إلى الحالة الاهتزازية $(v = 1)$ وإلى الحالة الدورانية المعينة بـ : $(\ell + 1)$. بحيث تكون الطاقة النهائية مساوية :

$$E_{l+1} = \frac{3}{2}\hbar\omega + \frac{\hbar^2}{2I}(\ell+1)(\ell+2) \qquad \dots (2)$$

ثانياً – انتقال الجزيئات بالامتصاص إلى الحالة الاهتزازية $(v = 1)$ وإلى الحالة الدورانية المعينة بـ : $(\ell - 1)$ ، بحيث تكون الطاقة النهائية مساوية :

$$E_{l-1} = \frac{3}{2}\hbar\omega + \frac{\hbar^2}{2I}(\ell-1).\ell \qquad \dots (3)$$

ويكون فرق الطاقة : $(\Delta E = \Delta E_{vib} + \Delta E_{rot.})$ ، مساوياً في الحالة الأولى :

$$\Delta E_{l\to l+1} = \Delta E_{vib} + \Delta E_{rot} = \hbar\omega + 2\frac{\hbar^2}{2I}(\ell+1)$$

$$\Delta E_{l\to l+1} = \hbar\omega + \frac{\hbar^2}{I}(\ell+1) \qquad \dots (4)$$

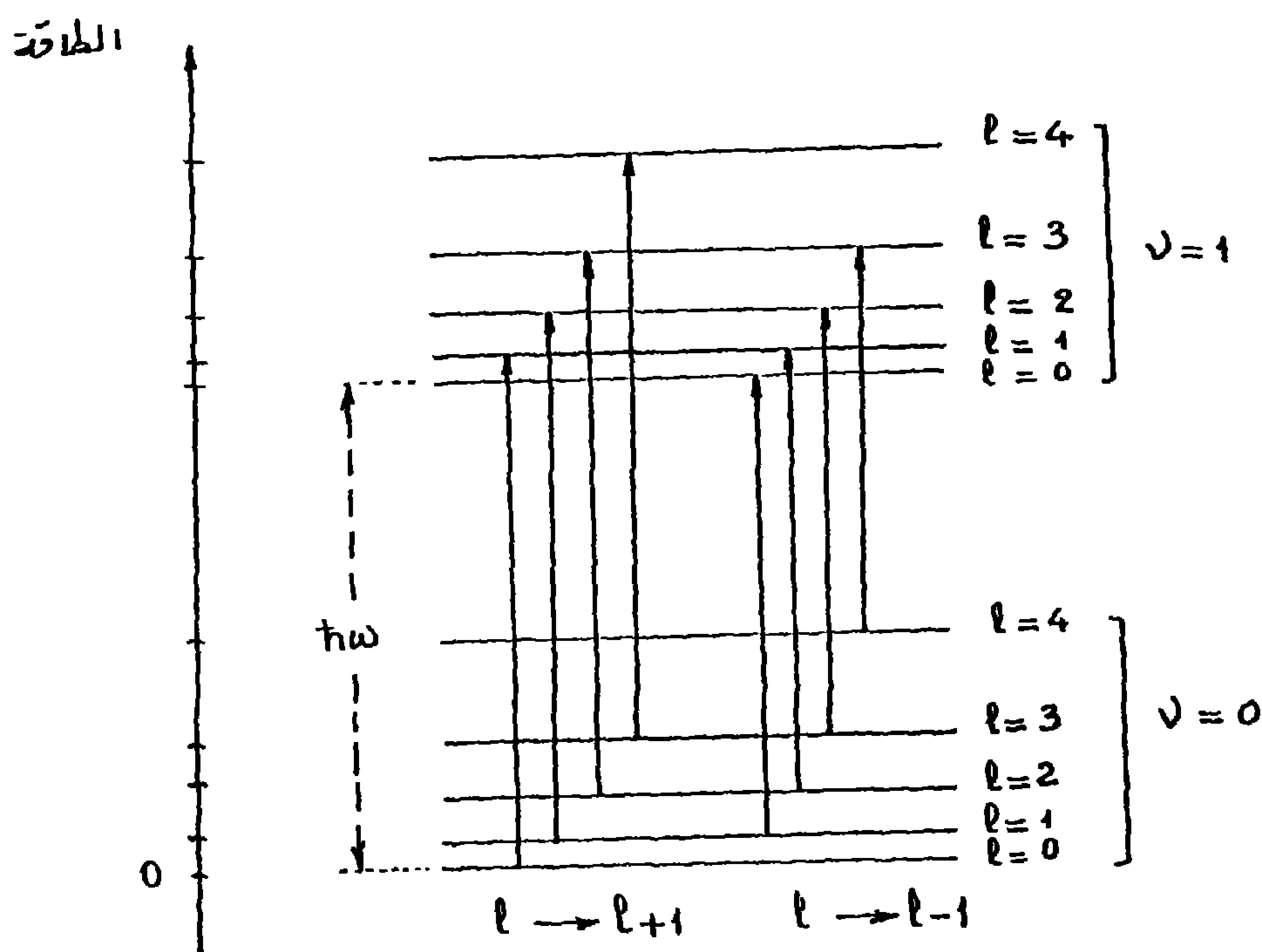
حيث : $(\ell = 0 ، 1 ، 2 ، 3 ، .....)$ ، $[\ell \to \ell+1]$ ، ويساوي في الحالة الثانية :

$$\Delta E_{l\to l-1} = \hbar\omega - \frac{\hbar^2}{I}\ell \qquad \dots (5)$$

حيث : $(\ell = 1 ، 2 ، 3 ......)$ ، $[\ell \to \ell-1]$

ملاحظة : في حالة الانتقـال $(\ell \to \ell - 1)$ في المعادلـة (5) ، استـخدمنا في قيم ℓ ، القيمة التي تبدأ من $(\ell = 1)$ ، وليس من القيمـة $(\ell = 0)$ وذلـك لأن : $(-1) = \ell - 1$ ، من أجل $(\ell = 0)$ ، نحصل على (1-) ، وهي حالة لا وجود لها.

ويمثل الشكل (10) ، هذه الانتقالات المعينة بالمعادلتين (4) و (5) .



الشكل (10)

انتقالات الامتصاص بين الحالة الاهتزازية الدنيا والمعينة بـ : $(\nu = 0)$ وبين الحالة الاهتزازية المعينة بـ : $(\nu = 1)$ في جزيئة ثنائية الذرة ، حيث تخضع هذه الانتقالات إلى قاعدة الانتقاء $(\Delta\ell = \pm 1)$

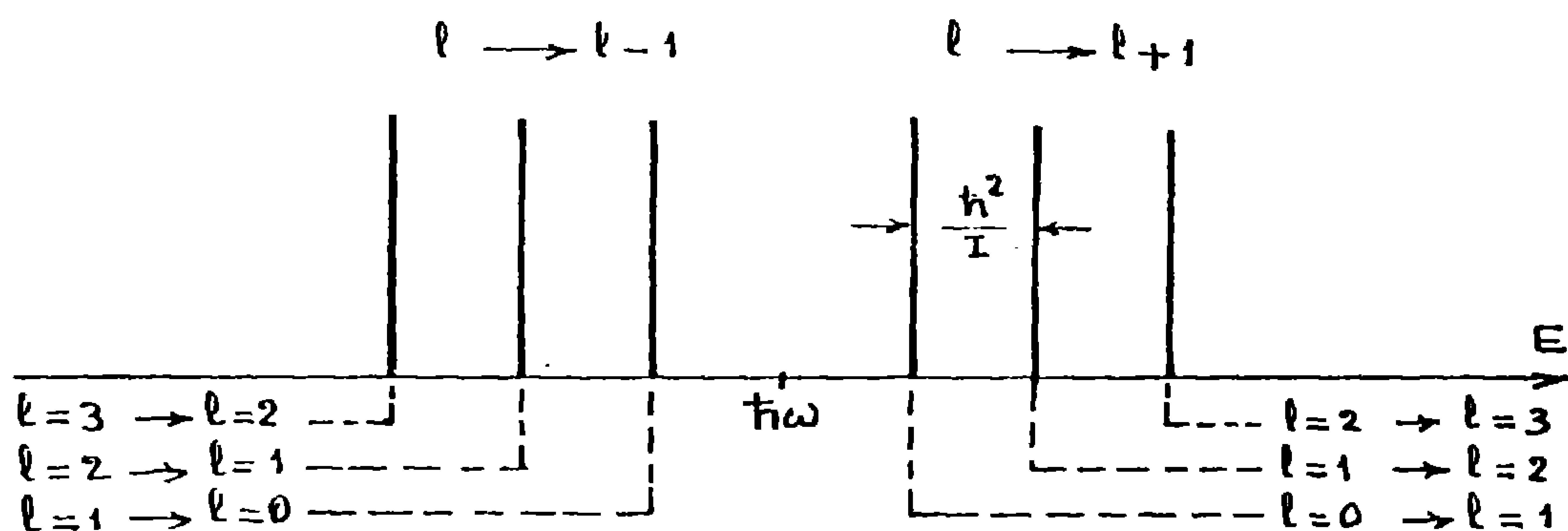
ويمثل الشكل (11) طيف الامتصاص الموافق للمعادلتين (4) و (5) من أجل الحالتين التاليتين :

الحالة $(\ell \to \ell+1)$ الممثلة على يمين الشكل ، والحالة $(\ell \to \ell-1)$ الممثلة على يساره ونجد أن المسافة الفاصلة بين كل خطين متتاليين من خطوط الامتصاص من هذا الشكل متساوية وتساوي المقدار التالي : $(\hbar^2/I)$ ، إن الطاقات الموافقة للانتقال $(\ell \to \ell+1)$ تساوي :

$$(\hbar\omega + \frac{\hbar^2}{I}) \text{ ، } (\hbar\omega + 2\frac{\hbar^2}{I}) \text{ ، } (\hbar\omega + 3\frac{\hbar^2}{I}) \text{ ، } .....$$

أما الطاقات الموافقة للانتقال $(\ell \to \ell-1)$ فتساوي :

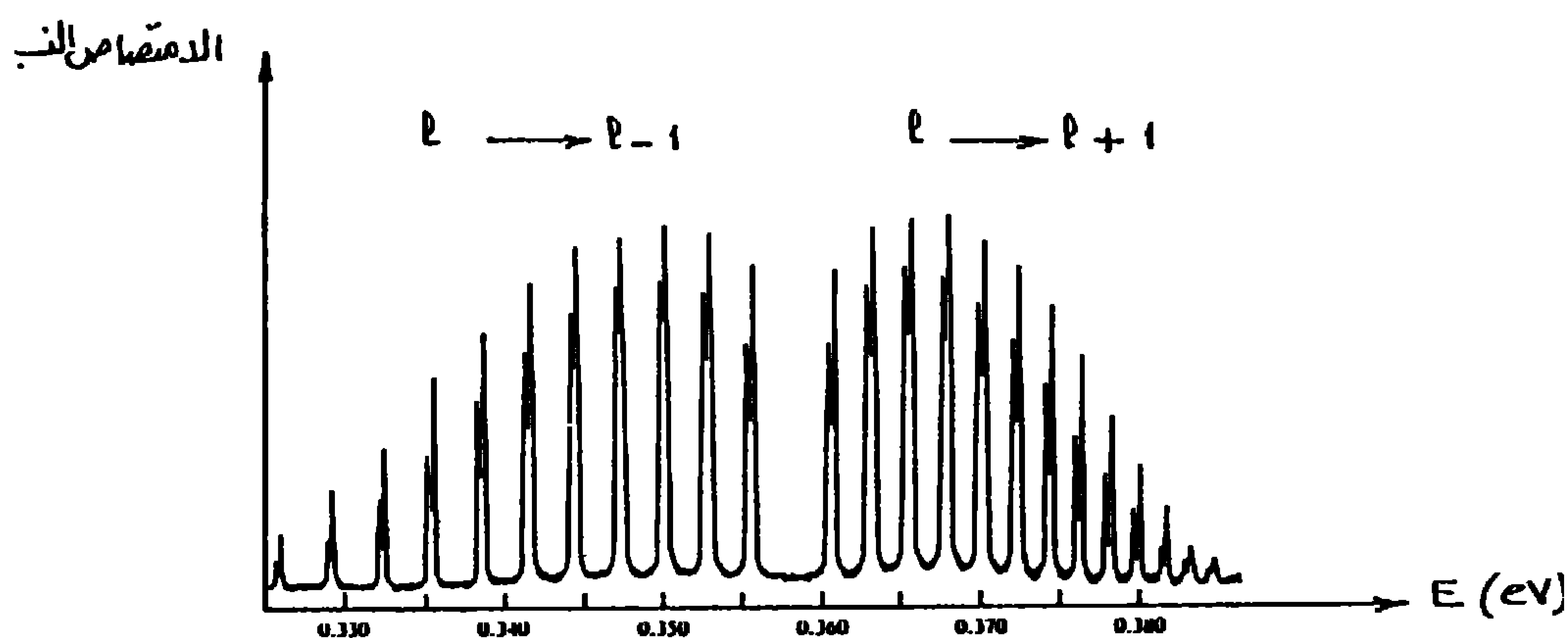
$$(\hbar\omega - \frac{\hbar^2}{I}) \text{ ، } (\hbar\omega - 2\frac{\hbar^2}{I}) \text{ ، } (\hbar\omega - 3\frac{\hbar^2}{I}) \text{ ، } .....$$



الشكل (11)

طيف الامتصاص المحسوب من العلاقتين (5) و (4) جزيئة ثنائية الذرة في الانتقالات المشتركة للحالتين الاهتزازية والدورانية فيها . وذلك من أجل الانتقالات $(\ell \to \ell+1)$ الممثلة على يمين الشكل ، ومن أجل الانتقالات $(\ell \to \ell-1)$ الممثلة على يساره . ونجد أن المسافة بين الخطوط متساوية وتساوي $(\hbar^2/I)$. أما المنطقة الوسطى ، فإن الطاقة الاهتزازية للنقطة التي تنصّفها ، تساوي $(\hbar\omega)$

ويمثل الشكل (12) طيف امتصاص الجزيء (Hcl) حيث نلاحظ فيه أن كل خط من هذه الخطوط يوافق قمة مضاعفة ، بسبب وجود نظيرين للكلور ، مختلفين في الكتلة وفي عزم العطالة (I) وهما : (^{35}Cl) ، ونسبة انتشاره في الطبيعة (75,5%) ، و (^{37}Cl) ، ونسبة انتشاره في الطبيعة (24,5%) .



الشكل (12)

طيف الامتصاص جزيئة ثنائية الذرة (HCl) ، حيث توافق الخطوط فيها من الجهة اليمنى من الشكل الانتقالات $(\ell \to \ell + 1)$ ، وتوافق الخطوط في الجهة اليسرى منه الانتقالات $(\ell \to \ell - 1)$

ونلاحظ في الشكل (12) أن شدة خطوط الامتصاص ليست متساوية ، والسبب في ذلك يعود إلى ما يلي : نعلم أن كل سوية طاقة دورانية معينة بـ : (ℓ) وأن عدد السويات المنطبقة والموافقة لها يساوي $(2\ell + 1)$ ، وأن شدة خط الامتصاص يتناسب مع عامل بولتزمان ($e^{-E/kT}$) ، حيث (k) هو ثابت بولتزمان ، (T) هي درجة الحرارة المطلقة ، و (E) هي طاقة الحالة .

فعندما تزداد قيمة (ℓ) ، يزداد عدد السويات المنطبقة $(2\ell+1)$ ، وبالتـالي تزداد شدة خطوط الامتصاص في الطرف الأيسر من الشكل مـن أجـل الانتقـالات $(\ell \to \ell-1)$ ، أما في الطرف الأيمن منه ، فإن شـدة خطـوط الامتصـاص تتنـاقص بسبب ازدياد الطاقة (E) ، والتي بازديادها يتناقص عامل بولتزمـان ($e^{-E/kT}$) ، ممـا يؤدي إلى تناقصٍ في شدة خطوط الامتصاص ، وهذا ما نلاحظه في الشكل (12) ، حيـث أن شـدة خطـوط الامتصـاص تـزداد أولاً مـن أجـل الحالـة $(\ell \to \ell-1)$ ، وبازدياد (ℓ) ، ثم تتناقص في الحالة $(\ell \to \ell+1)$ بازدياد الطاقة (E) .

مسألة محلولة (1) :

إذا علمنا أن الجزيئة ($HC\ell$) الغازية ، ثنائية الذرة (^{1}H) و ($^{35}C\ell$) ، تمتص امتصاصــاً كبـيراً الضـوء مــا تحـت الأحمـر الـذي طـول موجتــه تســاوي : $\lambda = 34650\ (A^\circ)$ ، فـالمطلوب : احسـب ثـابت الارتبـاط (K) في هـذه الجزيئـة ($HC\ell$) ، علماً أن : $u = 1{,}661.10^{-27}$ (kg) وأن : $c = 3.10^{+8}$ ($m.s^{-1}$) .

الحل : إذا اعتبرنا الجزيئة ($HC\ell$) هزازاً توافقياً طاقته : $E = (v+\frac{1}{2})\ \hbar\omega$ ،

فعند امتصاصها للضوء ما تحت الأحمر ، تزداد طاقتها بالمقدار التالي :

$$\Delta E = \left[(v+1+\frac{1}{2})-(v+\frac{1}{2})\right]\ \hbar\omega \ = \hbar\omega$$

و : $(\hbar\omega)$ يساوي طاقة فوتون ما تحت الأحمر :

$$\hbar\omega = \frac{2\pi\hbar c}{\lambda}$$

ومنه :

$$\omega = \frac{2\pi c}{\lambda} = \sqrt{\frac{k}{\mu}}$$

أي :

$$k = \mu.\omega^2 = \mu.\frac{4\pi^2 c^2}{\lambda^2} \qquad \dots (1)$$

نحسب الكتلة الموجزة (μ) للجزيء ($HC\ell$) .

$$\mu = \frac{m_1.m_2}{m_1 + m_2} = \frac{(1u)(35u)}{1u + 35u} = \frac{35}{36}(u) = \frac{35}{36}(1,661.10^{-27}\,kg$$

$$\mu = 1,61.10^{-27}\,(kg)$$

نعوض عددياً في المعادلة (1) :

$$k = \mu.\frac{4\pi^2 c^2}{\lambda^2} = (1,61.10^{-27}\,kg)\frac{4\pi^2 (3.10^{+8}\,m/s)^2}{(34650.10^{-10}\,m)^2} = 476 \quad N/m$$

$$k = 476 \quad (N/m) \quad .$$

الفصل الثاني

فيزياء الجسم الصلب

بنية الأجسام الصلبة وارتباطها :

تتواجد المادة في الطبيعة في ثلاثة أطوار : الغازي والسائل والصلب ، ففي الغاز يكون البعد الوسطي بين الجزيئين المتجاورين ، كبيراً بالنسبة لقطر الجزيء فيه، ويكون التأثير المتبادل بين جزيئة وأخرى فيه ، ضعيفاً (عدا التأثيرات اللحظية التي تنجم عن الاصطدامات السريعة بين الجزيئات) . أما في السوائل أو في الأجسام الصلبة ، فتكون الجزيئات فيها أكثر تقارباً فيما بينها من تقارب الغاز ، ويحدث فيما بينها تأثيرات متبادلة تؤدي إلى قوى رابطة فيما بين الجزيئات من رتبة القوى التي تربط الذرات فيما بينها .

وتتشكل في السوائل رابطة لحظية قصيرة المدى بين ذراته ، تنفصل ثم تتحدّ من جديد بصورة مستمرة بوساطة طاقة الجزيء الحركية الحرارية ، وتتوقف شدة هذه الروابط على نوع الجزيئات ، مثال على ذلك ، ترتبط ذرات الهليوم فيما بينها برابطة ضعيفة جداً هي رابطة (Van der Waals) ولا يمكن تمييع الهليوم في الضغط الجوي العادي إلا في درجة حرارةٍ تساوي : (4,2 (°K أو أدنى من ذلك .

– فإذا برّدنا السائل تبريداً بطيئاً بحيث تتناقص طاقة الجزيئة الحركية تناقصاً تدريجياً ، فإن جزيئات السائل تتجمع وتترتب على شكل بلورة منتظمة الصفوف

تُعرف باسم الشبكة ، إذ يحدث من جراء هذا التبريد عدد كبير جداً من الروابط بين الجزيئات يؤدي إلى طاقة كامنةٍ صغرى تخضع إليها هذه الجزيئات .

– أما إذا برّدنا السائل تبريداً سريعاً ، فإن الجزيئات تتجمع وتتصلب لتشكل جسماً صلباً عديم الشكل البلوري في بنيته ، ولا تتشكل بلورات منتظمة كما في الحالة الأولى . مثال : الزجاج وهو نوع من أنواع الأجسام الصلبة عديمة الشكل البلوري (Amorphe) .

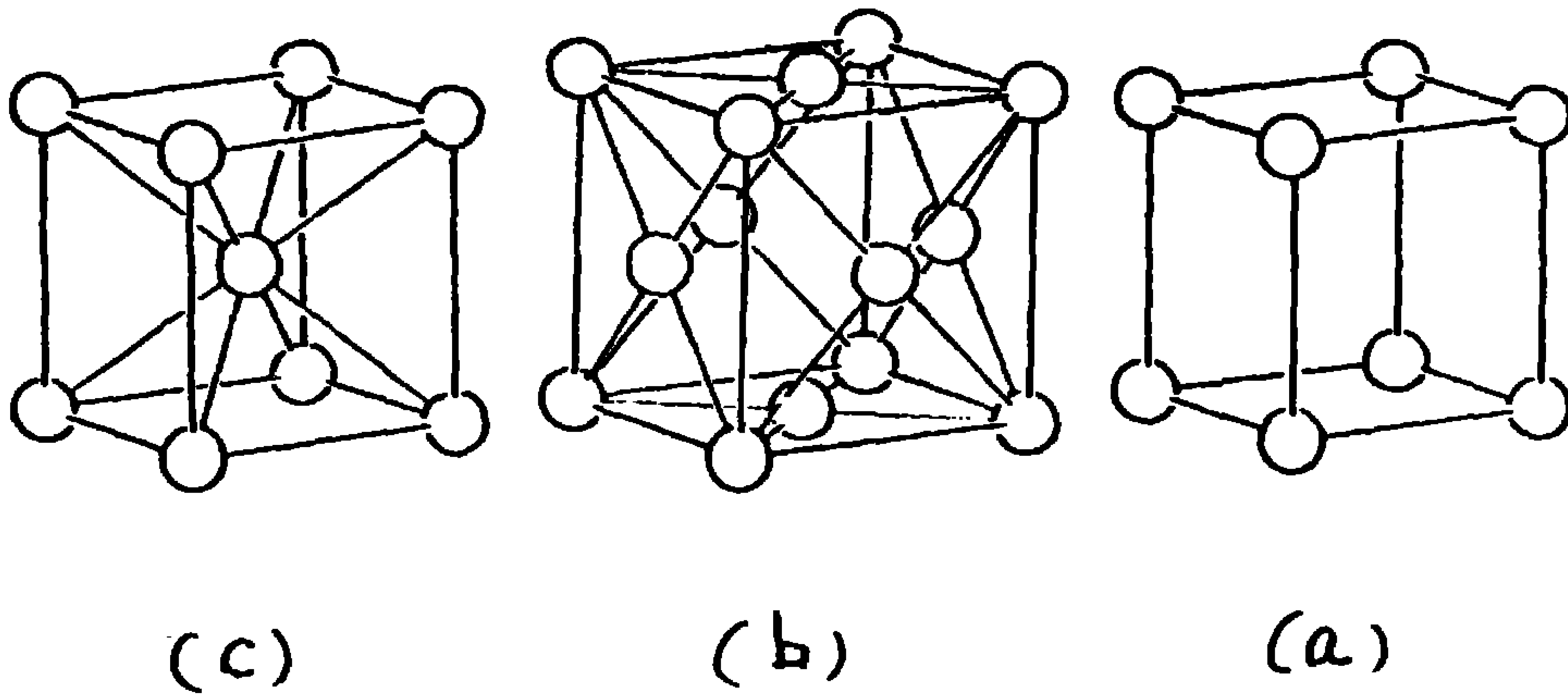
– هذا وإن كثيراً من الأجسام الصلبة تتبلور على شكل متعدد البلورات (Popycrystalline) إذ يتألف من العديد من بلورات وحيدة يبلغ أبعاد الواحدة منها جزءاً من الميلمتر . (علماً أنه توجد في الطبيعة بلورات وحيدة كبيرة مختلفة في حجومها والتي يمكن الحصول عليها صناعياً) . وتتميز البلورة الوحيدة بالتناظر والانتظام في بنيتها ، يتكرر حدوثها في كامل البلورة في الجسم البلوري ، لهذ يطلق على أصغر واحدة منها في البلورة اسم خلية الوحدة (Unit Cell) وتتوقف بنية خلية الوحدة على نوع الرابطة التي ترتبط بوساطتها الجزيئات أو الايونات أو الذرات .

وتتألف الشبكة البلورية من عدة أنواع تتوقف على ترتيب الذرات فيها وهي :

١ – الشكل التكعيبي البسيط ، كما في الشكل (1) – (a) .

٢ – الشكل التكعيبي متمركز الوجوه والذي يعرف اختصاراً باسم (f c c) (من الكلمة الأجنبية : (face - Centered - Cubic) . كما في الشكل (1) (b) . وتشمل أغلب البلورات الايونية مثل : (Li F) ، (K F) ، (KCℓ) ، (K I) ، و (AgCℓ) . علماً أن بعض العناصر الصلبة لها أيضاً هذه البنية البلورية (f c c) مثل: (Ag) ، (Al) ، (Au) ، (Ca) ، (Cu) ، (Ni) والرصاص (pb) .

٣ - الشكل التكعيبي المتمركز والذي يعرف اختصاراً باسم (b c c) ، من الكلمة الأجنبية : (body - centered - cubic) ، كما في الشكل (1 ، c) مثل : (CsCℓ) هذا وإن بعض العناصر الصلبة ، تنتمي إلى هـذه البنيـة (b c c) ، منها (Ba) ، (Cs) ، (Fe) ، (K) ، (Li) ، (Mo) ، (Na) .



الشكل (1)

ترتيب الذرات في البلورات

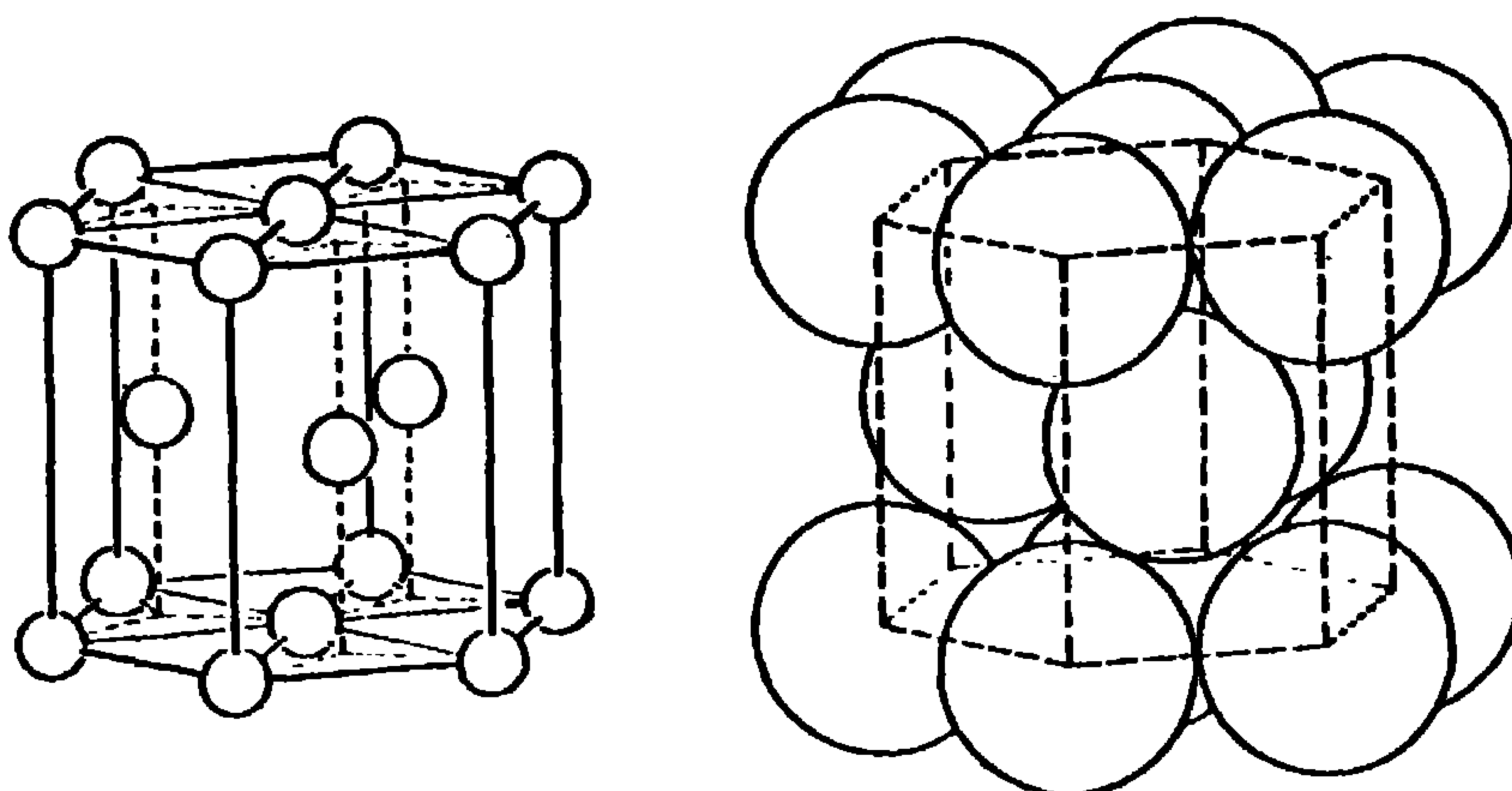
(a) - من أجل بلورة تكعيبية بسيطة (b) - بلورة تكعيبية متمركزة الوجوه (f c c)

(c) - بلورة تكعيبية متمركزة (b c c)

٤ - الشكل السداسي الذي يعرف باسم (hcp) من الكلمة الأجنبية : (hexagonal close-packed) ، وتتألف بنيتها السداسية (hcp) من كرات متطابقة متجاذبة ، لكل كرةٍ منها ، ست روابط مع الكرات الأخرى .

ومن العناصر التي لها هذه البنية (hcp) ، : (Be) ، (Cd) ، (Ce) ، (Mg) ، (Os) ، (Zn) .

ويمثل الشكل (1 - d) ترتيب الذرات في البنية السداسية (hcp) .



الشكل (1)

(d) - ترتيب الذرات في البنية البلورية السداسية (hcp)

ويبين الجدول (1) بعض العناصر المعدنيـة الـتي لهـا البنيـة البلوريـة السداسـية (hcp) . مع بعض مميزاتها وهي : البعد الأصغري (r_o) بـين بعديـن متجـاورين في البلورة (البعد البلوري r_o) ، وطاقة ارتباطها .

الجدول (1)

العنصر	نوع التبلور	ro (A°)	طاقة الارتباط الذرية (ev)
Fe	bcc	2,48	4,32
Li	bcc	3,04	1,66
Na	bcc	3,72	1,13
Cu	fcc	2,56	3,52
Ag	fcc	2,89	2,97
Pb	fcc	3,50	2,04
Co	hcp	2,51	4,43
Zn	hcp	2,66	1,35
Cd	hcp	2,98	1,17

ونلاحظ في هذا الجدول (I) ، أن طاقة الارتباط الذرية تتراوح بين 1(ev) و 4(ev) مما يجعل المعادن أقل ارتباطاً من الرابطة الايونية أو رابطة التكافؤ في الأجسام الصلبة.

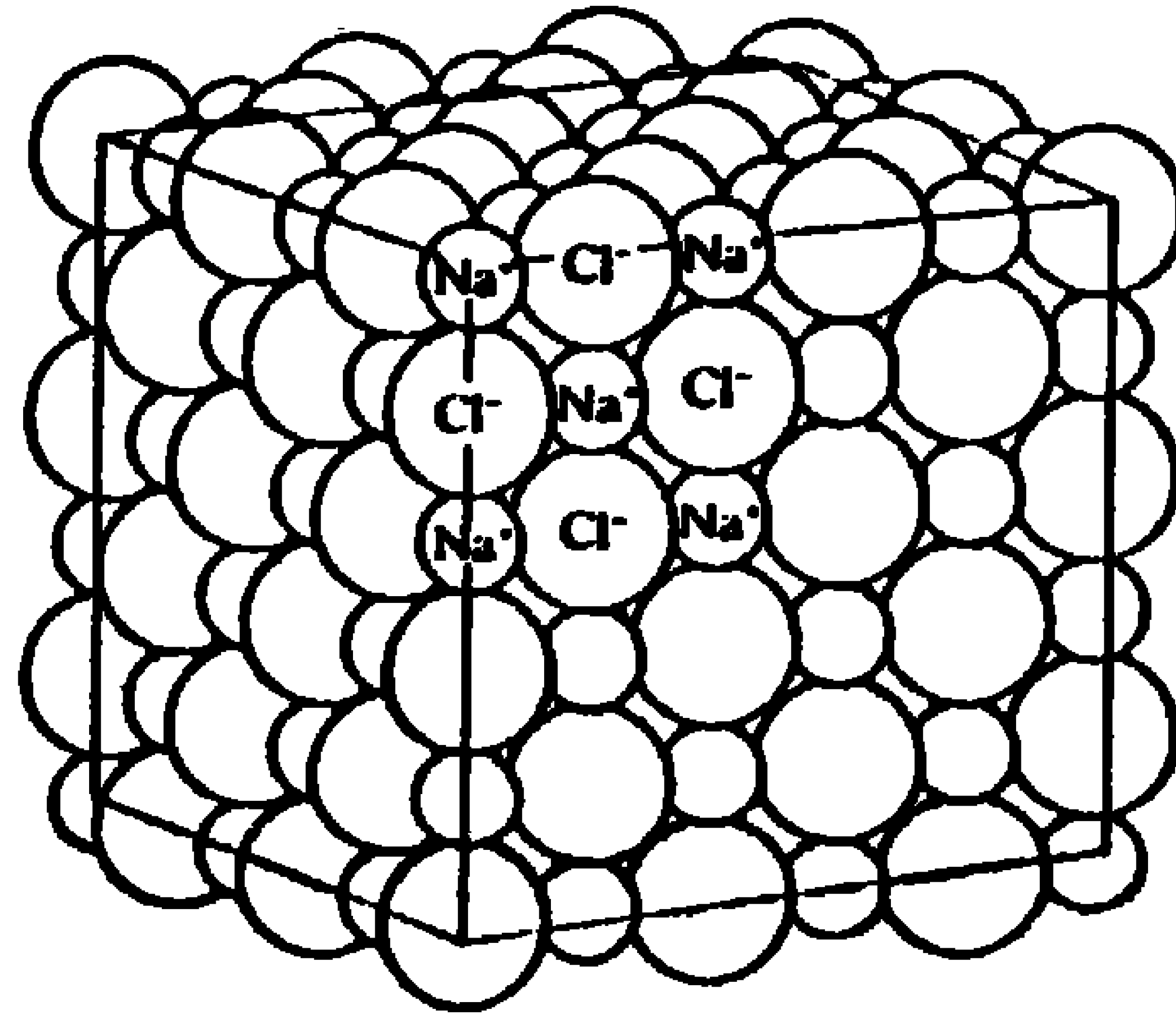
ملاحظة : قد يتداخل نوعان من الأشكال البلورية السابقة ، مثال : إن الماس مؤلف زوج تداخلي من (fcc) ، حيث يتجاذب الكاربون فيه مع أربعة ذرات كاربونية أخرى مجاورة له بحيث تتشكل حالة تسمى حالة هجينة (hybrid) كما يحصل ذلك في بنية السيلكون (Si) والجرمانيوم (Ge) .

- هذا وإن جزيئات البلورة في الجسم الصلب ، ترتبط مع بعضها ، بعددٍ من الطرائق ، فإما أن ترتبط جميعها برابطة مشتركة تكافؤية ، مثل الارتباط الحاصل بين ذرات الكاربون في بلورة الماس ، أو أن ترتبط برابطة ايونية مثل الارتباط الحاصل في بلورة (NaCl) ، وإما أيضاً أن تتألف الرابطة من جزئين : جزء منها رابطة تكافؤية ، والجزء الآخر رابطة ايونية .

يوضح الشكل (2) ، بلورة (NaCl) حيث يجذب كل ايون موجب (Na^+) ستة أيونات (Cl^-) مجاورة له بوساطة كمون كولومبي جاذب ، (بدلاً من أن يجذب أيوناً واحداً من Cl^-) ، كما أن الايون (Na^+) يتدافع مع ايونٍ آخر (Na^+) ، بالتدافع مع الكولومبي ، ولكن هذا التدافع يكون صغيراً لبُعد الايونات (Na^+) الأخرى عنه .

إن الكمون الجاذب بين (Na^+) و (Cl^-) في بلورة (NaCl) هو من الشكل التالي :

$$U_{(\text{تجاذب})} = -\alpha \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{e^2}{r} = -\alpha \frac{k.e^2}{r} \qquad \dots (1)$$



الشكل (2)
تخطيط الجزيء (NaCl) ذات البنية (fcc)
وهي ذات تناظر كروي

حيث : (α) ثابت يطلق عليه اسم (Madeelung) .

: (r) هي المسافة الفاصلة بين الايونات المتجاورة والتي تساوي $r_o = 2,82\ (\mathring{A})$ من أجل بُعد (Na^+) عن (Cl^-) في بلورة (NaCl) .

وتتوقف قيمة(α) ، أي ثابت مادلونغ ، على الشكل الهندسي للبلورة ؛ فإذا اقتصر وجود ستة ايونات (Cl^-) حول ايون واحد من (Na^+) كانت قيمة (α) مساوية (α = 6) في المعادلة (1) ، ولكن وجود تأثيرات الايونات الأخرى على الايون (Na^+) يُنقص من قيمة (α) ، فتصبح ، من أجل البنية (fcc) لبلورة NaCl) (لبلورة (NaCl) مساوية مجموعاً لامتناهياً من الشكل التالي :

$$\alpha = 6 - \frac{12}{\sqrt{2}} + \frac{8}{\sqrt{3}} - \ \cdots \qquad \cdots (2)$$

... ثابت (Madelung)

بحيث تصبح طبقاً للعلاقة (2) مساوية : (α = 1,7476) .

وعندما يكون الايونان (Na^+) و (Cl^-) قريبين جداً من بعضهما ، فإنهما يتدافعان بفعل تداخل الكتروناتهما طبقاً للصيغة التجريبية للطاقة الكامنة الموافقة لهذا التدافع :

$$U_{\text{تدافع}} = \frac{A}{r^n} \qquad \dots (3)$$

حيث : (A) و(n) ثابتان ، وتصبح الطاقة الكامنة الكلية مساوية بجموع الطاقتين الكامنتين في (1) و(3) ، طاقة التجاذب الكامنة وطاقة التدافع الكامنة أي:

$$U(r) = -\alpha \frac{ke^2}{r} + \frac{A}{r^n} \qquad \dots (4)$$

وللحصول على قيمة الثابت (A) ، نستخدم المسافة الفاصلة الصغرى في ذرة (Nacl) في حالة التوازن ($r = r_o$) حيث تكون فيها القوة : ($\vec{F} = -\vec{\nabla} U$) معدومةً أي : ($F = -\frac{du}{dr} = o$) من أجل ($r = r_o$) فنحصل بعد إجراء الحساب على قيمة (A) :

$$A = \frac{\alpha . ke^2 . r_o^{\,n-1}}{n}$$

وبتعويض هذه القيمة في العلاقة (4) نحصل على مايلي :

$$U(r) = -\alpha \frac{ke^2}{r_o}\left[\frac{r_o}{r} - \frac{1}{n}\left(\frac{r_o}{r}\right)^n\right] \qquad \dots (5)$$

وتصبح $U(r)$ من أجل $(r = r_o)$ كما يلي :

$$U(r) = -\frac{ke^2}{r_o}\left(1-\frac{1}{n}\right) \qquad \ldots (6)$$

وتعرف $U(r_o)$ باسم طاقة الارتباط الايوني ، وتساوي الطاقة اللازمة لفصل الجسم الصلب إلى ايونات منفصلة .

مسألة محلولة (1) :

احسب المسافة الفاصلة بين الذرتين (^{23}Na) و (^{35}Cl) في الجـزيء ($NaC\ell$) وهي في حالة التوازن . علماً أن كثافة (NaCl) تســاوي : ($P = 2{,}16 \ (g / Cm^3)$) وأن عدد افوكادرو يساوي :($N_o = 6{,}02.10^{+23} \ (d / mole)$.

الحل :

نأخذ ايوناً يشغل حجم مكعبٍ ضلعه (r_o) ، إن مولاً من (NaCl) يســاوي ($35 + 23 = 58 \ (g)$) وإن عدد الايونات التي يحتويها حجم المكعب ($V = r_o^3$) يتناسب مع الحجم : ($2N_o . r_o^3$) حيث (N_o) هو عدد أفوكادرو .

وتكون الكثافة (p) مساوية :

$$p = \frac{m}{v} = \frac{m}{2N_o \ r_o^3}$$

ومنه :

$$r_o^3 = \frac{m}{2N_o \cdot p} = \frac{58\ (g)}{2\ (6{,}02.10^{+23})(2{,}16g/cm^3)}$$

$$r_o^3 = 2{,}2\ .10^{-23}(cm^3)$$

ومنه :

$$r_o = 2{,}82.10^{-8}(em) = 2{,}82(A^\circ)$$

وتتراوح قيمة طاقة ارتباط المعدن بالرابطة المعدنية بين (ev) 1 إلى (ev) 3 ، وهي أصغر من الرابطة الايونية أو الرابطة التكافؤية التي هما من رتبة (ev) 5 ، إلى (ev) 10 وسنجد أن الالكترونات الحرَّة طبقاً للنظرية التي سنتناولها بالبحث فيمايلي، هي المسؤولة عن الناقلية الكهربائية والحرارية في المعادن ، وتتوافق هذه النظرية بشكل جيد مع اللمعان الذي تبديه بعض السطوح الملساء للمعدن ، فعندما يرد ضوء وحيد اللون على سطح المعدن ، فإن الالكترونات الحرَّة تهتز بتواتر يساوي تواتر الضوء الوارد سواء أكان ذلك بالامتصاص ، أم بالإصدار ، هذا وإن الضوء المنعكس على سطح المعدن يتألف بصورة عامة من تواترات الضوء الوارد ، وعندما يرد على سطح المعدن ضوء أبيض ، فإن الالكترونات تهتز ويكون لها رنين عندما يتوافق تواترها مع تواتر بعض ألوان الطيف الأبيض ، فيظهر للسطح المعدني ، لون خاص ، يتميز به عن السطوح المعدنية الأخرى .

نظرية الالكترونات الحرّة في المعادن :

١ - تفرض هـذه النظرية ، أي نظرية الالكترونـات الحـرة في المعـادن ، أن الكترونات التكافؤ في الذرات التي يتألف المعدن منها ، ليست مرتبطـة بـذرة معينـة فيها ، بل إنها تتحرك بحرية وبصورة حرة في كامل الجسم الصلب .

٢ - وتفرض أيضاً أن كل الكترون من هذه الالكتررونات الحرة ، ليـس لـه أي تأثير متبادل مع الالكترونات الأخرى سواء أكانت هذه الالكترونـات خارجيـة في الذررة (أي الكترونات تكافؤ) أم كانت مرتبطة ارتباطاً داخلياً فيه .

٣ - وتفرض أيضاً أن ليس لهـذا الالكـتررون الحـر ، أي تأثـير متبـادل مـع نويات الجســم الصلـب . هـذا وإن هـذه الفرضيـات ، تكـافىء مـا يلـي : ان كـل الكترون يتحرك داخـل المعـدن ضمـن كمـون كهراكـدي ثـابت ، وبالتـالي ، تعـدّ الالكترونات الحرّة في المعدن وفي هذا النموذج ، غازاً مؤلفـاً مـن فر ميونـات ذات عدد كوانتي ذاتي (للسبين) يساوي $(S = \frac{1}{2})$ ليس لها تأثيرات متبادلة فيما بينهـا، ويمكن أن تكون خاضعة لكمون تربيعي لامتنـاه عمقـاً وواقعـة في علبـة ذات ثلاثـة أبعاد ، كنا درسنا مثالاً عنها فيما سبق ، وهي : حركة عـدد مـن الجزيئـات الحـرّة متماثلة الكتلة ، كتلة كل جـزيء منهـا تسـاوي (m) وواقعـة في كمـون تربيعـي لامتناه عمقاً وتتحرك في علبة ذات ثلاثة أبعـاد ، أبعادهـا هـي(a ، b ، c) حركـةً حرَّة ، وحصلنا آنذاك على صيغة الطاقة التالية :

$$E_{n1 \cdot n2 \cdot n3} = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2m} \left(\frac{n_1^2}{a^2} + \frac{n_2^2}{b^2} + \frac{n_3^2}{c^2} \right) \qquad \ldots (1)$$

فإذا فرضنا أن هذه العلبة مكعب فيكون : ($a = b = c = L$) ونحصل على الصيغة التالية :

$$E_{nx,ny,nz} = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2mL^2}\left(n_x^2 + n_y^2 + n_z^2\right)$$

أو :

$$E_{nx,ny,nz} = D\ \left(n_x^2 + n_y^2 + n_z^2\right) \qquad \dots (2)$$

حيث :

$\left(\frac{\pi^2 \hbar^2}{2mL^2} = D\right)$ وحيث : $\left(n_3 = n_z \ ، \ n_2 = n_y \ ، \ n_1 = n_x\right)$.

وهي أعداد صحيحة موجبة .

لنحسب بعض قيم الطاقات ($E_{nx,ny,nz}$) من أجل بعض الحالات الكوانتية للالكترون $|n_x, n_y, n_z>$ كما يلي :

من أجل ($n_x = n_y = n_z = 1$) ، أي من أجل الحالة الكوانتية للالكترون : $|111>$ ، نحصل على قيمة الطاقة ، طبقاً للمعادلة (2) :

$$E_{111} = 3\,D$$

ومن أجل ($n_3 = 2 ، n_2 = 1 ، n_1 = 1$) أي من أجل الحالة الكوانتية : $|112>$

ومن أجل ($n_3 = 1 ، n_2 = 2 ، n_1 = 1$) أي من أجل الحالة الكوانتية : $|121>$

ومن أجل ($n_1 = 2$، $n_2 = 1$، $n_1 =$) أي مـن أجـل الحالـة الكوانتيـة : $|211>$
وهكـذا نحصـل ، مـن أجـل هـذه الحـالات الكوانتيـة الثلاثـة ، علـى طاقـة واحـدة وتساوي طبقاً للمعادلة (2) :

$$E_{112} = E_{121} = E_{211} = 6\,D$$

ويقال عن هذه الطاقة إنها منطبقـة (أي لهـا ثلاثـة سـويات طاقـة منطبقـة) ورتبة انطباقها ($\rho = 3$) ، وإذا تابعنا حساب الطاقة طبقـاً للمعادلـة (2) مـن أجـل حالات أعلى من الطاقة للالكترون ، فإننا نحصـل علـى النتـائج الـواردة في الجـدول التالي :

رتبة الانطباق ρ	الحالات الكوانتية للالكترون الحرّ $\|n_x ، n_y ، n_z>$	طاقة الالكترون $E_{n_x،n_y،n_z}$
1	$\|111>$	3 D
3	$\|112>$ ، $\|121>$ ، $\|211>$	6 D
3	$\|221>$ ، $\|212>$ ، $\|122>$	9 D
3	$\|311>$ ، $\|131>$ ، $\|113>$	11 D
1	$\|222>$	12 D
6	$\|123>$ ، $\|132>$ ، $\|213>$ $\|231>$ ، $\|312>$ ، $\|321>$	14 D

ملاحظة : نعلم أنه في درجة الحرارة العالية ، يحصل إصدار حراري ايونـي ، فتغادر الالكترونات المعدن ، لهذا ينبغي أن يكون جـدار الكمـون محـدوداً ، عوضـاً

عن أن يكون لانهائياً ، وفي هذه الحالة تبقى الالكترونات في المعدن ولكنها تكون حرّة الحركة فيه ، وضمن بئر الكمون التي عرض قاعدتها (L) كبير نسبياً ومن رتبة أبعاد المعدن . وتكون طاقته منفصلة (مكممة) طبقاً للمعادلة (2) ، أما المسافة بين سويات الطاقة فتكون صغيرة لأن (L) كبيرة طبقاً للمعادلة (2) .

توابع التوزيع

Les Fonctions de distribution

رأينا أنه إذا كان لدينا (N) جزيئاً من غاز كامل ، كتلة كل جزيء منها تساوي (m) ، فإنه توجد العلاقة التالية بين الضغط (p) والحجم (v) :

$$P.V = \frac{2}{2}N\left[\frac{1}{2}m(v^2)_m\right]$$

حيث :

$$(v^2)_m = \frac{1}{N}\sum_i v_i^2 \ . \ n_i \qquad \dots (1)$$

هو وسطي مربع السرعة

وسنستخدم في هذا الفصل الطرائق التي تتيح لنا حساب القيم الوسطية للمقادير الفيزيائية ، ولتحقيق ذلك ، سنستخدم المقدار الفيزيائي (v^2) كوسيلةٍ للوصول إلى الطرائق العامة في الحساب .

توابع التوزيع المنفصلة (discrets) :

لتعيين القيمة الوسطية لمقدارٍ فيزيائي في جملة ، ينبغي أولاً تحديد المتحولات الضمنية التي يتبع إليها هذا المقدار ، ولنفترض مثلاً ، أننا نريد حساب القيمة

الوسطية للطاقة الحركية ($\overline{T}=\frac{1}{2}mv^2$) ، أو ما يكافىء ذلك ، حساب سرعة جزيءٍ (v) في الجملة . ولتكن (v_1، v_2 ، v_3 ، ....) هي قيم السرعة التي تمثلها على المحور (ox) بنقاط تفصلها مسافات متساوية ، كل مسافة منها تساوي (Δv) ، الشكل (1) ، ولنفرض أن الجملة مؤلفة من عدد من الجزيئات مقداره (N) ، فإنه يوجد من بين هذه الجزيئات ، عدد منها له ، في شروط التوازن ، سرعٍ محصورة في كل من هذه المسافات (أو المجالات) ، وليكن (n_i) عدد هذه الجزيئات التي لها سرع محصورة في المجال الواقع بين (v_i) و ($v_i + \Delta v_i = v_{i+1}$) .

ولتمثيل ذلك بيانياً ينبغي رسم المنحني : $n_i = f(v)$: وسنلجأ ، لأسباب سنراها محققة وضوحاً فيما بعد ، إلى استخدام النسبة : ($f_i=\frac{n_i}{\Delta v}$) عوضاً عن f(v) ، فنحصل على الخط البياني التربيعي في الشكل (1) .

ولما كانت المطالات على المحور (oy) تمثل (f_i) ، عدد الجزيئات في واحدة السرعة ، فإن (n_i) ، عدد الجزيئات ، يساوي سطح المستطيل ذي المرتبة (i) ، أي:

$$n_i = f_i \, . \, \Delta v \qquad \ldots (2)$$

وهكذا ، وبالطريقة السابقة نفسها ، يمكن التعبير عن القيم الوسطية لأي مقدارٍ فيزيائي ، تابعٍ للسرعة (v) ، باستخدام تابع توزيع السرع (f_i) . مع ملاحظة أن المجموع ($\sum_i$) الوارد في العلاقة (4) لا يؤخذ من الواحد / 1 / إلى (N) ، لأن هذا المجموع ($\sum_i$) لا يتوقف على عدد الجزيئات ، بل إنما يتوقف على عدد المجالات المنتخب .

توابع التوزيع المستمرة :

في كثير من الحالات المهمة ، يكون عدد الجزيئات الكلي (N) كبيراً جداً ، ويحصل عدد كبير من الاصطدامات في واحدة الزمن ، فيمكن عندئذٍ ، معالجة السرع (v) ، كما لو كان تغيّرها ، تغيّراً مستمراً ؛ وفي مثل هذه الحالة ، يكفي أن نجعل المجال (Δv) يسعى نحو الصغر ، وبالتالي : ($\Delta v \to dv$) ، فنحصل في الشكل (1) ، على عددٍ من المستطيلات الضيّقة جداً يشغل الفراغ الكائن بين المنحني المستمر المخطط بين (v) و (v + dv) مساوياً السطح اللامتناهي في الصغر والذي نعبر عنه ، بتعميمٍ للعلاقة (2) ، بالعلاقة التالية :

$$dn = f(v) . dv$$

حيث : f(v) هو تابع التوزيع المستمر الممثل على الشكل (1) بالمنحني المخطط . وفي هذه الحالة ، يؤول كل مجموع ($\sum_i$) إلى تكاملٍ محدود ، مثال على ذلك : إن شرط التوحيد الوارد في المعادلة (3) يكتب على الشكل التالي :

$$N = \int_{v_{min}}^{v_{max}} f(v).dv \qquad \dots (5)$$

ويُكتب وسطي مربع السرعة $(v^2)_m$ الوارد في المعادلة (4) على الشكل التالي :

$$(v^2)_m = \frac{1}{N} \int_{v_{min}}^{v_{max}} v^2.f(v).dv \qquad \dots (6)$$

التوابع الأساسية في التوزيع وكثافة الحالات :

كثيراً ما نستخدم في الفيزياء التقليدية أو في الفيزياء الكوانتية ، توابع أساسية في التوزيع ، بحيث أن جميع توابع التوزيع الأخرى تؤول إليها . ويبين التابع

الأساسي في التوزيع بصورة وسطية ، كيف تتوزع جزيئات جملةٍ ما ، على الحالات الممكنة في تلك الجملة ، أو بتعبير آخر ، إنه يخصص لكل حالةٍ من حالاتها احتمال يتحدّد بموجبه وجود الجزيء .

- هذا وتتعرف حالة الجزيء بالاستعانة بأصغر مجموعةٍ من المتحولات اللازمة لوصفٍ كامل لحركته ، مثال على ذلك ، نعلم في الفيزياء التقليدية ، أنه لتعيين حالة جزيء ما ، في جملة جزيئات ذات تأثيرات متبادلة ضعيفة ، تعييناً كاملاً ، ينبغي تعيين ومعرفة مركبات سرعته (v_x ، v_y ، v_z) أو ما يكافيء ذلك ، معرفة مركبات الاندفاع ($\vec{p} = m\vec{v}$) أي : (p_x ، p_y ، p_z) . ونعلم أن تابع التوزيع الأساسي من أجل جملة خاضعة لقوانين الفيزياء التقليدية هو تابع توزيع ماكسويل - بولتزمان - (Maxwell - Boltzmann) ، F_{MB} (وذلك باستخدام الحروف الكبيرة لتعريف توابع التوزيع الأساسية) . والذي نعرفه بحيث يكون لدينا:

$$dn_v = F_{MB} . dv_x.dv_y.dv_z \qquad \dots (7)$$

حيث : (dn_v) هو عدد الجزيئات الوسطي التي مركبات سرعتها محصوراً في المجالات التالية :

$(v_x$ ، $v_z + dv_x)$ ، $(v_y$ ، $v_y + dv_y)$ ، $(v_z$ ، $v_z + dv_z)$.

وسنرى في الفصول التالية ، أن التوابع الأساسية للتوزيع التقليدي والتوزيع الكوانتي لهما نقطة التقاء مشتركة : وهي أنهما لا تتوقف إلا على **طاقة الحالة** ، (وليست على المقادير التي تعرّف الحالة) . وطبقاً لهذه الخاصة ، يمكن تعيين توزيع طاقة جزيء ما بالعلاقة التالية :

$$dn_E = F \cdot g(E) . dE \qquad \dots (8)$$

حيث : (F) هو تابع التوزيع الأساسي ، وهو العامل الاحصائي الذي يعين احتمال وجود الجزيء في حالة طاقةٍ معينة (E) .

وحيث : g (E) ، يسمى **كثافة الحالات** (بالنسبة للطاقة (E)) .

وعندئذٍ ، يمثل المقدار التالي : g (E).dE ، عدد الحالات (ds_E) ، أي عدد حالات الطاقة المحصورة بين (E) و (E + dE) أي :

$$ds_E = g(E).dE \qquad \dots (9)$$

– هذا وفي الحالة الخاصة التي تكون الجملة فيها ذات تأثيرات متبادلة ضعيفة، تكون طاقة الجزيء الكلية مساوية طاقته الحركية أي :

$$E = \frac{m}{2}(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2) \qquad \dots (10)$$

وبالتالي ، يكون لعددٍ كبير من الحالات المختلفة (v_x ، v_y ، v_z) قيمة الطاقة نفسها . وبصورة أعم ، عندما لا يتوقف مقدار ديناميكي ما (q) إلا على الطاقة ، يكون عدد الجزيئات (dn_q) التي قيم (q) من أجلها ، محصورة في المجال التالي : (q ، q + dq) مساوياً :

$$dn_q = F \cdot g(q).dq \qquad \dots (11)$$

حيث نستخدم دوماً عاملاً احصائياً لا يتغير شكله من أجل احصاء معين ، أي نستخدم $F = F_{MB}$ من أجل الاحصاء التقليدي .

ونستخدم عاملاً لكثافة الحالة : $g(q)$ يتوقف على الخاصـة الفيزيائيـة المميزة المدروسة .

أما (q) فيمكـن أن يكـون مسـاوياً السـرعة ($q = v$) أو مسـاوياً الطاقـة ($q = E$) كما هو الحال من أجل المعادلة (8) أو مساوياً للاندفاع ($q = p$) .

مسألة محلولة (1) :

مول غازي ، عدد ذراته في اللحظـة (t) يسـاوي : (ذرة) 4782 ، ولهـذه الذرات سرع محصورة في المجال التالي : (505 m/s ، 495 m/s) ، والمطلوب :

احسب قيمة تابع توزيع السرع (F_v) من أجل سرعة مقدارها : $v = 500 m/s$.

الحـل :

نعلم أن تابع توزيع السرع معرف بالعلاقة (7) التالية :

$$dn_v = F_v . dv$$

أو :

$$F_v = \frac{dn_v}{dv} \approx \frac{\Delta n_v}{\Delta v} \qquad \dots (a)$$

ولدينا حساب المعطيات : $\Delta v = 505 - 495 = 10\ m/s$ ، $\Delta n_v = 4782$ (ذرة)

نعوض عددياً في (a) :

$$F_v = \frac{4782(\text{ ذرة })}{10\ m/s} =$$

$$F_v = 478,2 \left(\frac{\text{ذرة}}{m/s}\right)$$

مسألة محلولة (2) :

١ - احسب عدد الحالات التقليدية (ds_v) في مجال السرع (v ، $v + dv$) واستنتج من ذلك ، قيمة كثافة الحالات $g(v)$ ، / التي تكون من الشكل $/ g(v) \sim v^2$.

٢ - احسب عدد الحالات التقليدية (ds_E) في مجال الطاقة (E ، $E + dE$) واستنتج من ذلك ، قيمة كثافة الحالات $g(E)$ ، / التي تكون من الشكل $/ g(E) \sim E^{1/2}$

الحل :

لتعيين العلاقة بين الحالات والسرع ، من المفيد استخدام جملة احداثيات (v_x ، v_y ، v_z) .

إن جملة كهذه ، التي تكون فيها مركبات السرعة ، نقاطاً على المحور ، تعين ما يسمى بفراغ السرع . ولما كانت كل مجموعة (v_x ، v_y ، v_z) تعين حالة من حالات الجزيء ، فإن كل نقطة من هذا الفراغ ، فراغ السرع ، توافقها حالة من حالات الجزيء .

والآن ، لنستخدم حجماً عنصرياً للسرعة من هذا الفراغ ، الشكل (2) ، ($dv_v = dv_x.dv_y.dv_z$) وبما أن عدد النقاط الموجودة في هذا الحجم (dv_v) ، لا يمكن تحديده بدقة (إذ يتوقف ذلك على تعريف النقطة فيه) فإنه مع ذلك ، يكون هذا العدد متناسباً مع عنصر الحجم (dv_v) . ولما كانت كل نقطة (v_x ، v_y ، v_z)

توافقها حالة من حالات الجزيء ، فإن عدد الحـالات (ds_v) الـذي يتعين بعنصـر الحجم ، يكون متناسباً مع أبعاده ، أي :

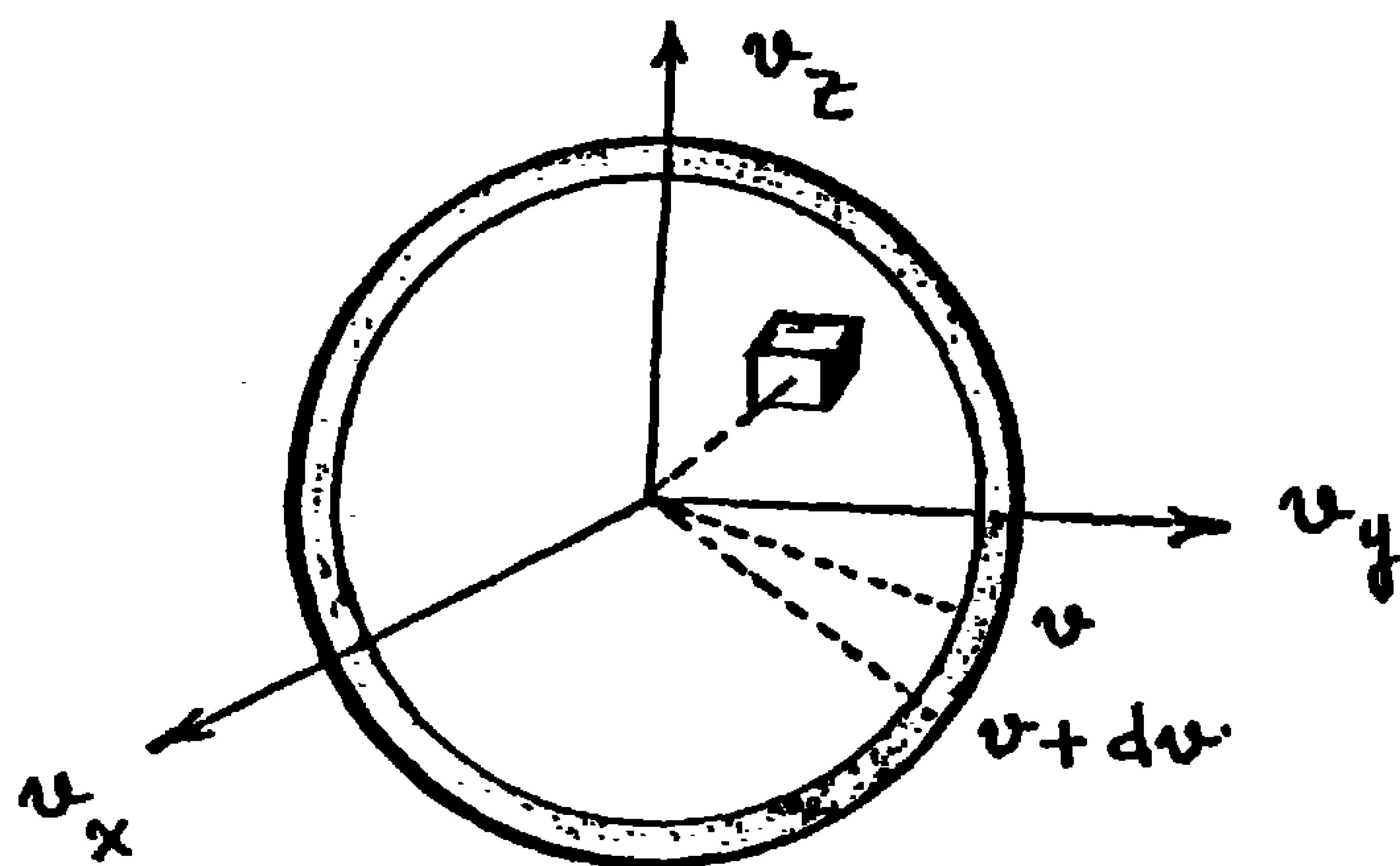
$$ds_v = C.dv_v = C.dv_x.dv_y.dv_z$$

حيث : (C) ثابت .

ولما كـانت الكمية : $\left(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2 = v^2\right)$ = ثابتة في فـراغ السـرع ، وتساوي كرة نصف قطرها (v) ؛ فإن جميع النقاط الواقعة علـى سـطحها توافقهـا جزيئات لها سرعة واحدة وتساوي (v) . وإن الجزيئات الـتي سـرعتها محصورة في المجال (v ، v + dv) يكون لها نقاط في فراغ السرع ، محصورة داخل قشـرة كروية محصورة بين الكرتين (v) و (v + dv) . التي يساوي حجمها :

$$dv = 4\pi v^2 . dv$$

وإن عدد الحالات (ds_v) الموافقة للسرع المحصورة داخل عنصر الحجم (dv) يتناسب مع هذا العنصر ، أي :



الشكل (2)

فراغ السرع

$$ds_v = c \, . \, dv = c \, . \, 4\pi v^2 \, . \, dv \qquad \ldots (1)$$

ولما كان عدد الحالات معرفاً بدلالة كثافة الحالات g (v) كما يلي :

$$ds_v = g(v) \, . \, dv$$

فإننا نستنتج من ذلك أن كثافة الحالات تساوي :

$$g(v) = c \, . \, 4\pi v^2 \qquad \ldots (2)$$

٢ - لما كانت الطاقة الكلية (E) مساوية الطاقة الحركية من أجل الجزيئـات الحرّة فيكون لدينا :

$$E = \frac{1}{2} \; mv^2$$

نفاضـل :

$$dE = m.v.dv$$

ومنـــه :

$$dv = \frac{dE}{m.v} = \frac{dE}{\sqrt{2mE}}$$

ولما كان عدد الحالات في مجال الطاقات (dE) ، يســاوي عـدد الحـالات في مجال السرع (dv) الموافق ، يكون طبقاً للعلاقة (1) :

$$ds_E = ds_v = c.4\pi v^2.dv$$

$$= c.4\pi\left(\frac{2E}{m}\right)\left(\frac{dE}{\sqrt{2mE}}\right)$$

$$= \left(\frac{4\pi c\sqrt{2}}{m^{3/2}}\right) E^{1/2}.dE$$

ومنـــه :

... (3) $ds_E = D . E^{1/2} . dE$ ... (عدد الحالات)

حيث : (3′) ... $D = \dfrac{4\pi c \sqrt{2}}{m^{3/2}}$

نستنتج من ذلـك أن كثافـة الحـالات (E) g في المجـال المحصـور بـين (E) و (E + dE) يساوي :

... (4) $g(E) = D . E^{1/2}$ ... (كثافة الحالات)

وهو المطلوب :

الاحصاء التقليدي

احصاء (Maxwell - Boltzmann)

إن عدد الجزيئات الوسطي (dn_v) التي مركبـات سـرعتها محصـورة في المجـال التالي :

$(v_z ، v_z + dv_z) ، (v_y ، v_y + dv_y) ، (v_x ، v_x + dv_x)$

من أجل جملة جزيئات خاضعة لقوانين الميكانيك التقليدي ، يساوي :

$$dn_v = F_{MB} . dv_x . dv_y . dv_z \qquad \ldots (1)$$

حيث : (F_{MB}) هو تابع توزيع ماكسويل - بولتزمان الذي يتناسب مع احتمال وجود جزيءٍ في الحالة (v_x ، v_y ، v_z) والذي يساوي :

$$F_{MB} = N\left(\frac{m}{2\pi KT}\right)^{3/2} .e^{-m.v^2/2KT} \qquad \ldots (2)$$

$$F_{MB} = N\left(\frac{m}{2\pi KT}\right)^{3/2} .e^{-\frac{E}{KT}} \qquad \ldots (2')$$

حيث : ($v^2 = v_x{}^2 + c_y{}^2 + v_z{}^2$) ، ($E = \frac{1}{2}mv^2$) .

: (N) هو عدد الجزيئات الكلي ، (m) كتلة كل جزيء من هذه الجزيئات .

: (K) ثابت بولتزمان .

: (T) درجة الحرارة المطلقة .

وقد رأينا أنه من أجل مجال المقدار الديناميكي (.dq) الذي لا يتوقف إلا على الطاقة ، أن عدد الجزيئات التي يكون المقدار الديناميكي (q) من أجلها محصوراً في المجال التالي : (q ؛ q + dq) يساوي :

$$dn_q = F_{MB} . g(q) . dq \qquad \ldots (3)$$ ... (عدد الجزيئات)

حيث : g (q) هو كثافة الحالات .

ووجدنا من أجل الحالة الخاصة التي يكون فيها : (q = v) :

$$g(v) = c.4\pi v^2 \qquad \dots (4)$$

$$g(v) = 4\pi v^2 \qquad \dots (5)$$ ... من أجل (C = 1)

ووجدنا أيضاً من أجل الحالة الخاصة التي يكون فيها (q = E) :

$$g(E) = D.E^{1/2} = \left(\frac{2^{5/2}.\pi}{m^{3/2}}\right) . E^{1/2} \qquad \dots (6)$$ ... (كثافة الحالات)

نستخدم كثيراً ، في تطبيقات توزيع ماكسويل - بولتزمان التكامل التالي :

$$I_n(\alpha) = \int_0^{\infty} u^n.e^{-\alpha.u^2}.du \qquad \dots (6)$$ ... من أجل (α > o)

وفي الجدول التالي بعض قسم هذا التكامل من أجل بعض قيم (n) الصحيحة والصغيرة .

الجدول (I)

n	0	1	2	3	4	5
$I_n(\alpha)$	$\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{\alpha}}$	$\frac{1}{2\alpha}$	$\frac{1}{4}\sqrt{\frac{\pi}{\alpha^3}}$	$\frac{1}{2\alpha^2}$	$\frac{3}{8}\sqrt{\frac{\pi}{\alpha^5}}$	$\frac{1}{\alpha^3}$

مسألة محلولة (1) :

برهن في كثافة حالات السرع : $g(v) = C.4\pi v^2$ الواردة في المعادلة (4) : أن الثابت (C) يساوي : (C = 1) - ثم احسب تابع توزيع السرع $f_n(v)$.

الحل :

إن عدد الجزيئات الواقع في مجال السرع (dv) يساوي (حسب المعادلة 3):

$$dn_v = F_{MB} . g(v) . dv$$

ويساوي في مجال الطاقة (dE) :

$$dn_E = F_{MB} . g(E) . dE$$

ولما كان : $(E = \frac{1}{2}mv^2)$. وبتفاضلها : $dE = mvdv = \sqrt{2mE}.dv$.

فإننا نحصل على ما يلي : $dn_v \equiv dn_E$

$$F_{MB}.g(v)dv = F_{MB}.g(E)dE = F_{MB}.g(E).\sqrt{2mE}.dv$$

ومنه نستنتج :

$$g(v) = g(E)\sqrt{2mE}$$

ولما كان : $g(v) = C.4\pi v^2$ ، أو طبقاً للمسألة (2) ، المعادلة (4) فيها :

وكان : $g(E) = D.E^{1/2}$ ، $g(v) = C.4\pi(\frac{2E}{m})$

فإننا نحصل بالتعويض على ما يلي :

$$C.\left(\frac{8\pi E}{m}\right) = D.E^{1/2}.\sqrt{2mE}$$

$$= D\sqrt{2m}.E$$

ومنه : $C = \left(\frac{m}{8\pi}\right)\sqrt{2mD}$ ، نعوض قيمة (D) من العلاقة (´3) :

$D = \frac{4\pi c\sqrt{2}}{m^{3/2}}$ فنحصل بالاختصار على : (C = 1) **وهو المطلوب .**

أما تابع توزيع السرع (f_v) فيستنتج من ($dn_v = f_v.dvv$) :

$$dv_v = (4\pi v^2)$$

$f_v = F_{MB}(4\pi v^2)$ وطبقاً للمعادلة (2) : ... (7)

$$f_v = 4\pi N\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2}.v^2.e^{-mv^2/2kT} \qquad \ldots (7')$$

مسألة محلولة (2) :

احسب وسطي مربع السرعة $(v^2)_m$ بتوزيع (Maxwell - Bboltzmann) .

الحل :

يعطى وسطي مربع السرعة بالعلاقة التالية :

$$\left(v^2\right)_m = \frac{1}{N}\int_0^\infty v^2.dn_v$$

حيث : (dn_v) يساوي : $dn_v = f_v(v).dv$

ومنه : $(v^2)_m = \frac{1}{N}\int_0^\infty v^2.f_v.dv$ .. (وهي العلاقة (6) في بحث توابع التوزيع المستمرة).

وحسب العلاقة (7) من المسألة (1) السابقة :

$$f_v = 4\pi N\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} .v^2.e^{-mv^2/2kT}$$

نعوض :

$$\left(v^2\right)_m = \frac{1}{N}(4\pi N)\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} \int_0^\infty v^4.e^{-\left(\frac{m}{2kT}\right)v^2} dv$$

نختصر ونعوض قيمة التكامل (α) I_4 من الجدول (1) : حيث : $\left(\alpha = \dfrac{m}{2kT}\right)$

$$I_4(\alpha) = \int_0^\infty v^4.e^{-\alpha v^2}.dv = \frac{3}{8}\sqrt{\frac{\pi}{\alpha^5}}$$

وبالتعويض نحصل على النتيجة التالية :

$$\left(v^2\right)_m = 3\left(\frac{kT}{m}\right) \qquad \ldots (8)$$

وقد كنا برهنا على أن الطاقة الحركية الوسطية $\left(\bar{T} = \dfrac{3}{2}\ kT\right)$ ، فإذا ضربنا طرفي المعادلة (8) بالمقدار $\left(\dfrac{1}{2}\ m\right)$ للحصول على دستور الطاقة الحركية $\bar{T} = \dfrac{1}{2}m\ \left(v^2\right)_m$ ، حصلنا على :

$$\bar{T} = \frac{1}{2}m\ \left(v^2\right)_m = \frac{1}{2}m\ \left(3\frac{kT}{m}\right) = \frac{3}{2}\ k.T$$

وهي قيمة منسجمة مع ما تعطيه النظرية الحركية .

مسألة محلولة (3) :

جزيئة ثنائية الـذرة ، تقتصر حركتها فقط على الحركة الدورانية (دون الحركة الاهتزازية) حول مركز الكتل (CM) ، فإذا طبقنا نظرية التوزيع المتساوي في الطاقة ، التي تفيد بأن كل حدٍ من حدود الطاقة ، يوافقه المقدار $\left(\frac{KT}{2}\right)$ ، بحيث إذا كان لدينا (n) حداً من حدود الطاقة ، تكون الطاقة الموافقة طبقاً لهذه النظرية ، مساوية $E_n = n\left(\frac{KT}{2}\right)$.

فالمطلوب : احسب الحرارة النوعية المولية (C_v) لغازٍ مؤلف من جزيئات ثنائية الذرة وذلك باستخدام نظرية التوزيع المتساوي في الطاقة .

الحل :

إن الطاقة الكلية (E) لجزيئة ثنائية الذرة تساوي :

$$E = \frac{1}{2}\left(P_x^2 + P_y^2 + P_z^2\right) + \frac{I\omega_1^2}{2} + \frac{I\omega_2^2}{2}$$

ولما كانت هذه الطاقة تشمل على خمسة حدود ، كانت (n=5) ، وتكون طاقة مول من هذا الغاز أي طاقة (N_o) جزيئاً منه ، حيث : (N_o) هو عدد أفوكادرو ، مساوية :

$$E = N_o . n\left(\frac{KT}{2}\right) = \frac{5}{2}\ N_o KT$$

ولكن ($N_o k = R$) هو ثابت الغازات الكاملة .

$$E = \frac{5}{2}\ R.T$$

أما قيمة الحرارة النوعية المولية (C_v) فتساوي حسب التعريف :

$$C = \frac{dE}{dT}$$

وبالاشتقاق نحصل على :

$$C_v = \frac{5}{2}\ R \qquad \dots (9)$$

مسألة محلولة (4) :

تمثل البنية البلورية لبلورة ، بجملة ذرات مصفوفة بانتظام ومتساوية الأبعاد عن بعضها ، ولنفرض أنها مربوطة بروابط فيما بينها (بنوابض) ، والمطلوب احسب الحرارة النوعية المولية (C_v) للبلورة باستخدام نظرية التوزيع المتساوي في الطاقة .

الحل :

نكتب الطاقة الكلية لاهتزاز ذرة واحدة في البلورة :

$$E = \frac{1}{2m}\left(P_x^2 + P_y^2 + P_z^2\right) + \frac{1}{2}\left(k_x.x^2 + k_y.y^2 + k_z.z^2\right)$$

ولما كان ثمة ستة حدود في الطاقة كان (n = 6) ، وطبقاً لنظرية التوزيع المتساوي في الطاقة ، يكون لدينا من أجل مولٍ واحد أي (N_o) ذرة ، حيث (N_o) هو عدد أفوكادرو :

$$E = N_o.(6)\ \left(\frac{KT}{2}\right)$$

$$E = 3N_oKT = 3R.T$$

حيث ($N_0K = R$) هو ثابت الغازات الكاملة .

أما قيمة الحرارة النوعية المولية (C_v) فتساوي :

$$C_v = \frac{dE}{dT}$$

أي :

$$C_v = 3R \qquad \dots (10)$$

وهذه النتيجة تنسجم مع صيغة قانون (Dupong et Petit) ، إلا أن هذه النتيجة تبقى سارية المفعول في درجات الحرارة العالية ، ولا تتوافق مع درجات الحرارة المنخفضة وذلك بسبب بعض المفاعيل الكوانتية .

الاحصاء الكوانتي

Statistique Quantique

يهتم الاحصاء الكوانتي بدراسة ووصف عدد كبير من جمل مؤلفة من عـددٍ كبير مم الجزيئات التي تخضع إلى قوانين الميكانيك الكوانتي ، إذ أن لكل جملـةٍ منهـا عدداً كبيراً من الحالات المنفصلة التي تتميز كل حالةٍ منها بمجموعة تامة من الأعداد الكوانتية ، بحيث يشغل كل جزيءٍ ينتمي إلى هذه الجملة ، حالةً من هذه الحالات.

ويختلف الاحصاء الكوانتي عن الاحصاء التقليدي اختلافاً مهماً ويكمن هـذا الاختلاف بينهما بالطريقة التي نشتق منها كلاً من الاحصاءين ، إذ يعتمد الاحصاء الكوانتي على استخدام جزيئات متطابقة .

احصاء (Fermi - Dirac) :

لقد وضع كلٌ من (Fermi) و(Dirac) معـادلات احصائيـة تخص نوعـاً مـن الجزيئات لها سبين نصف صحيح ، يُطلق عليها اسم فرميونات (Fermions) مثـال على ذلك ، ان الجملة ، المؤلفة من عدد كبير من الالكترونات ، ذات التأثير المتبادل الضعيف ، بحيث يتمـيز كـل الكـترون منهـا بعـددٍ كوانـتي ذاتـي (للسـبين Spin) يساوي : $\left(S=\frac{1}{2}\right)$ ، هي جملة فرميونات . ويُطلق على تلك الجملة أيضاً اسم

غاز الالكترونات .

إن تابع توزيع فرمي – دايراك ، (F_{FD}) ، يتميز بأنه التوزيع الأكـثر احتمـالاً في جملةٍ مؤلفة من جزيئات متطابقة خاضعة لمبدأ استبعاد (Pauli) ، فمن أجل جملـة

فرميونات وهي في حالة توازن في درجة الحرارة المطلقة (T) ، يكون عدد الجزيئات التي تنتمي إلى حالةٍ معينةٍ (i) من الطاقة (E_i) مساوياً :

$$F_{FD} = \frac{1}{e^{\alpha}.e^{Ei/KT}+1} = \frac{1}{e^{(Ei-E_F)/KT}+1}$$

حيث : (k) هو ثابت بولتزمان

: (E_F) هي طاقة (Fermi) التي تميز الجملة المفروضة والتي تساوي :

$$E_F = - \alpha . k . T \qquad ... (2)$$

وتتعين طاقة (Fermi) ، (E_F) ، (أو α) تعيياً دقيقاً ، طبقاً لشرط التنظيم، عندما يتعين عدد جزيئات الجملة ، وعندما [$T \rightarrow O(^\circ k)$] فإن ($E_F \rightarrow E_{FO}$) وهو ثابت موجب .

– هذا وإن تابع توزيع (Fermi - Dirac) ، (F_{FD}) ، شأنه شأن (F_{MB}) ، يعين لنا عدد الجزيئات التي تشمل حالةً (i) طاقتها (E_i) .

ولإيجاد هذا العدد ، أي عدد الجزيئات (n_i) ذات الطاقة (E_i) ، ينبغي أن نضرب تابع توزيع فرمي – ديراك (F_{FD}) بعدد الحالات (g_i) ذات الطاقة (E_i) أي:

$$n_i = g_i \, . \, F_{FD} \qquad ... (3)$$

... عدد جزيئات الحالة (i)

أما إذا كانت سويات الطاقة متجاورة تجاوراً لامتناهياً في الصغر بحيث يمكن عدّها مؤلفة من توزيع مستمر ، فإن العدد (dn_E) الذي يمثل عدد الجزيئات التي طاقتها محصورة في المجال التالي : (E) ، (E + dE) يكون مساوياً :

(dE) عدد الجزيئات في المجال... $dn_E = F_{FD} \cdot g(E) \cdot dE$ ... (4)

أو :

$$dn_E = F_{FD} \cdot dS_E \quad \dots (5)$$

حيث :

(عدد الحالات الكوانتية) ... $dS_E = g(E) \cdot dE$ ... (6)

هو عدد الحالات الكوانتية ، ذات الطاقة المحصورة في المجال التالي : (E) و $(E + dE)$.

ويُطلق على المقدار : $g(E)$ اسم **كثافة الحالات** .

احصاء (Bose - Einstein) :

لقد وضع كلٌ من (Bose) و(Einstein) معادلات احصائية لجملة مؤلفة من عدد كبير من الجزيئات المتطابقة ذات التأثير المتبادل الضعيف ، ولكن سبينها الذاتي (Spin) في هذه الحالة يساوي **عدداً صحيحاً** ،ويطلق على هذه الجزيئات اسم بوزونات (bosons) والتي لا تخضع لمبدأ استبعاد (Pauli) . ولنورد بعض الأمثلة عليها : الفوتونات ، جزيئات (H_2) ، الهليوم السائل وهي كلها بوزونات .

ويمثل تابع توزيع بوز – اينشتاين ، (F_{BE}) العدد الوسطي لبوزونات جملةٍ وهي في حالة توازن في درجة حرارة مطلقة (T) ، والتي تشغل حالة معينة (i) ذات طاقة (E_i) ، وهذا العدد يساوي :

$$F_{BE} = \frac{1}{e^{\alpha} . e^{E_i/KT} - 1} \quad \dots (7)$$

حيث : (α) تتوقف قيمتها على جملة البوزونات المعطاة .

وفي الحالة الخاصة التي لا تكون الجملة فيها محافظة ، أي عندما لا يكون فيها عدد البوزونات محافظاً (كالفوتونات مثلاً) يكون من أجلها : ($\alpha = o$) .

أما توزيع الطاقة ، فيعبّر بدلالة كثافة الحالات $g(E)$ بالمعادلة التالية :

$$dn_E = F_{BE} \cdot g(E) \cdot dE \qquad \dots (8)$$

التقاء الاحصاءين في درجات الحرارة العالية :

عندما يتحقق انخفاظ عدد الجزيئات ، من أجل الاحصاءين الكوانتيين السابقين ، فإن قيمة الثابت (α) فيهما ، تزداد بازدياد درجة الحرارة (T) ، فمن أجل درجات الحرارة العالية ، حيث تكون الطاقات عالية أيضاً ، يكون لدينا :

$$e^{\alpha} \cdot e^{E/kT} \gg 1$$

ويؤول الاحصاءان إلى المعادلة التالية :

$$F = A \cdot e^{-E/kT}$$

والتي تعبر عن احصاء (Maxwell - Boltzmann) .

تكاملان مفيدان في الحسابات الاحصائية :

a) - من أجل : ($P > -1$) ومن أجل درجات الحرارة المنخفضة : ($kt \ll E_F$)

حيث ($\alpha \ll -1$) يكون لدينا :

$$\int_0^{\infty} E^p . F_{FD}\, dE = \int_0^{\infty} \frac{E^p}{e^{(E-E_F)/KT} + 1}\, dE. \qquad \dots (9)$$

أو :

... (10)

$$\int_0^{\infty} E^p.F_{FD}.dE = \frac{1}{p+1}\left[E_f^{p+1} + \sum_{n=1}^{\infty} 2(KT)^{2n}\left(1-\frac{1}{2^{2n-1}}\right)s(2n)\frac{d^{2n}}{dE_f^{2n}}(E_f^{p+1}\right]$$

حيث : S (x) هو تابع زيتا أو تابع (Riemann) الذي يساوي :

$$S(x) = \frac{1}{1^x} + \frac{1}{2^x} + \frac{1}{3^x} + \quad \cdots\cdots \qquad \ldots (11)$$

والذى نجد قيمه في كثير من الجداول . وفيما يلي بعض قيمه :

$$S(2) = \frac{\pi^2}{6} = 1{,}645$$

$$S(4) = \frac{\pi^4}{90} = 1.082$$

$$S(6) = \frac{\pi^6}{945} = 1{,}017$$

وعندما يكون (P) عدداً صحيحاً ، يكون التكامل (10) محدوداً.

b) – من أجل (P > o) ، (α ≥ o) و(∈ = ± 1) نحصل على ما يلي :

$$\int_0^{\infty} \frac{q^p}{e^{\alpha}.e^{q} - \in} dq = \Gamma(p+1) \ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\in^{n+1}.e^{-n\alpha}}{n^{p+1}} \qquad \ldots (12)$$

حيث : Γ (x) هو تابع غاما الذي يخضع إلى قانون الانتقال التالي :

$$\Gamma(x+1)=x\,.\,\Gamma(x) \qquad \dots (13)$$

$$\Gamma(n+1)=n! \qquad \dots (14)$$

... حيث (n) عدد صحيح .

وفي الحالة الخاصة التي تكون فيها ($\alpha = o$) و ($\epsilon = +1$) تصبح المعادلة (12) على الشكل التالي :

$$\int_0^\infty \frac{q^p . dq}{e^q - 1} = \Gamma(p+1) \quad S(p+1) \qquad \dots (15)$$

كثافة الحالات :

لنفرض جملة مؤلفة من عدد من الالكترونات تتحرك في معدن حركةً حرّة (أي بطاقة كامنة معدومة) ، طبقاً لنظرية الكترونات الحرة في المعادن وذلك في بئر كمونٍ متناهية عمقاً عرضه (L) ، ولتكون حركتها في علبةٍ مربعة الشكل ضلعها يساوي (L) ؛ ففي درجة الحرارة العادية 300 (°k) ، يمكن أن يترك المعدن عدداً قليلاً جداً من الالكترونات تخرج من المعدن بفعل الإصدار الحراري الايوني ، وللحؤول دون خروجها من المعدن ، يمكن استخدام بئر كمونٍ عميقة ولكنها محدودة ، وذلك في درجات الحرارة العالية .

فإذا كان (L) كبيراً جداً ومن رتبة أبعاد القطعة المعدنية التي تحتوي على هذه الكترونات ، كأن تكون مثلاً واقعة في علبة مكعبة ضلعها (1 cm) وحجمها ($1\ cm^3$) ، فإن سويات الطاقة المنفصلة (المكمّمة) تكون مفصولة بمسافات صغيرة جداً بحيث يمكن عدّ طيفها ، متصلاً ، مثال : إذا كان مجال الطاقة محصوراً بين : $E = 5\ (ev)$ و $E + dE = 5{,}5\ (ev)$ ، يكون عدد حالات الطاقة مساوياً ، أو من رتبة (10^{+22}) ، كما سنرى ذلك في مسألة (   ) فيما بعد .

ولتعيين هذا العدد الكبير من حالات الطاقة الذي يعدّ كأنه طيف متصل ، نلجأ عادة إلى استخدام الطرائق الاحصائية .

تعريف كثافة الحالات : g (E) :

نعرف الكمية g (E) التي نطلق عليها اسم كثافة الحالات ، بطريقة شبيهة بما رأيناه في توزيع مكسويل – بولتزمان التقليدي ، بأنها الكمية التي تمثل عدد الحالات في واحدة الحجم ، والتي لها طاقة محصورة في المجال التالي (E) و (E + dE).

ويمكن حساب g (E) باستخدام بئر مكون لامتناهية عمقاً عرض قاعدتها تساوي (L) بثلاثة أبعاد ، وقد كنا وجدنا (في بحث مبدأ pauli) صيغة طاقة الكترون حرّ كتلته (m) ، وواقع في بئر كمون كهذا (علماً أن طاقته الكامنة معدومة داخل هذا البئر ، U = o) ، وذلك ضمن علبةٍ ذات ثلاثة أبعاد ، أضلاعها هي :(a ، b ، c) ، وفي الحالة الخاصة التي تؤول فيها العلبة إلى مكعبٍ ضلعه (L) يكون لدينا : (a = b = c = L) ونحصل على الصيغة التالية لهذه الطاقة :

$$E_{n_x, n_y, n_z} = \frac{\pi^2 . \hbar^2}{2m . L^2}\left(n_z^2 + n_y^2 + n_z^2\right) \qquad \dots (16)$$

ولنفرض ما يلي :

$$\left(N^2 = n_x^2 + n_y^2 + n_z^2\right) \qquad \dots (17)$$

$$\left(D = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2mL^2}\right) \qquad \dots (18)$$

فتؤول معادلة الطاقة (16) إلى الشكل التالي :

$$E_{n_x, n_y, n_z} \equiv E = D . N^2 \qquad \dots (19)$$

ويمكن حساب عدد حالات الطاقة (ds) الواقعة ضمن المجال المحصور بين (E) و (E + dE) ، بأن نأخذ كرة نصف قطرها (N) وقشرة كروية ثخنها (dN)، فيكون حجم القشرة الكروية المحصور بين (N) وبين (N + dN) مساوياً :

($4\pi N^2.dN$) ثم نعتبر أن عدد الحالات متناسبة مع هذا الحجم (dv) .

$$dv = \frac{1}{8}\left(4\pi N^2.dN\right) = \frac{\pi}{2}N^2.dN$$

هذا وان عامل الضرب $\left(\frac{1}{8}\right)$ ناجم عن أننا أخذنا $\left(\frac{1}{8}\right)$ الفراغ في الطبقة الكروية أي الثمن الأول الموجب(o × yz) .

لنستبدل بـ (N^2) و (dN) قيمتهما بدلالة الطاقة (E) في العلاقات (17) و (18) و (19) ، فنحصل على ما يلي :

$$dv = \frac{\pi}{4}.D^{-3/2}.E^{1/2}.dE$$

$$dv = \frac{(2m)^{3/2}.L^3}{4\pi^2\hbar^3}E^{1/2}.dE$$

وبتقسيم الطرفين على حجم العلبة ($V = L^3$) نحصل على (ds) الذي يتناسب مع (dv) :

$$ds = \left(\frac{(2m)^{3/2}}{4\pi^2\hbar^3}\right)E^{1/2}.dE \qquad \dots (20)$$

حيث : (ds) يمثل عدد حالات الطاقة في واحدة الحجوم في المجال المحصور بين (E) و (E + dE) .

أما كثافة الحالات في هذا المجال الذي يرتبط مع عدد الحالات بالعلاقة التالية:

$$ds = g(E) . dE \qquad \ldots (21)$$

فتساوي :

$$g(E) = \left(\frac{(2m)^{3/2}}{4\pi^2\hbar^2}\right)E^{1/2} \qquad \ldots (22)$$

ولكن يوجد اتجاهان ممكنان لسبين الالكترون ، سبين إلى أعلى يتعين بـ : $\left(m_s = +\frac{1}{2}\right)$ وسبين إلى أسفل يتعين بـ : $\left(m_s = -\frac{1}{2}\right)$ ، فإنه للحصول على عدد حالات الطاقة الفعلي في واحدة الحجوم ، ينبغي ضرب طرفي كلٍ من المعادلتين (20) و (22) بالعدد (2) فنحصل على ما يلي :

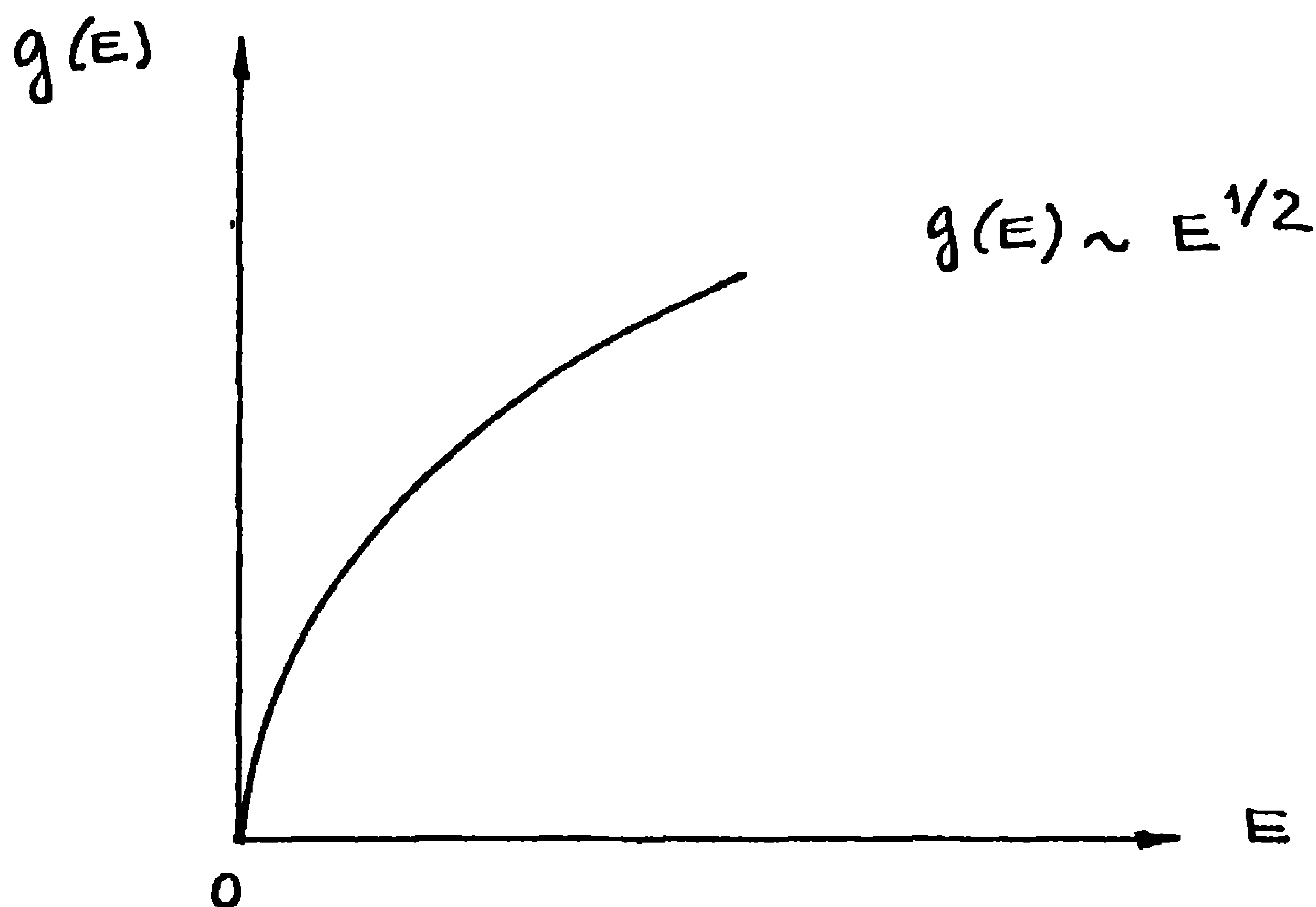
$$ds = \left(\frac{(2m)^{3/2}}{2\pi^2\hbar^3}\right)E^{1/2} .dE \qquad \ldots (20')$$

التي تمثل عدد حالات الطاقة الفعلي في واحدة الحجوم للغاز الالكتروني في المجال المحصور بين (E) و (E + dE) ، كما نحصل على :

$$g(E) = \left(\frac{(2m)^{3/2}}{2\pi^2\hbar^3}\right)E^{1/2} \qquad \ldots (22')$$

التي تمثل كثافة الحالات الفعلية في واحدة الحجوم للغاز الالالكتروني في المجال المحصور بين (E) و (E + dE) .

ويمثل الشكل (3) تحولات g (E) : كثافة الحالات الواردة في المعادلة (´22) بدلة الطاقة (E) .



الشكل (3)

تحولات كثافة الحالات g (E) بدلالة الطاقة (E) طبقاً للمعادلة (´22)

طاقة (Fermi) : (E_F) :

لنستخدم فيما يلي ، الكترونات الغاز الالكتروني ، الذي يختلف عن الغاز المثالي التقليدي الذي تكون الالكترونات فيه ، وهي في درجة حرارة الصفر المطلق: T = O (°K) ذات طاقة حركية وسطية معدومة : $\left(\overline{T} = \frac{3}{2}kT = O\right)$ ، أما من أجل

الغاز الالكتروني ، فإنه يخضع لمبدأ (pauli) وإلى قوانين الميكانيك الكوانتي وإلى الإحصاء الكوانتي الذي يطلق عليه اسم احصاء (Fermi - Dirac) وتتميز الالكترونات في هذا الإحصاء بأن لها عدداً كوانتياً للسبين يساوي $\left(s=\frac{1}{2}\right)$ ، وبصورة عامة ، تتميز الجزيئات فيه كالالكترونات والبروتونات والنوترونات ... بأن لها سبيناً نصف صحيح $\left(\frac{1}{2} ، \frac{3}{2} ، \frac{5}{2} ، ....\right)$ والتي يطلق عليها اسم فرميونات (fermions) كما يُطلق على الغاز الالكتروني الذي يتألف من الالكترونات في هذا الإحصاء ، اسم غاز (Fermi) .

هذا وطبقاً لمبدأ (pauli) ، فإنه لا يمكن أن يكون لالكترونين في المعدن جملة الأعداد الكوانتية نفسها ، وبالتالي يوجد على كل سوية من سويات الطاقة الكترونان على الأكثر ، الكترون له سبين إلى أعلى $\left(m_s=+\frac{1}{2}\right)$ والكترون له سبين إلى أسفل $\left(m_s=-\frac{1}{2}\right)$ ، بحيث نملأ كل سوية من سويات الطاقة بالالكترونين حتى نصل إلى السوية العليا النهائية والتي هي سوية (Fermi) ذات الطاقة (E_F) .

- ولتعيين طاقة (Fermi) ، (E_F) ، بالطريقة الإحصائية ، نكامل g (E) dE من (E = O) إلى ($E = E_F$) لأن جميع الحالات حتى (E_F) مملوءة في درجة الحرارة . T = o (°K)

$$\frac{N}{V}=\int_0^{E_F} g(E)\ dE$$

ولكن لدينا : $g(E) = \frac{(2m)^{3/2}}{2\pi^2 \hbar^3} E^{1/2}$ طبقاً للعلاقة (22) وهي تمثل كثافة الحالات .

نعوض :

$$\frac{N}{V} = \frac{(2m)^{3/2}}{2\pi^2 \hbar^3} \int_0^{E_F} E^{1/2} \, dE$$

$$\frac{N}{V} = \frac{2}{3} \frac{(2m)^{3/2}}{2\pi^2 \hbar^3} \left(E_F^{\ 3/2}\right)$$

نرفع إلى القوة $\left(\frac{2}{3}\right)$ ونختصر :

$$E_F = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2m} \left(\frac{3N}{\pi V}\right)^{2/3} \qquad \dots (23)$$

حيث : (V) هو حجم المعدن ، $\left(\frac{N}{V}\right)$ هو عدد الكترونات الناقلية في واحدة الحجوم من المعدن ، (أو هو الكثافة العددية للالكترونات الحرّة في المعدن) .

يبين الجدول التالي قيم الكثافة العددية للالكترونات الحرّة (N/V) وقيم طاقة (Fermi) المحسوبة من العلاقة (23) وذلك لبعض العناصر وهي في الدرجة T = O (°K) .

العنصر	N/V (الكترونا في $1\ cm^3$)	E_F (ev)
$A\ell$	$18,1.10^{22}$	11,7
Ag	$5,86.10^{22}$	5,50
Au	$5,90.10^{22}$	5,53
Cu	$8,47.10^{22}$	7,04
Fe	$17,0.10^{22}$	11,2
K	$1,4.10^{22}$	2,11
Li	$4,70.10^{22}$	4,75
Mg	$8,60.10^{22}$	7,11
Mn	$16,5.10^{22}$	11,0
Na	$2,65.10^{22}$	3,24
Sn	$14,8.10^{22}$	10,2
Zn	$13,2.10^{22}$	9,46

درجة حرارة (Fermi) – طاقة (Fermi) :

تعّرف درجة حرارة فرمي بدلالة طاقة فرمي بالعلاقة التالية :

$$k.T_F = E_F \quad ... (24)$$

... (طاقة فرمي) .

حيث : (E_F) هي الطاقة فرمي المعطاة بالمعادلة (25) .

(k) : هو ثابت (Boltzmann) الذي يساوي : $k = 8,62.10^{-5}$ (ev /°K)

فمن أجل درجة حرارة (T) أدنى من درجة حرارة فرمي (T_F) أي من أجل : ($T < T_F$) ، تكون الطاقة الوسطية ($\bar{E}$) لايونات الشبكة البلورية في المعدن أصغر بكثير من الطاقة فرمي ($\bar{E} \ll E_F$) ، وبالتالي فإن توزيع طاقة الالكترون ، لا يختلف اختلافاً كبيراً عنه في درجة (T = O) .

مثال :

احسب درجة حرارة (Fermi) : (T_F) للنحاس ، علماً أن طاقة فررمي للنحاس تساوي : (ev) 7,04 = E_F وأن ثابت بولتزمان يساوي : $k = 8{,}62.10^{-5}$ (ev/°k) .

الحل :

نعوض عددياً في المعادلة (26) :

$$T_F = \frac{E_F}{k} = \frac{7{,}04(ev)}{8{,}62.10^{-5}(ev)/^\circ k} \approx 81700 \ (^\circ k)$$

نستنتج من ذلك أن درجة حرارة (Fermi) للنحاس هي أكبر بكثير من درجة حرارة أنصهاره ، فلا يبقى النحاس في تلك الدرجة في حالته الصلبة .

تابع احتمال (Fermi - Dirac) : (F_{FD}) وتمثيله البياني :

لما كان الالكترون في الغاز الالكتروني ، يخضع لقوانين الميكانيك الكوانتي ولمبدأ (Pauli) ، فإن احتمال وجوده في حالةٍ معينة من الطاقة ، يتعين بتابع الاحتمال (Fermi - Dirac) : (F_{FD}) التالي الذي يسمى أيضاً (عامل Fermi):

$$F_{FD} = \frac{1}{e^{(E-E_F)/kT} + 1} \quad \text{... (25)} \quad \text{... عامل (Fermi)}$$

حيث :(E_F) هي طاقة فرمي ، (T) درجة الحرارة المطلقة ، (k) ثابت بولتزمان .

a) – فمن درجة حرارة (°K) T = o نميز ثلاث حالات :

١ – عندما $E<E_F$

فعندما $(T \to 0°K)$ فإن $e^{(E-E_F)/kT} \to 0$ ونحصل $F_{FD}=1$.

ففي هذه الحالة ، تكون جميع حالات الطاقة **مملوءة** .

٢ – وعندما $E<E_F$

فإن : $e^{(E-E_F)/kT} \to \infty$ ونحصل على : $F_{FD}=0$.

ففي هذه الحالة ، تكون جميع حالات الطاقة **فارغة** .

٣ – وعندما $E=E_F$

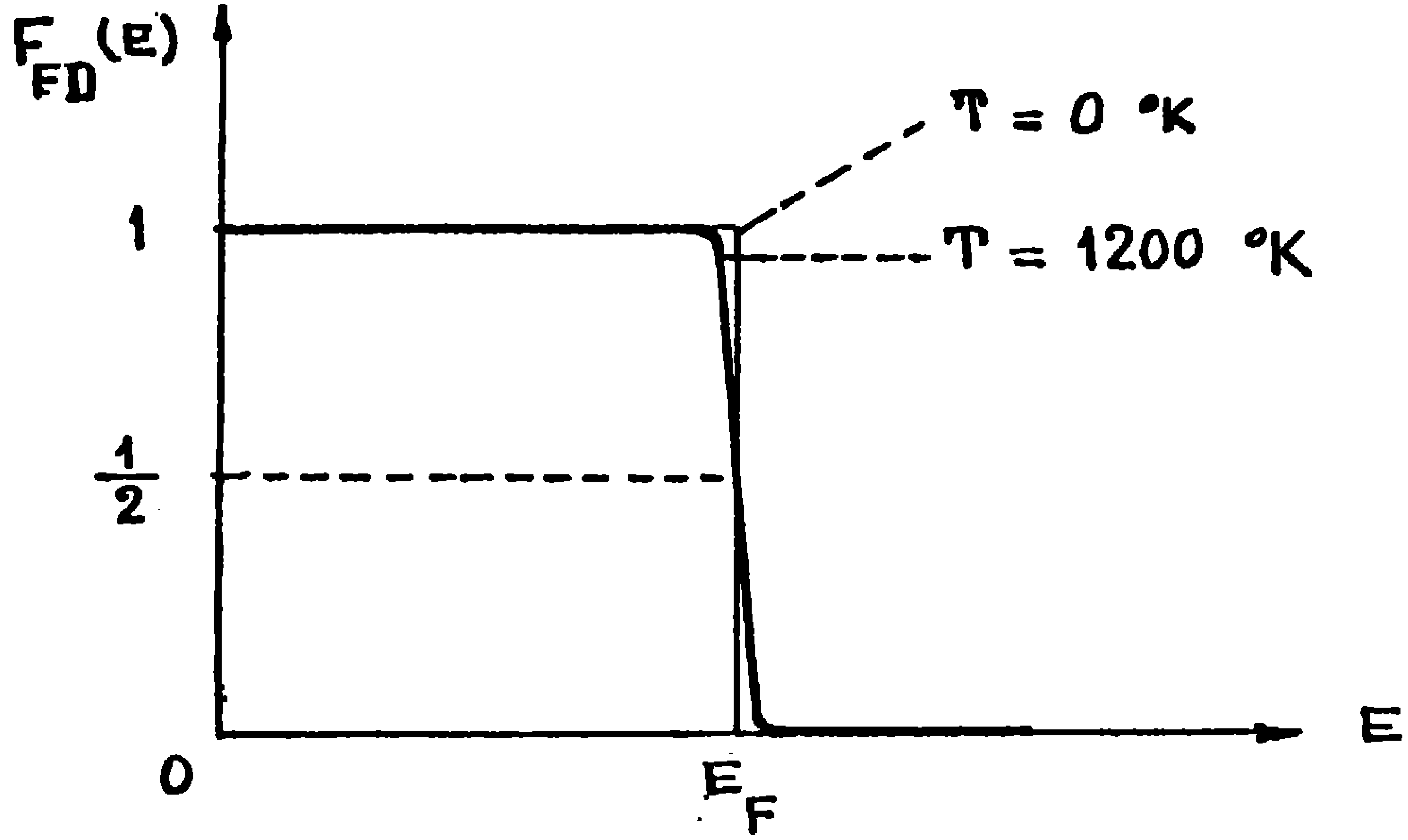
فإن : $e^{(E-E_F)/kT} \to 1$ ، ونحصل على : $F_{FD}=\frac{1}{2}$

وفي هذه الحالة يّكون لجميع حالات الطاقة احتمال (50%) لأن تكون مملوءة ، ويمكن استخدامها أيضا لتعريف طاقة فرمي (E_F) كما يلي :

إن طاقة فرمي (E_F) هي الطاقة التي يكون احتمال ملء حالةٍ مامن أجلها مساوياً $\left(\frac{1}{2}\right)$ ، أو بتعبير آخر ، هي الطاقة التي يكون عامل فرمي من أجلها مساوياً $\left(F=\frac{1}{2}\right)$.

b) – أما من أجل درجات حرارة أكبر من الصفر المطلق كأن تكون مساوية مثلاً $T=1200\,(°K)$ ، فإن عامل فرمي (F) يتغير تغيراً قليلاً عما في الحالة (a) حيث $T=0\,(°K)$.

ويمكن عد $F(T=0) \approx F(T=1200°K)$ ، كما يوضح ذلك الشكل (4) .



الشكل (4)

تحولات تابع احتمال فرمي – ديراك بدلالة الطاقة (E) من أجل حالتين من درجات الحرارة : من أجل T = o (°K) ، ومن أجل : T = 1200 (°K) ، ومن أجل ($E < E_F$) التي تكون الحالات من أجلها مملوءة ، يكون ($F_{FD} = 1$) . ومن أجل ($E = E_F$) ، يكون $\left(F = \frac{1}{2}\right)$ أي توافق حالة لها احتمال (50 %) في أن تكون مملوءه .

ولمعرفة كيف يخصّص تابع تابع الاحتمال F_{FD} (E) توزيعاً ما على الالكترونات وهي في حالات مختلفة من الطاقة ، علينا أن نستخدم كثافة الحالات الممكنة g (E) عن طريق الجداء التالي : g (E) .F (E) لهذين التابعين والذي يمثل كثافة الحالات المملوءة والتي نرمز n_o (E) أي :

$$n_o(E) = g(E).F(E)$$

حيث :

$$g(E)=\frac{(2m)^{3/2}}{2\pi^2\hbar^3}E^{1/2}$$

وهي كثافة الحالات الممكنة الواردة في المعادلة (22) .

وحيث :

$$F(E)=\frac{1}{e^{(E-E_F)/kT}}$$

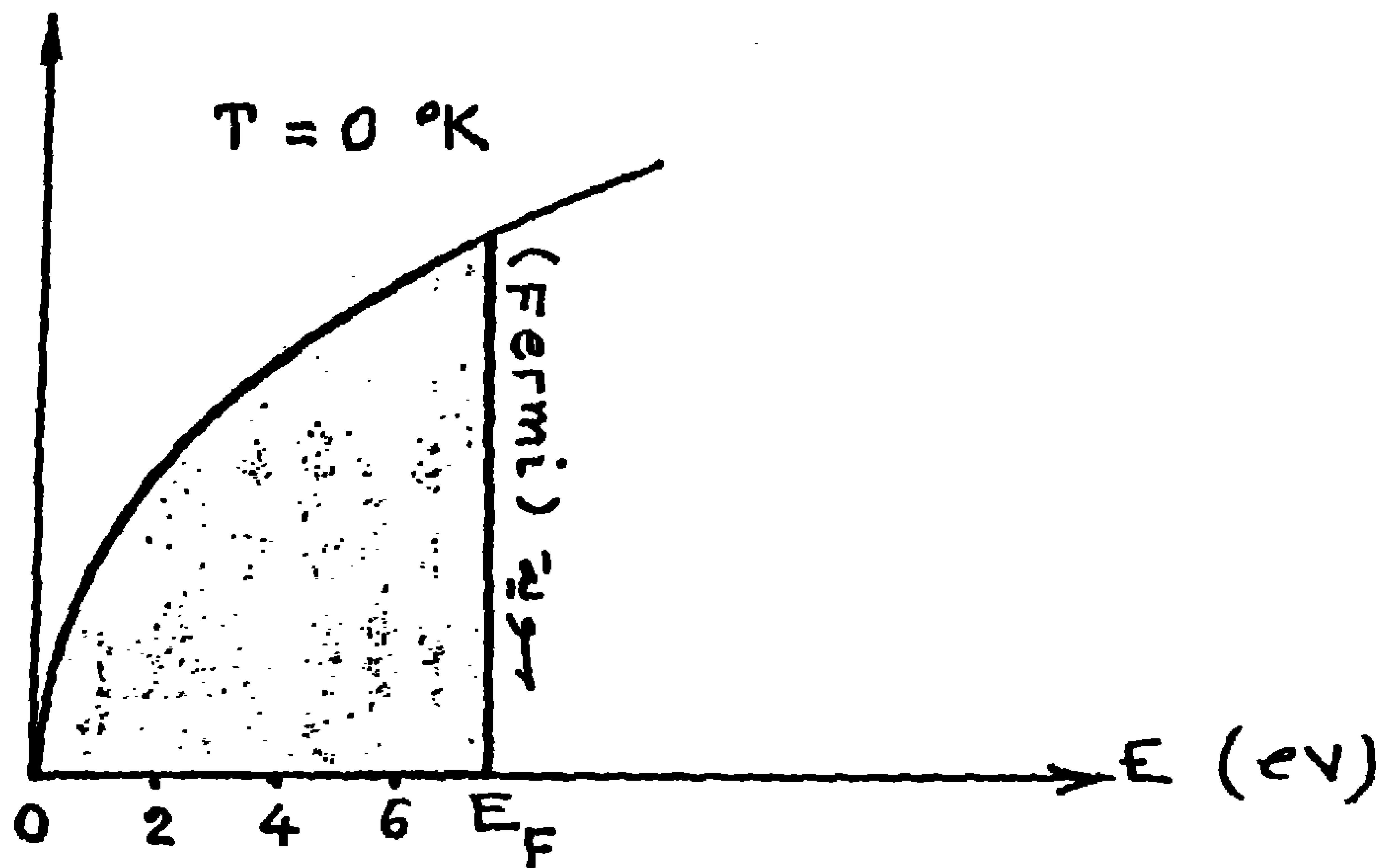
وهو تابع احتمال فرمي - ديراك الوارد في المعادلة (27) .

ومنهما نجد :

$$n_o(E)dE=g(E)F(E)dE=\left(\frac{(2m)^{3/2}}{2\pi^2\hbar^3}\right)\frac{E^{1/2}.dE}{e^{(E-E_F)/kT}+1} \quad \dots (26)$$

حيث : $n_o(E)\,dE$ يمثل عدد الالكترونات في واحدة الحجم من أجل طاقة محصورة في المجال (E) و (E + dE) وهي في حالة توزان حراري في درجة الحرارة (T) .

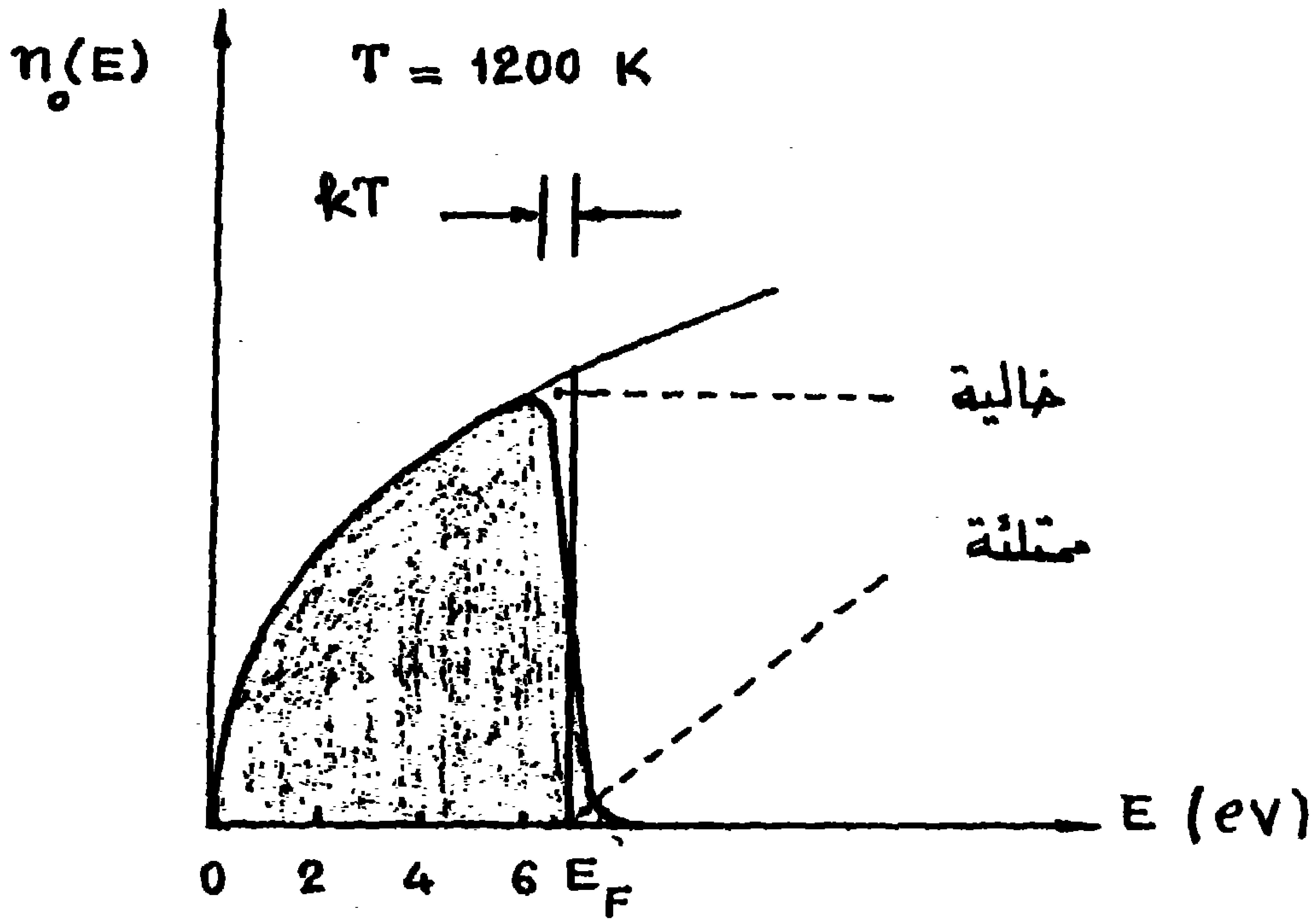
يوضح الشكل (5) تحولات كثافة الحالات المملوءة في درجة الحرارة T = o (°K): $n_o(E)$ بدلالة (E) ونلاحظ أن جميع الحالات تكون مملوءة فيه حتى طاقة (Fermi) ، (E_F) .



الشكل (5)

تحولات كثافة الحالات (E) n_0 بدلالة الطاقة (E) في درردجة الحرارة
T = o (°K)

ويوضح الشكل (6) تحولات كثافة الحالات في درجات الحرارة العالية ، كدرجة الحرارة : T = 1200 (°K) وهي درجة حرارةٍ أدنى بقليل من درجة حرارة انصهار النحاس ، ويلاحظ بصورة عامة أنه في درجات الحرارة العالية ، يتوهج المعدن من أجلها . ويوضح الشكل (6) تغيرات الكثافة في جوار سوّية فرمي ، ونجدها تختلف أختلافاً ضئيلاً عما رأيناه في الشكل (5) من أجل درجة الحرارة T = o (°K)



الشكل (6)

تحولات كثافة الحالات (E) n_o (E) بدلالة الطاقة (E) في الدرجة T = 1200K من أجل الغاز الالكتروني في النحاس ، ويمثل المقدار (kT) طاقة (Fermi) في تلك الدرجة .

ونلاحظ في الشكل (6) ، أن عدداً ضئيلاً من الكترونـات ينتقـل مـن سـويةٍ أدنى من السوية (Fermi) بقليل ، إلى سويةٍ أعلى منها بقليل .

- هذا وتزداد طاقة الالكترونات الوسطية ازدياداً صغيراً عندما تـزداد درجـة الحرارة من : T = O (°K) إلى T = 1200 (°K) ، ويختلف هذا الوضع عما هو الحـال في غاز مثالي حيث تزداد طاقة الغاز الحركية ازديـاد كبيراً بازديـاد درجـة حرارتـه . (T)

أمـا طاقـة فرمـي (E_F) ، فتسـاوي طبقـاً للمعادلـة (24) في الدرجـة : T = 1200(°K)

$$E_F = kT = 8,62.10^{-5} \text{ (ev/°K) } . (1200 \text{ °K }) \approx 0,1 (\text{ev})$$

ويكتسب الالكترون طاقة حرارية من رتبة (ev) 0,1 في درجة (°K) 1200 ، من جراء اصطداماته المتتالية ضمن الشبكة البلورية للمعدن ، إلا أن الالكترونات ، طبقاً لمبدأ (Pauli) ، تكون لها طاقة أكبر من هذا المقدار بكثير ، فمن أجل النحاس مثلاً ، تكون هذه الطاقة مساوية $E_F \approx 7(ev)$.

ونجد في الشكل (6) أيضاً ، أن الالكترونات التي تجاور قمة توزيع الطاقة تتحرض حرارياً في درجات الحرارة العالية : (°K) 1200 ، وبالتالي تنتقل إلى حالات من الطاقة أعلى بقليل من حالاتها الأصلية .

مسألة محلولة (1) :

احسب في معدن النحاس ١ – الطاقة الوسطية للالكترونات علماً أن طاقة فرمي $E_F = 7\,(ev)$. ٢ – سرعة الالكترونات في سوية (Fermi) (والتي تسمى سرعة (Fermi) : (V_F) . علماً أن $mc^2 = 0{,}511\ (Mev)$

$C = 3.10^{+8}\ (m.s^{-1})$

الحل :

١ – أن الطاقة الوسطية للاكترونات تساوي : $\bar{E} = \frac{3}{5}\ E_F$

نعوض عددياً :

$$\bar{E} = \frac{3}{2}\ \left(7\ \ ev\right) = 4{,}2\ \ (ev)$$

٢ – لما كانت الطاقة الكامنة (U) معدومة في المعدن في (U = O) ، فإن الطاقة الكلية (E) تساوي الطاقة الحركية : $\left(\frac{1}{2}\ \ mv^2\right)$ في سوية فرمي أي تساوي (E_F) .

$$E_F = \frac{1}{2} mv^2$$

ومنه :

$$v^2 = 2E_F / m = \frac{2E_F.C^2}{mC^2}$$

نعوض عددياً :

$$v = \sqrt{\frac{2(7 \ ev) \ (3.10^{+8})^2}{0{,}511.10^{+6} (ev)}}$$

$$v_F = 1{,}57.10^{+6} \ (m/s)$$

وهي تساوي سرعة (Fermi) في النحاس : (V_F)

الطاقة الوسطية $(\overline{E})$:

لنعين الطاقة الحركية الوسطية للالكترون في غاز (Fermi) المؤلف من عـددٍ من الالكترونات مقداره (N) الكتروناً وهي في درجة الصفر المطلق (°K) T = o .

ولنستخدم كثافة الحالات g (E) في العلاقة (22 ′) كما يلي :

$$\overline{E} = \frac{1}{N} \int E.dn_E = \frac{1}{N} \int_0^{E} E.F_{FD}.g(E)dE$$

حيث : $g(E)dE = \frac{(2m)^{3/2} V}{2\pi^2 \hbar^3} E^{1/2}$ من العلاقة (22 ′) وهنا لم نأخذ كثافة الحالات في واحدة الحجوم .

وحيث : $F_{FD} = \frac{1}{e^{(E-E_F)/kT}+1}$ ... هو تابع احتمال فرمي ديـراك لنعـوض في العلاقة الأولى ولنكامل من (E = o) حتى السويات المملوءه ($E = E_F$) .

$$\overline{E} = \frac{(2m)^{3/2}.V}{2\pi^2.\hbar^3.N} \int_0^\infty \frac{E^{3/2}.dE}{e^{(E-E_F)/kT}+1}$$

وفي درجة الحرارة (T = o (°K نحصل على :

$$\overline{E} = \frac{(2m)^{3/2} V}{2\pi^2 \hbar^3 N} \int_0^{E_F} E^{3/2}.dE$$

$$\overline{E} = \frac{(2m)^{3/2} V}{2\pi^2 \hbar^3 N} \left(\frac{2}{5} E_F^{5/2}\right)$$

ولنعوض في هذه النتيجة قيمة (E_F) من المعادلة (25) التالية :

$$E_F = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2m}\left(\frac{3N}{\pi V}\right)^{2/3}$$

فنحصل بالاختصار على التالية في الدرجة (T = o (°K :

$$\overline{E} = \frac{3}{5}\ E_F \qquad \text{... (27)}$$

... (الطاقة الوسطية)

أي أنه في الدرجة (T = o (°K ، يكون للالكترونـات طاقـة حركيـة وسـطية ($\overline{E}$) تتعين تماماً عند معرفة طاقة (Fermi) : (E_F) .

مسألة محلولة (2) :

تُعطى كل من الطاقة (Fermi) للفضـة (Ag) في الدرجـة (T = o (°K :

E_{Fo}=5,5 (ev) ، وعمل الاقتلاع ϕ = 4,6 (ev) .

والمطلوب : احسب قيمة الكمون الكهراكدي الوسطي (U) الذي تخضع إليه الالكترونات الحرّة في معدن الفضة .

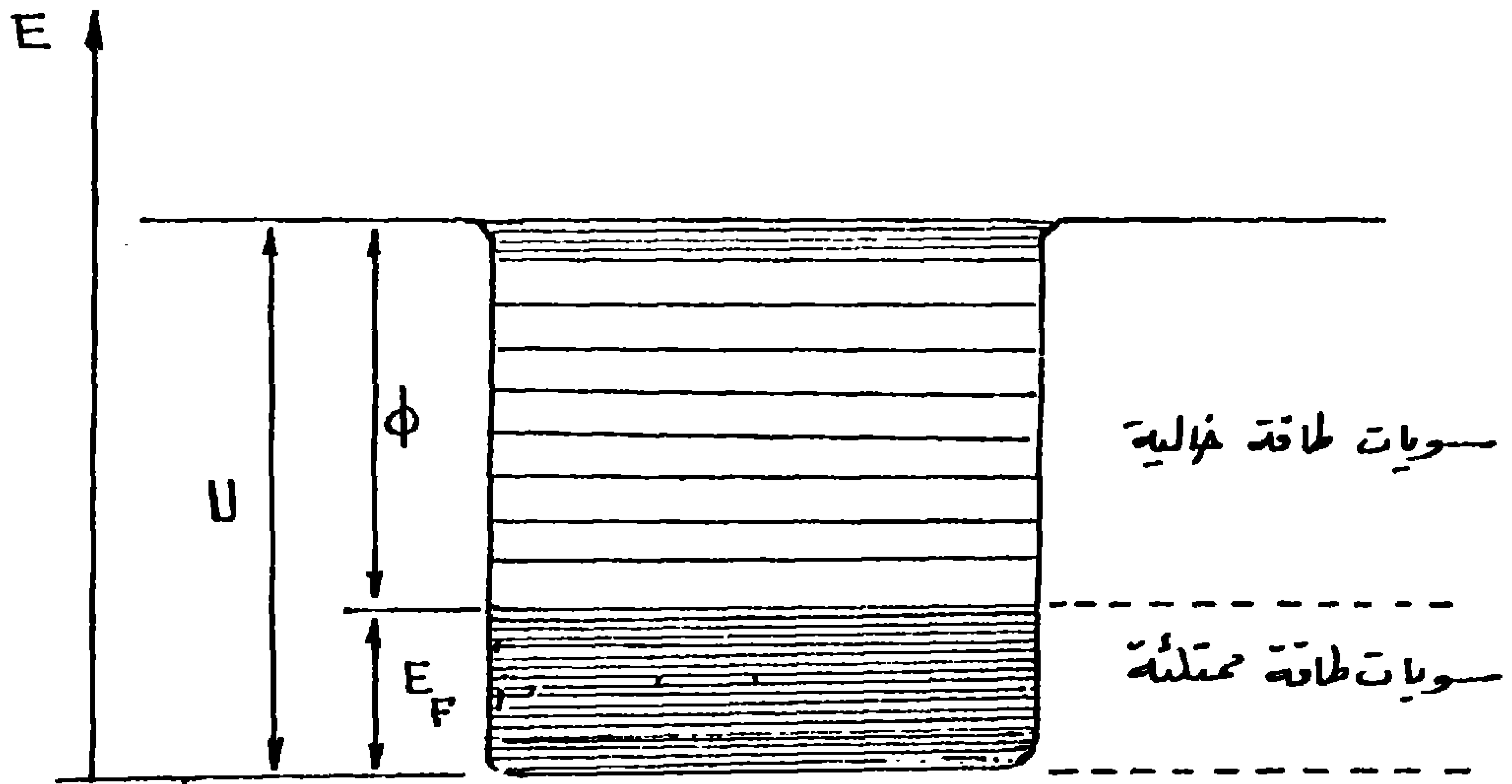
الحل :

نعلم أن عمل الاقتلاع (ϕ) هي الطاقة الصغرى المبذولة لأقتلاع الكترون من مادة ما .

وأن الالكترونات المقتلعة هي تلك التي تكون طاقتها الحركية عظمى ، أي تساوي طاقة (Feimi) ، (E_{Fo}) في الدرجة ($T = O(°K)$.

فمن أجل الكترون واقع في عملية ، الشكل (1) ، تكون العلاقة بين الطاقات الثلاثة

$$U = E_{Fo} + \Phi$$



نعوض عددياً : $U = 5,5\ (ev) + 4,6\ (ev)$

$$U = 10,1\ (ev)$$

ولما كان $(E_F \approx E_{F_0})$ فإن طاقة فرمي في الدرجة العادية $T = 300\ (°K)$ تكون مساوية طاقة فرمي في درجة الصفر المطلق :

وتفسر لنا هذه النتيجة لماذا يكون عمل الاقتلاع في معدن ما مستقلاً عن درجات الحرارة .

نظرية المناطق في الأجسام الصلبة

النواقل – العوازل – أنصاف النواقل

سنستخدم فيما يلي نموذجاً مبسطاً للغاز الالكتروني يستطيع أن يتنبأ بصورة جيدة عن الخصائص الكهربائية والحرارية للأجسام الصلبة وأن نميز بين الأجسام الناقلة وبين الأجسام العازلة وبين أنصاف النواقل . كما أنه يستطيع أن يفسر الاختلاف الشاسع بين قيم الناقليه الكهربائية النوعية (Resistivité) ففي كلٍ من العوازل الجيدة والنواقل الجيدة (إذ تكون نسبة ناقليتهما الكهربائية النوعية كبيرة للغاية ومن رتبة 10^{+30}) . هذا وان دراسة نظرية المناطق دراسة كمية دقيقة ، تتطلب استخدام الميكانيك الكوانتي ، ولكن مع ذلك يمكن استخدام تقريبين في تلك النظرية هما :

١ – نظرية (Bloch) عام (1928) التي تفيد بأن الكترون التكافؤ لا يخضع في حركته ضمن البلورة المعدنية إلى كمونٍ ثابت .

٢ – نظرية كلٍ من (Heiler) و (London) عام (1927) ، التي تأخذ في الحسبان التغيرات التي تعانيها التوابع الموجية للالكترون ، عند الانتقال من حالةٍ تكون فيها الذرات منفردة ومنعزلة ، إلى حالةٍ أخرى تتجمع فيها هذه الذرات لتؤلف جسماً بلورياً صلباً .

– هذا وتعد البلورة نموذجية ، عندما تترتب نويات ذراتها في صفوف هندسية منتظمة . أما عدد الكتروناتها ، فهو ذلك الذي يجعل البلورة بكاملها معتدلة الشحنة الكهربائية . وإن الالكترونات في البلورة على نوعين :

١ - **الكترون داخلي** يرتبط مع نواةٍ معينة منفردة ويبقى مرتبطاً بها دائماً .

٢ - **الكترون خارجي** ، وهو **الكترون التكافؤ** ، وهو يرتبط مع أية نواة من نويات الشبكة البلورية ارتباطاً ضعيفاً ، وبالتالي يكون حرّ الحركة بالانتقال من نواةٍ إلى أخرى فيها ، بحيث يشمل هذا الانتقال كامل البلورة (أي دون أن يقتصر انتقاله على نواةٍ أو نوايات معينة) ، وبصورة أدق ، إن الكترون التكافؤ هذا يخضع في انتقاله إلى كمون كهربائي دوريّ (أي إلى كمون دوري مؤلف من تكرار للكمون الوارد في الشكل (1) ، وهو من الشكل الوارد في الشكل (5)) وينجم هذا الكمون عن حقل النويات الثابتة في البلورة من جهة وعن حقل الالكترونات المجاورة له من جهة أخرى .

ويبين الشكل (1) بئر كمون كولومبية لا متناهية عمقاً ذات ثلاثة أبعاد ، فهي دوارنية ومتناظرة بالنسبة للمحور (OU) وهي بئر كمون مغزلية دون قعر ولها حواف على شكل قطع زائد .

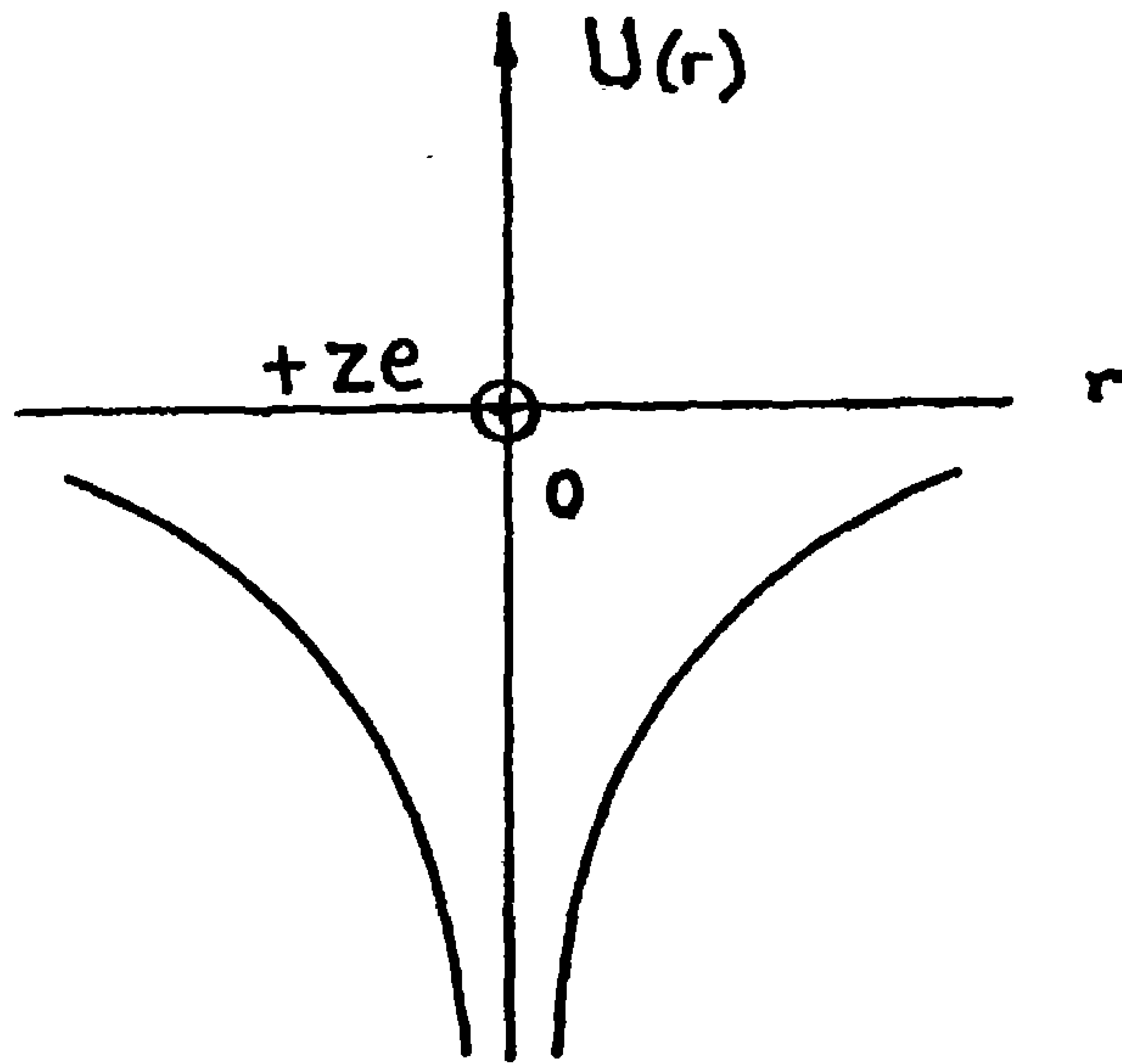
وهو معين بالمعادلة التالية :

$$U(r) = \frac{-kze^2}{r}$$

حيث : $(k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0})$ ثابت ، (ze +) هي شحنة الايون الموجب ، أي شحنة نواة الذرة أن تجاذب الايون الموجب (ze +) والالكترون السالب (e-) ، يخضعان إلى قانون كولون . فإن لم يكن ثمة أي تأثير متبادل بينهما غير التأثير الناجم عن قانون كولون ، فإن الطاقة الكامنة بينهما تساوي U (r) المعطاة بالمعادلة (1) . ، فإذا استخدمنا U (r) في معادلة (Schrödinger) المستقلة عن الزمن التالية :

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m}\overline{\nabla}^2 + U(r)\right]\psi(r) = E\psi(r) \qquad \dots (2)$$

حصلنا على حلول (E) هي سلسلة من الطاقات المنفصلة (كما رأينا ذلك في بحث الهيدروجين و في بحث الذرات متعددة الالكترونات) وتشكل هذه الطاقات لكل ذرة منفردة ومنعزلة ، طيفاً منفصلاً يتألف من سويات طاقة منفصلة تتعين بالحالات الكوانتية التالية (... ، 4S ، 3P ، 2P ، 2S ، 1S) .



الشكل (1)

تحولات الطاقة الكامنة (U(r) بدلالة (r) ، البعد بين الالكترون ونواة الذرة ، وهو بئر كمون مغزلية دون قعر (لها حواف على شكل قطع زائد) دورانية ومتناظرة بالنسبة بالنسبة للمحور(OU) .

فمن أجل ذرة الصوديوم مثلاً ($_{11}Na$) الذي يحتوي على (11) الكترونـاً ، والذي يتميز بالتمثيل الكوانتي التالي ($1S^2 2S^2 2P^6 3S^1$) وهو في حالته الأساسية ،

نجد أن سويات طاقته التالية ($1S^2 2S^2 2P^6$) ممتلئة بالكامل بالالكترونات طبقاً لمبدأ (Pauli) وحتى السوية ($3S^1$) التي لا تحتوي إلا على الكترون واحد ، وهو الكترون التكافؤ في ذرة الصوديوم ، (علماً أن السوية (3S) تستوعب عادةً الكترونين) ، فنقول إن هذه السوية ($3S^1$) هي **نصف ممتلئة** .

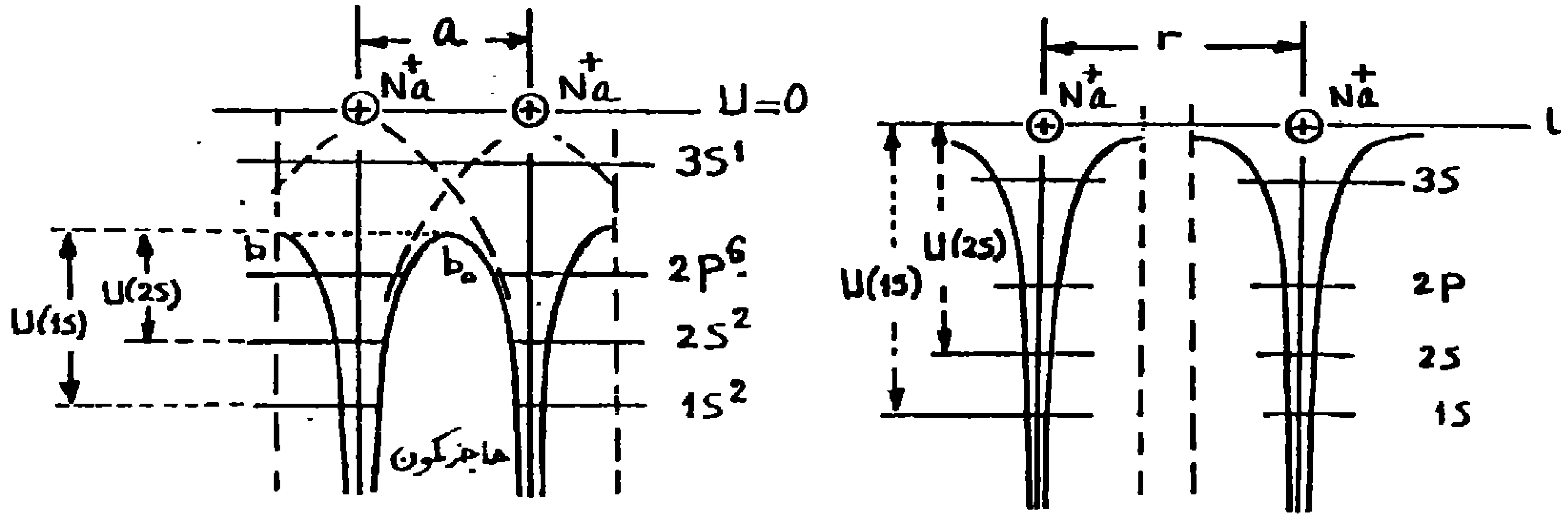
لنفرض أن الجسم الصلب مؤلف من مجموعة منعزلة (منفردة) من ذرات ، (أي لايوجد أي تأثير متبادل فيما بينها) ، فيكون لكل ذرة منعزلة منها ، جملة خاصة من سويات الطاقة المنفصلة التي تكون مماثلة للسويات التي للذرات الأخرى.

والتي تكون ممتلئة بالالكترونات عندما تكون الذرة في حالة طاقتها الدنيا ، أي في حالتها الأساسية . ولكن يمكن تحريض بعض الالكترونات إلى بعض سويات الطاقة العليا وان الالكترونات التي تساهم في هذا التحريض والتي تشغل حالات عليا من الطاقة يطلق عليها اسم الكترونات التكافؤ .

١ - لنجمع ذرتين من ذرات الصويوم ($_{11}Na$) المنفردة والمنعزلة والواقعة في بئر كمون مغزلية طبقاً للشكل (1) ، ولتكن المسافة بين نواتيهما (r) أكبر من ثابت الشبكة البلورية لبلورة الصوديوم ($r > a \approx 4{,}4\ A^\circ$) ، الشكل (3) ، فإن لم يكن بينهما أي تأثير متبادل

فإن سويات الطاقة فيهما تكون متماثلة ، أما الفراغ الواقع بين البئرين ، فيؤلف حاجزاً كمونياً بينهما ، عرضه (قاعدته) يساوي (r) ، وارتفاعه يتوقف على بعد السوية التي يشغلها الكترون ما فيها عن السوية ($U = O$) ، وليس لارتفاع حاجز الكمون القيمة نفسها بالنسبة للأكترونات التي تشغل سويات مختلفة ، فمن أجل الكترون السوية (IS) يكون ارتفاع حاجز الكمون بالنسبة إليه مساوياً بعد

سويته عن السوية (U = O) في الشكل (2) ويساوي بعد سويته عن ارتفاع حاجز الكمون ، أي عن السوية (bb_o) في الشكل (´3) .



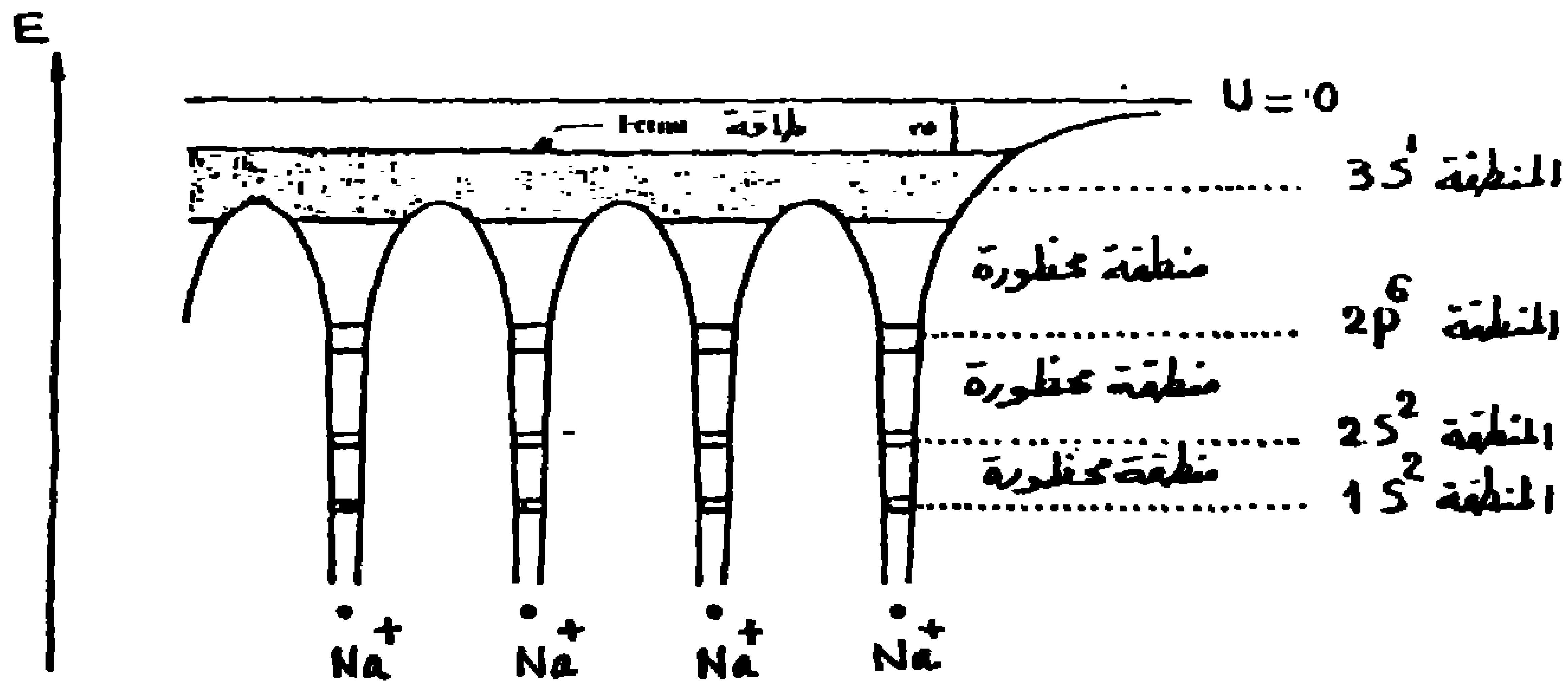
الشكل (3)
الشكل ذرتان مرتبطان في البلورة الصوديوم r = a حيث : (a) هو ثابت الشبكة البلورية . (A°) 4,4 ≈

الشكل (2)
ذرتان منعزلتان من ذرات الصويوم : المسافة بينهما) r > a)

ولنرمز لهذا البعد بـ : U (1S) ، أما ارتفاع حاجز الكمون بالنسبة لالكترون السوية (2S) فيساوي : بُعد سويته (U = O) أي هو U (2S) .. وهكذا حتى نصل إلى الكترون السوية (3S) في ذرة الصوديوم ، فيكون ارتفاع حاجز الكمون بالنسبة إليه مساوياً U (3S) . إن هذه الحواجز المختلفة للكمون ، تمنع الالكترونات الخاضعة لها من الانتقال بحرية من ذرة لأخرى .

٢ - لنفرض الآن أن ذرتي الصوديوم السابقتين ، قد اقتربتا من بعضهما حتى أصبح البعد بينهما مساوياً تماماً قيمة الثابت البلوري للصويوم ($_{11}Na$) وهو :

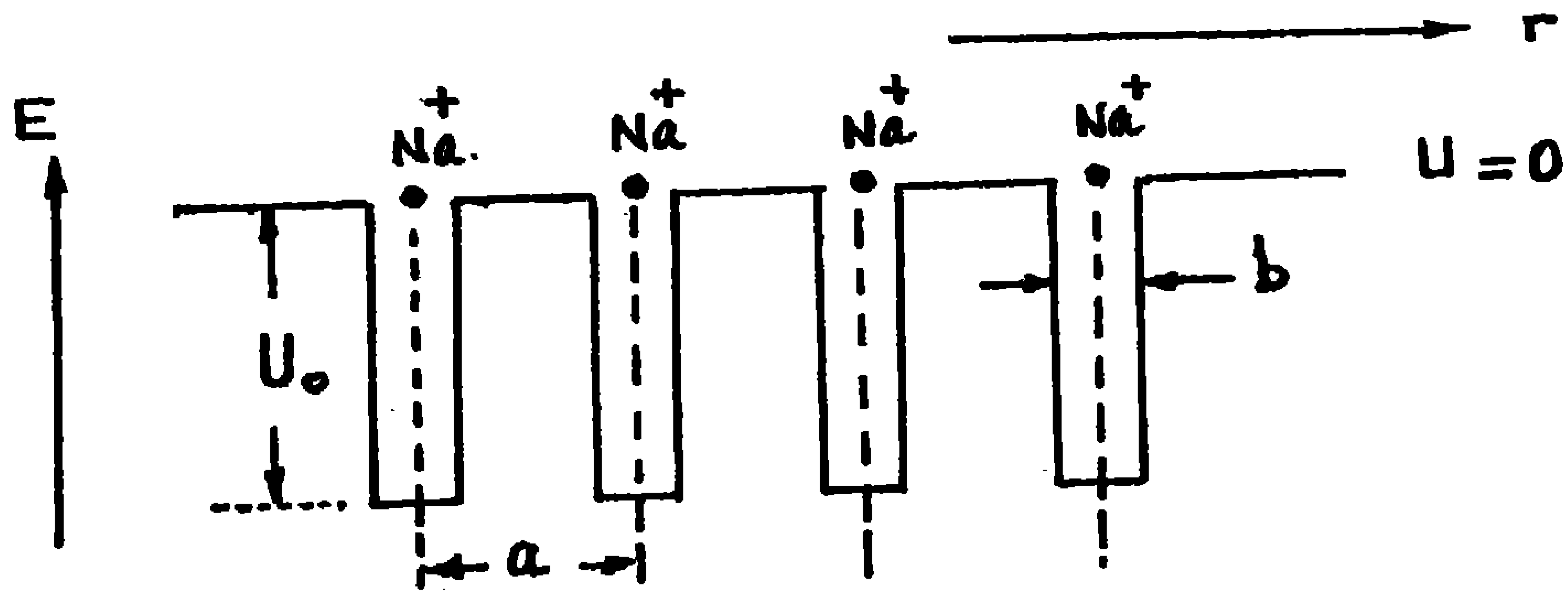
($r = a \approx 4,4\ A^{\circ}$) (وهـي المسـافة الطبيعيـة بـين ذرتـين متتـاليتن في شـبكة بلـورة الصويوم) ، كما في الشكل (3) ، فيحصـل بينهمـا تأثـير متبـادل (يسـاوي تمامـاً التأثير المتبادل الحاصل بين ذرتـين متتـاليين في الشـبكة البلوريـة لمعـدن الصوديـوم) ونجد ، في الشكل (4) ، أن الكترونات التكافؤ ($3S^1$) في ذرة الصويـوم ، تقـع في الأعلى خـارج أي تأثـير لحواجـز الكمـون فتتحـرك بحريـةٍ كاملـة متنقلـة مـن ذرة لأخرى، لهذا يطلق عليها أسم **الالكترونات الحرّة** ، كما يطلق علـى مجمـوع هـذه الالكترونات الحرّة ، أسم **الغاز الالكتروني** ، هذا وأن هذه الالكترونات الحرة الـتي تشغل المنطقة العليا ($3S^1$) تنتهي بسوية طاقة (E_F) **هي سوية (Fermi)** .



الشكل (4)

– كمون دوري مؤلف من أربعة آبار كمونية مغزلية في بلورة الصوديوم ($_{11}Na$)

– المناطق في الشبكة البلورية ويفصل مابينها مناطق محظورة خالية من الالكترونات .



الشكل (5)

- كمون دوري مؤلف من أربع آبار كمونية تربيعية محدودة - ثابت الشبكة : $a \approx 4,4\ (A^{\circ})$.

حيث (b) عرض قاعدة الكمون ، (U_0) عمق بئر الكمون ، $b.U_0$ = مقداراً ثابتاً = سطح البئر الواحدة .

كما هو واضح في الشكل (4) الذي يمثل الكمون الدوري في بلورة الصوديوم ، وهذا الكمون مؤلف من أربع آبار كمونية مغزلية ، أما الشكل (5) فيمثل كموناً دورياً مؤلفاً من أربع آبار كمونية تربيعية محدودة ضيقة والتي إذا ما استخدمت في معادلة (Schrodinger) أدى ذلك إلى قيم منفصلة للطاقة مماثلة لما ذكرنا من أجل طيف الطاقات المنفصلة باستخدام الكمون المغزلي . ويميز بئر الكمون التربيعية المحدودة بأن لها قاعدة ضيقة (b) ولها عمق يساوي (U_0) بحيث عندما ($b \to o$) فإن ($U_0 \to \infty$) ، وبحيث يكون الجداء التالي :($b.U_0$) ثابتاً ويساوي سطح البئر الواحدة .

ونلاحظ في الشكل (4) ، أن كل منطقة من المناطق التالية في بلورة الصوديوم :($1S^2\ 2S^2\ 2P^6$) **ممتلئة** بالالكترونات ، بينما تكون المنطقة الأخيرة وهي: ($3S^1$) **نصف ممتلئة** ، لأن كل سوية ($3S^1$) من سويات الطاقة في الذرة ($_{11}Na$) تحتوي على الكترون واحد . أما ماتبقي من سويات ذات طاقة أعلى ، **فتكون خالية** .

وتسمى المناطق التي لا تحتوي على الكترونات والتي تتواجد بين النـاطق في الشكل (4) ، مناطق **محظورة** (gaps) . أما الكمية (eϕ) فتمثـل أدنـى طاقـة ممكنـة لاقتلاع الكترونٍ من المعدن ، حيث (ϕ) هو **تابع العمل** في معدن البلورة .

ملاحظة – لقد فرضنا في النموذج السابق ، أن الالكترون حرّ في المعدن مـن أجل طاقة كامنة معدومة (U = 0) ، وأن طاقة الالكترونات سالبة (تمامـاً مثـل ذرة الهيدروجين التي تكون طاقتها الأساسية سالبة وتساوي $E_1 = - 13,58$ (ev)) .

١ – لنجمع ذرتين معاً ، الشكل (6) ، فإن لم يكن بينهما أي تأثير متبـادل ، فإن قيمة طاقة أية سوية من سويات الطاقة تساوي تلك التي لكل ذرة منعزلة منهما مضروباً بالعدد (2) . أما بوجود تأثير متبادل بينهما ، فإن أيـة سـوية ، كـانت في السابق وحيدة ، تنقسم إلى سويتين (طبقاً لما رأيناه في بحث تشكيل جزئية H_2 مـن ذرتيها ، وذلك عندما تقترب الذرتين H من بعضها ويحصل تأثـير متبـادل بينهمـا ، فإن التوابع الموجية تتداخل وتكون النتيجة أن أية سوية كالسوية IS للذرة منهمـا ، تنقسم إلى سويتين ذات طاقتين مختلفين ، ورأينا أن ثمة حـالتين لهـذا التأثـير المتبـادل هما حالة ثلاثية (S = 1) ، وحالة أحادية (S = 0) ذات الطاقـة الدنيـا والـتي يعـود إليها ارتباط الجزيئة H_2) . ويوضح الشكلان (6) ، (7) هذا الوضع من أجل كـلٍ من السويتين (IS) و (2S) .

٢ – لنجمع الآن عدداً أكبر من الذرات ، فنجـد أن كـل سـوية تنفصـل إلى عددٍ أكبر من السويات ويوضح الشكلان (6) و (7) هذا الانفصـال في السـويات من أجل عددٍ من الذرات يساوي ستاً .

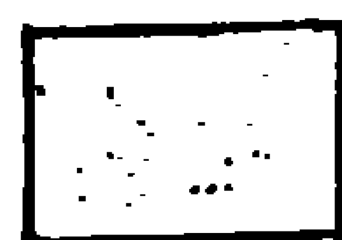
٣ – أما إذا تجمع عدد أكبر من الذرات ليؤلف جسماً صلبـاً ، وليكـن هـذا العدد (N) ذرة ومن رتبة $10^{+23}(\frac{\text{ذرة}}{cm^3})$ ، فنجـد أن كـل سـوية تنفصـل إلى عـدد

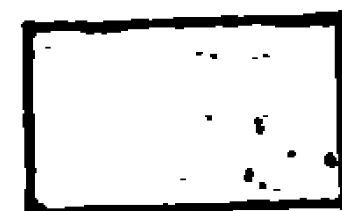
كبير جداً من السويات بحيث تصبح متراصة فتظهر وكأنها طيف متصل ، فإن المسافة الفاصلة بين سويتين متتاليتين منها صغيرة جداً ومن رتبة نسبية تساوي : . (10^{-23})

ويطلق عليها اسم منطقة (bande) . ويفصل هذه المناطق (الشكلان 6 ، 7)، فراغات لا توجد فيها سويات طاقة وبالتالي لا يوجد فيها الكترونات ، يطلق عليها أسم مناطق محظورة (gaps) .

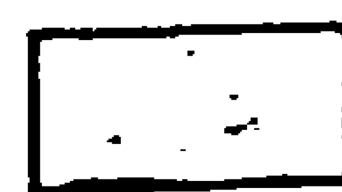
السوية	عدد الحالات	عدد الحالات
2P	6	12
2S	2	4
1S	2	4
	(a)	(b)

عدد الحالات الممكنة — عدد الحالات — عدد الحالات الممكنة

12 — 36 —  6N

4 — 12 —  2N

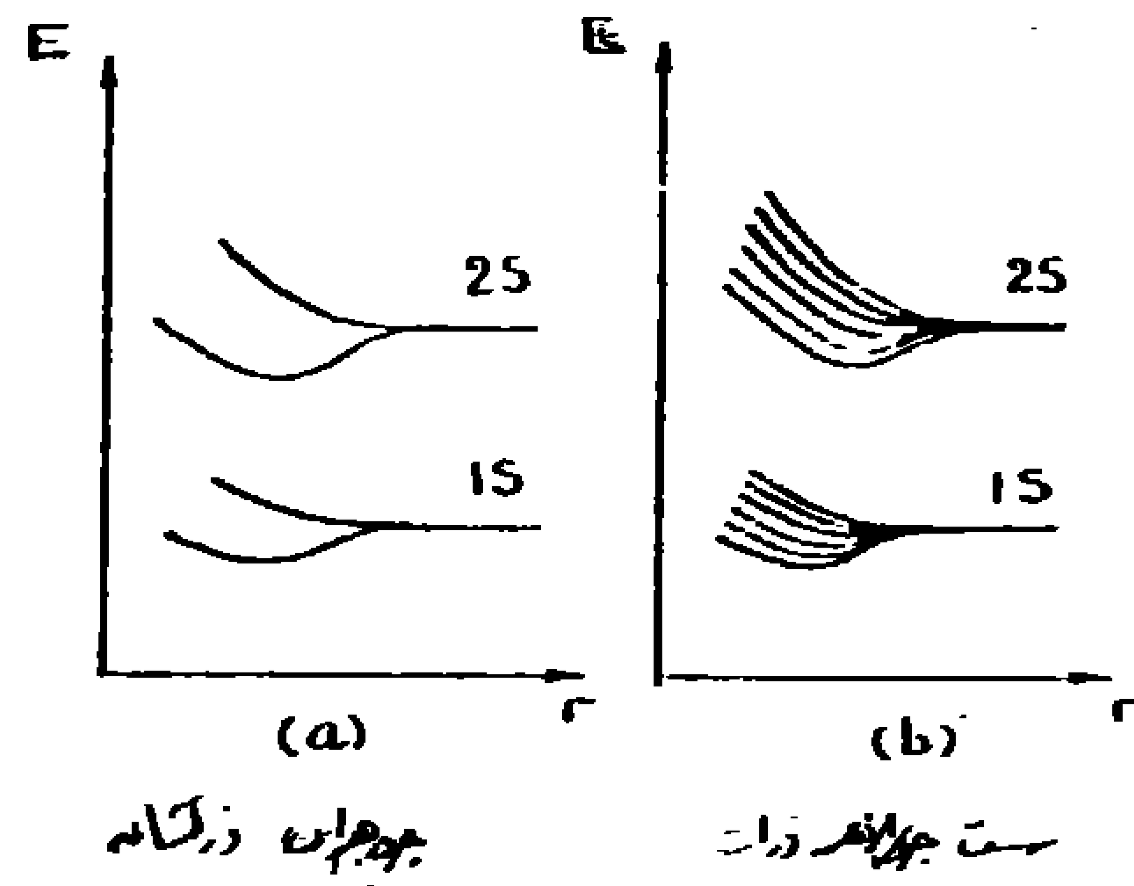
منطقة محظورة

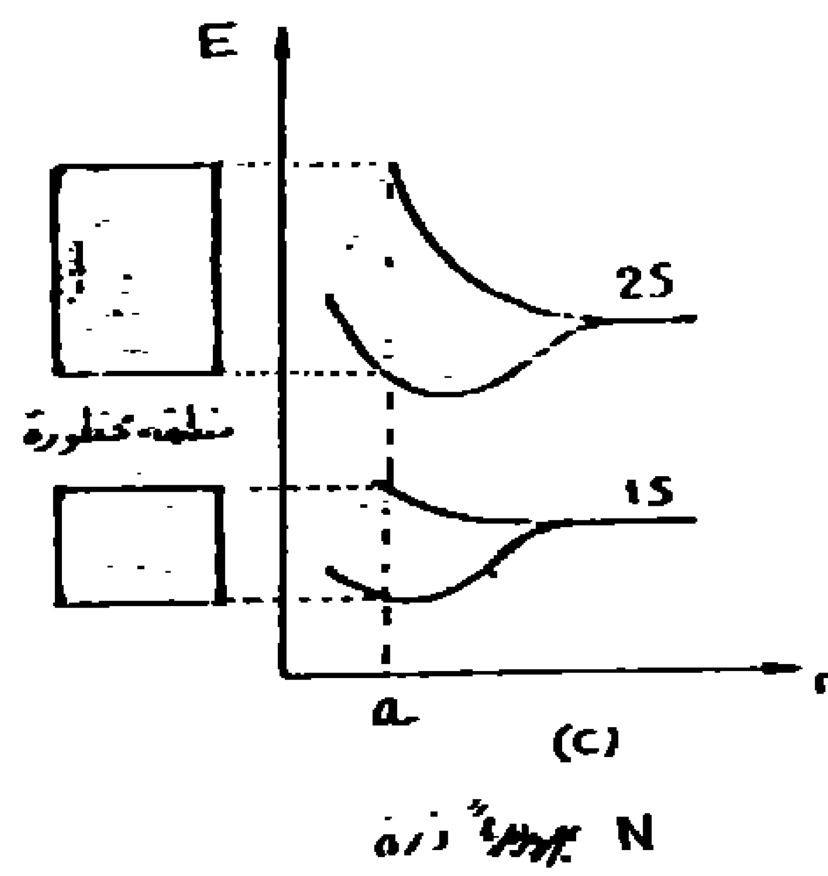
4 — 12 —  2N

(c) (d) (e)

الشكل (6)

(بوجد تأثير متبادل بينها) (بوجودتأثير متبادل) (بوجود تأثير متبادل) (بدون تأثير متبادل)





الشكل (7)

انفصال كلٍ من السويتين (1S) و (2S) إلى عدة سويات في حالة تأثير متبادل بين الذرات

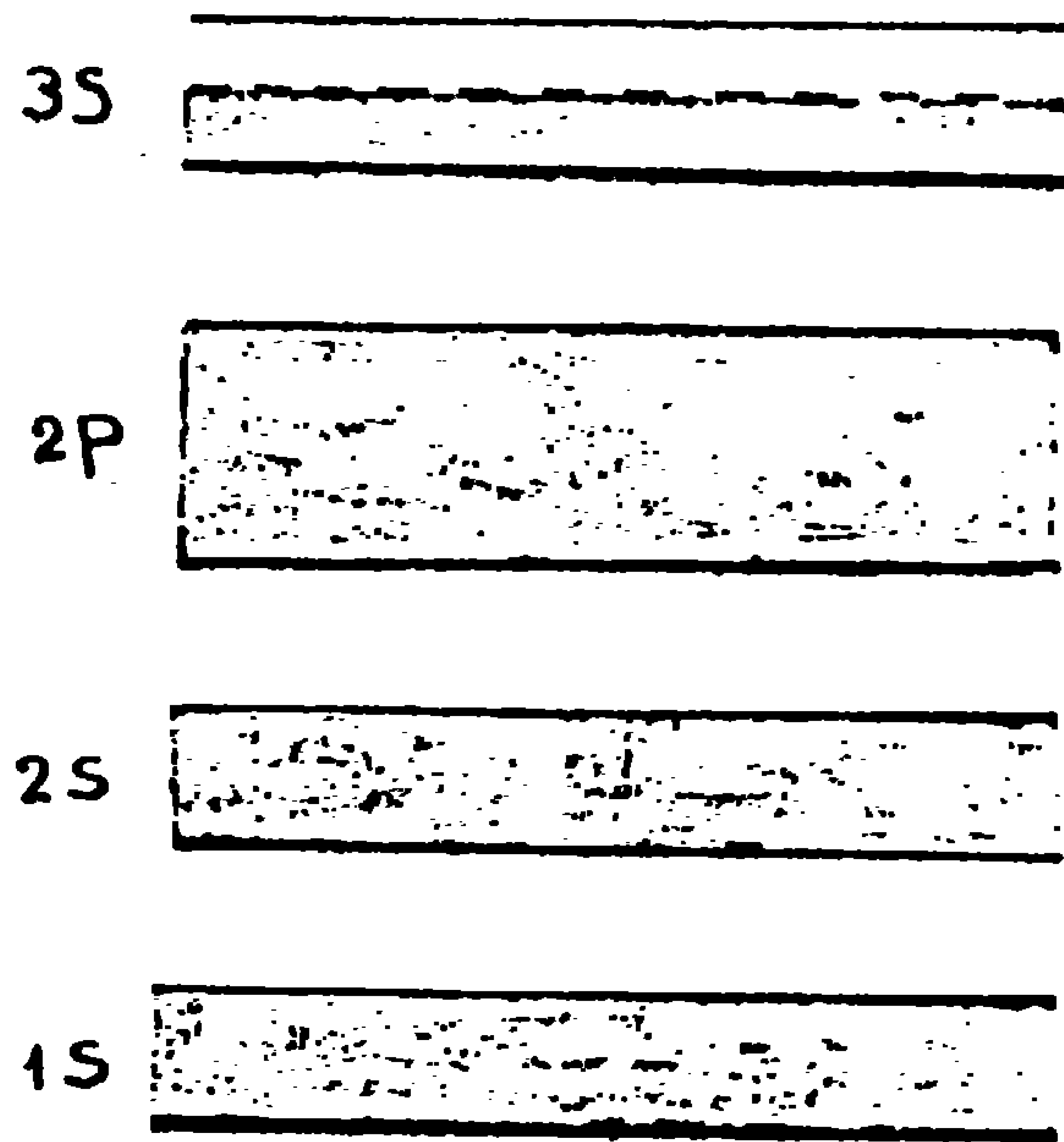
حيث : (r) هي المسافة الذرية الفاصلة التي تتناقص بإزدياد عدد الذرات

إن الالكترونات تشغل سويات المناطق طبقاً لمبدأ (pauli) ونمـلأ بهـا المنـاطق بالطريقة نفسها التي نملأ بها سويات الذرات متعددة الالكترونات .

مثال : ليكن ذرة الصوديوم ($_{11}Na$) التي تتعين بالتمثيل الكوانتي التالي :

($1S^2\ 2S^2\ 2P^6\ 3S^1$) فنجـد أن سـويات ($1S^2\ 2S^2\ 2P^6$) ممتلئـة بالكـامل بالالكترونات ، أما السـوية ($3S^1$) فهـي نصـف ممتلئـة ، علمـاً أن السـوية (3S) تستوعب الكترونين ، أحدهما له سبين إلى أعلى والآخر له سـبين إلى أسـفل ، مما يؤدي إلى وجود حالتين مختلفتين في الطاقة اختلافاً صغيراً ، فمن أجل جسم صلـب

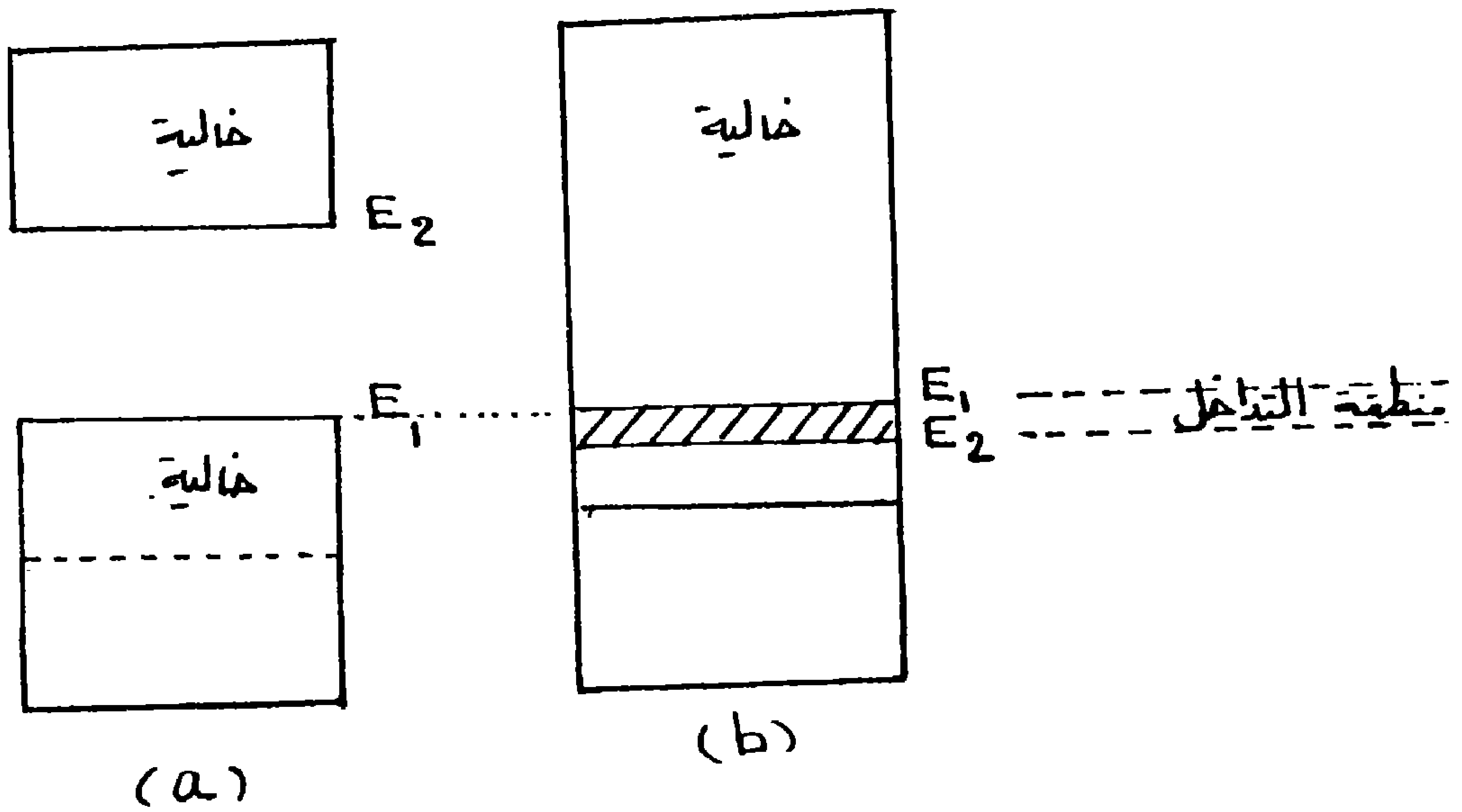
من الصوديوم يحتوي على عددٍ (N) من الـذرات ، فـإذا المنطقـة (3S) تتسـع إلى عددٍ (2N) من الالكترونات أومـن حـالات الطاقـة الممكنـة ، ولمـا كـانت السـوية ($3S^1$) تحتوي على الكترون واحدفي ذرة الصوديوم ، فإننـا نجـد ، مـن أجـل جسـم صلب يحتوي على (N) ذرة أن عدد الالكترونات في المنطقة ($3S^1$) يسـاوي (N) الكتروناً ويوجد العدد ذاته (N) مـن حـالات الخالية الممكنـة فيهـا . لهـذا نجـد أن المنطقة ($3S^1$) في بلورة الصوديوم هي نصف ممتلئة كما يوضح ذلك الشـكل (8) الذي يمثل طاقة المناطق في الصوديوم .



الشكل (8)

طاقة المناطق من أجل الصويوم ($_{11}Na$) .

إن مناطق الجسم الصلب يمكن أن تكون ممتلئة بالكامل أو ممتلئة جزئياً أو خالية ، الشكل (9) ، وتكون المنطقة العليا مأهولة بالكترونات التكافؤ ، كما هو الوضع بالنسبة (3S') في الصوديوم ، الشكل (8) ، أما المنطقة الأعلى التي تأتي بعدها مباشرة ، فهي التي تعين خصائص التاقلية في الجسم الصلب البلوري .



الشكل (9)

ناقل في حالتين : (a) – منطقة ناقلية نصف ممتلئة .

(b) – منطقتان متداخلتان تتواجد فيهما حالات خالية ممكنة .

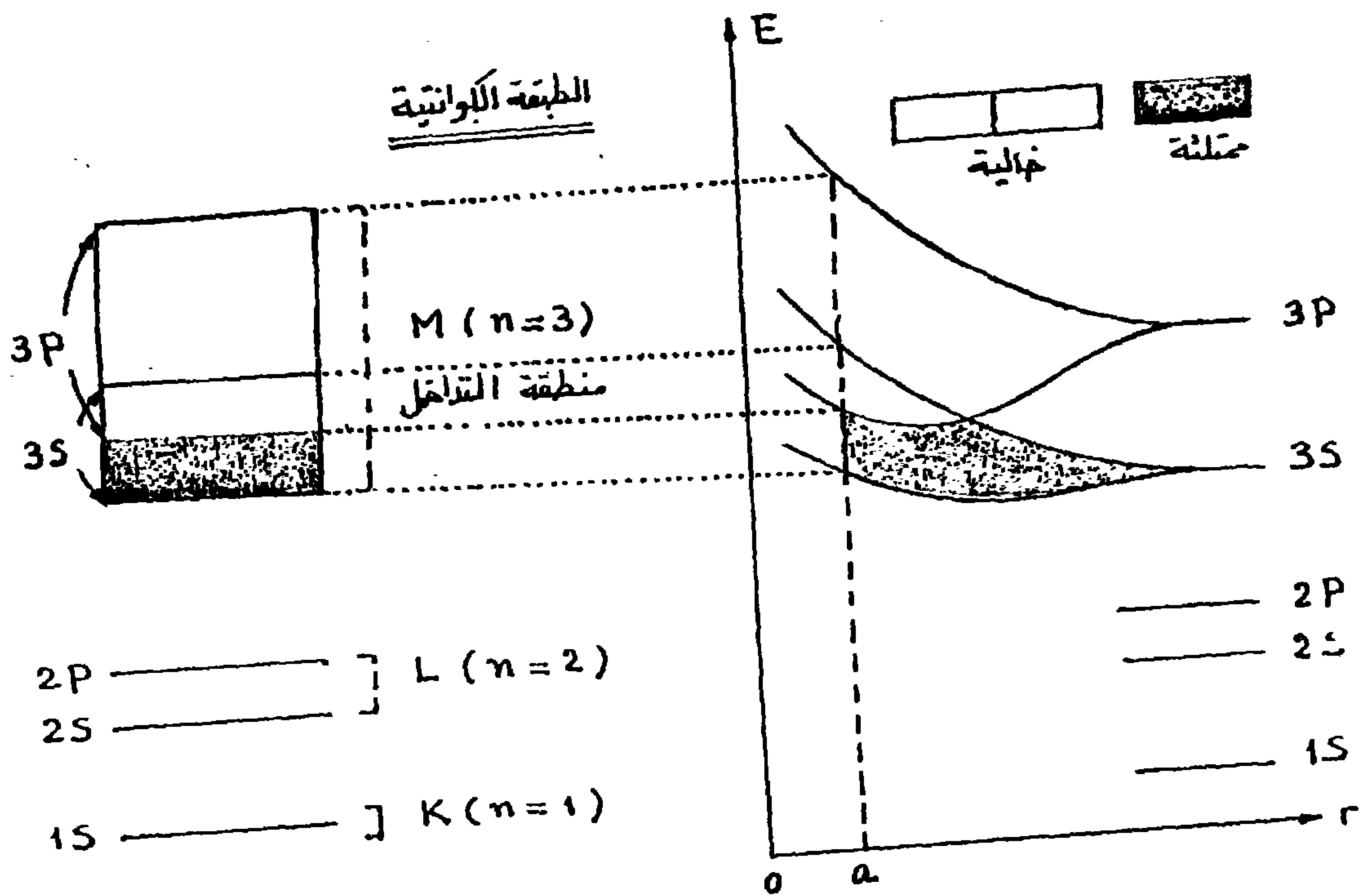
الناقل الجيد :

يتميز الناقل الجيد بأن له إما منطقة ناقلية نصف ممتلئة (تقريباً كما في الشكل (9 - a) من أجل الصوديوم ($_{11}Na$) أو في الشكل (8) ، وأما أن تكون له منطقتان متداخلتان تتواجد فيهما حالات خالية ممكنة ، بحيث أن منطقة الناقلية في الشكل (9 - b) والشكل (10) ، وفي هاتين الحالتين ، يمكن رفع الكترون من الكترونات التكافؤ بسهولة إلى سويةٍ طاقة عليا ، هذا ويمكن لهذه الالكترونات أن تتحرض بطاقة حقل كهربائي خارجي فتكتسب بسهولة طاقة أضافية لتساهم بوساطتها في الناقلية الكهربائية .

وكمثال على الحالة الأولى ، نأخذ ناقلاً جيداً كالصويوم ($_{11}Na$) ، ونمثل سويات طاقاته ومناطقه في الشكل (10 - a - b) ، وكمثال للحالة الثانية نأخذ ناقلاً جيداً كالمغنزيوم ($_{12}Mg$) الذي يتعين بالتمثيل الكوانتي التالي :

($1S^2\ 2S^2\ 2P^6\ 3S^2$) ، فنجد أن جميع سوياته ممتلئة بالالكترونات ، ولكن السوية الأعلى التي تأتي مباشرة بعد السوية الممتلئة ($3S^2$) ، وهي السوية ($3P^6$) نجدها خالية ، فتتداخل المنطقتان (3S) الممتلئة و(3P) الخالية كما هو الواضح الشكل (9 - b) ، بحيث تتوافر فيهما حالات ممكنه خالية تنتقل إليها الالكترونات من المنطقة الممتلئه ، وهكذا يعد الماغنزيوم ($_{12}Mg$) ناقلاً جيداً .

هذا ويتميز الناقل بأن له مقاومة نوعية كهربائية (Résistivité) نموذجية صغيرة ومن رتبة ($P = 10^{-8}$ (Ω.m) ، /بينما تكون المقاومة النوعية الكهربائية للعازل كبيرة جداً فهي للكوارتز من رتبة ($P = 10^{+16}$ (Ω.m) / .



الشكل (10)

– تداخل المنطقتين (3s) و(3P) في الصوديوم كناقلٍ جيد) ، وتوافر حالات ممكنة لانتقال الكترونات الناقلية إليها .

(a) – البنية الكوانتية للصوديوم ($_{11}Na$) حيث منطقة (3S) هي نصف ممتلئة

(b) – تداخل النطقة (3S) نصف الممتلئة مع المنطقة الخالية (3P) في الصوديوم

العازل الجيد :

في العازل الجيد ، تكون المنطقة العليا من منطقة التكافؤ (E_v) التي تحتوي الكترونات التكافؤ ، ممتلئةً بالكامل ، أما المنطقة العليا التي تليها مباشرة ، فهي

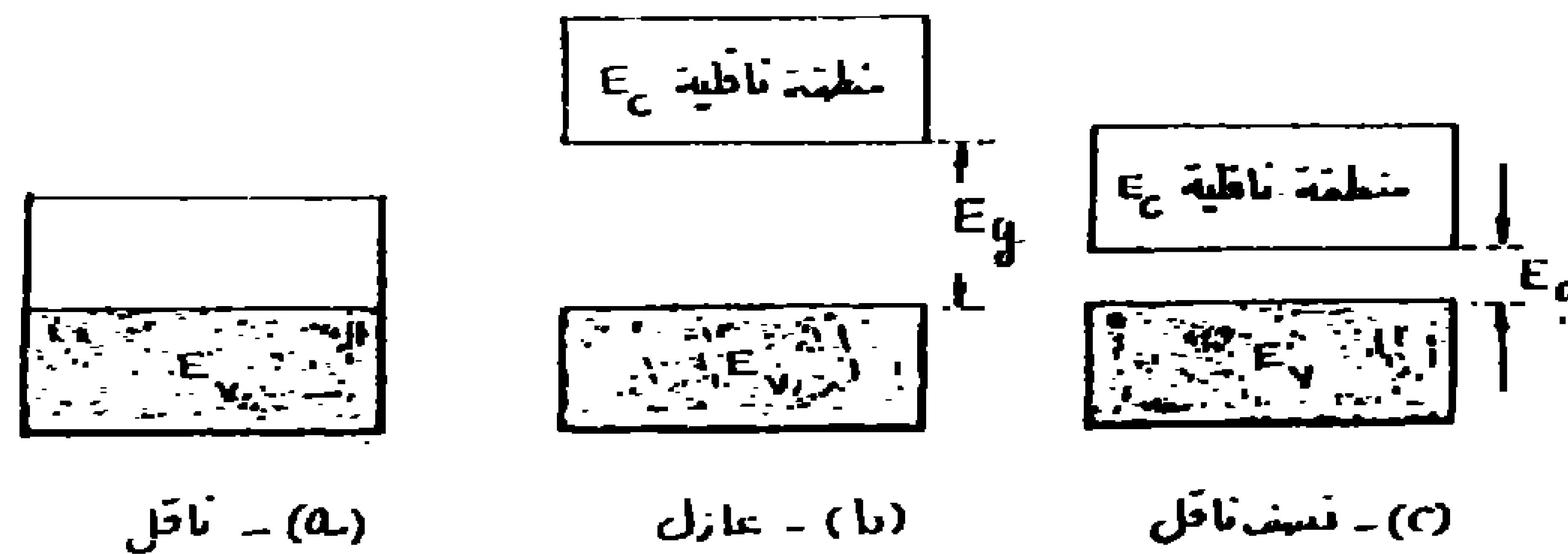
منطقة الناقلية (E_c) التي تكون مفصولة عن منطقة التكافؤ (E_v) بمنطقة محظورة ، ممتلئةً بالكامل ، أما المنطقة العليا التي تليها مباشرة ، فهي منطقة الناقلية (E_g) تتراوح قيمتها بين (5 (ev و (10 (ev في الحالات النموذجية .

فعندما نطبق فرق كمون معين بين طرفي هذا العازل وهو في درجة الحرارة العادية ($T = 300\ (^\circ K)$ ، فإنه لا يمر أي تيار فيه ، لأن طاقة فرمي الحرارية في تلك الدرجة تساوي : $k.T \approx 0,025\ (ev)$ ، فلا يستطيع أي الكترون له هذه الطاقة الوصول إلى منطقة الناقلية ، لأن $kT \ll 5\ (ev)$.

لهذا كله ، يقال عن هذا العازل المعدني : إنه عازل جيد .

ويمثل الشكل (11) أوضاع مناطق الطاقة في الحالات الثلاث التالية :

من أجل الناقل : الشكل (11 a) ، ومن أجل العازل : الشكل (11 b) ، ومن أجل نوع مهم من المواد وهو نصف الناقل : الشكل (11 c) .



الشكل (11)

$E_g \approx 5\ (ev)$ من أجل العازل ، الشكل (b)

$E_g \approx 1\ (ev)$ من أجل نصف الناقل ، الشكل (c)

نصف الناقل :

إن من انصاف النواقل النموذجية ، السيليكون (Si) والجرمانيوم (Ge) وبعض المواد الأخرى المماثلة لهما . ويتميز نصف الناقل الصرف (أو نصف الناقل الذاتي (intrinsic) .بمنطقة محظورة صغيرة ومن رتبة : ($E_g \approx 1$ (ev واقعة بين المنطقتين (E_v) و (E_c) . كما يوضح ذلك الشكل (11-C) ويمكن لعدد قليل من الكترونات التكافؤ أن يصل إلى منطقة الناقلية في درجة الحرارة العادية (K°) 300 ، ويمكن الحصول على تيار ضعيف عندما نطبق بين طرفي نصف الناقل فرق كمون معيناً . أما في درجات الحرارة العالية ، فإن عدداً أكبر من الالكترونات تكون له طاقة كافية لأن تجتاز المنطقة المحظورة وتشغل بغض الحالات الخالية في منطقة الناقلية (E_c) ، ويحدث من جراء ارتفاع درجة الحرارة تصادمات وتشويش في الغاز الالكتروني فيؤدي ذلك وباحتمال كبير ، إلى تناقص في المقاومة الكهربائية النوعية (P) (Résistivité) لنصف الناقل بازدياد درجات الحرارة (T) .فإذا طبقنا كمون على طرفي نصف الناقل ، فإن عدداً قليلاً من الكترونات منطقة الناقلية يتحرك بإتجاه الكمون الموجب ، أما الكترونات في منطقة التكافؤ ، فإنها تفعل الشيء ذاته، بحيث ينتقل عدد منها إلى منطقة الناقلية تاركاً وراءه فرغات ، تسمى ثقوباً ، وتكون النتيجة أن الالكترونات تتجمع في جهة ما من المادة ، بينما تسعى الثقوب لأن تتجمع في الجهة الأخرى منها وسنبحث ذلك بشيء من التفصيل فيما بعد .

مسألة محلولة (1) :

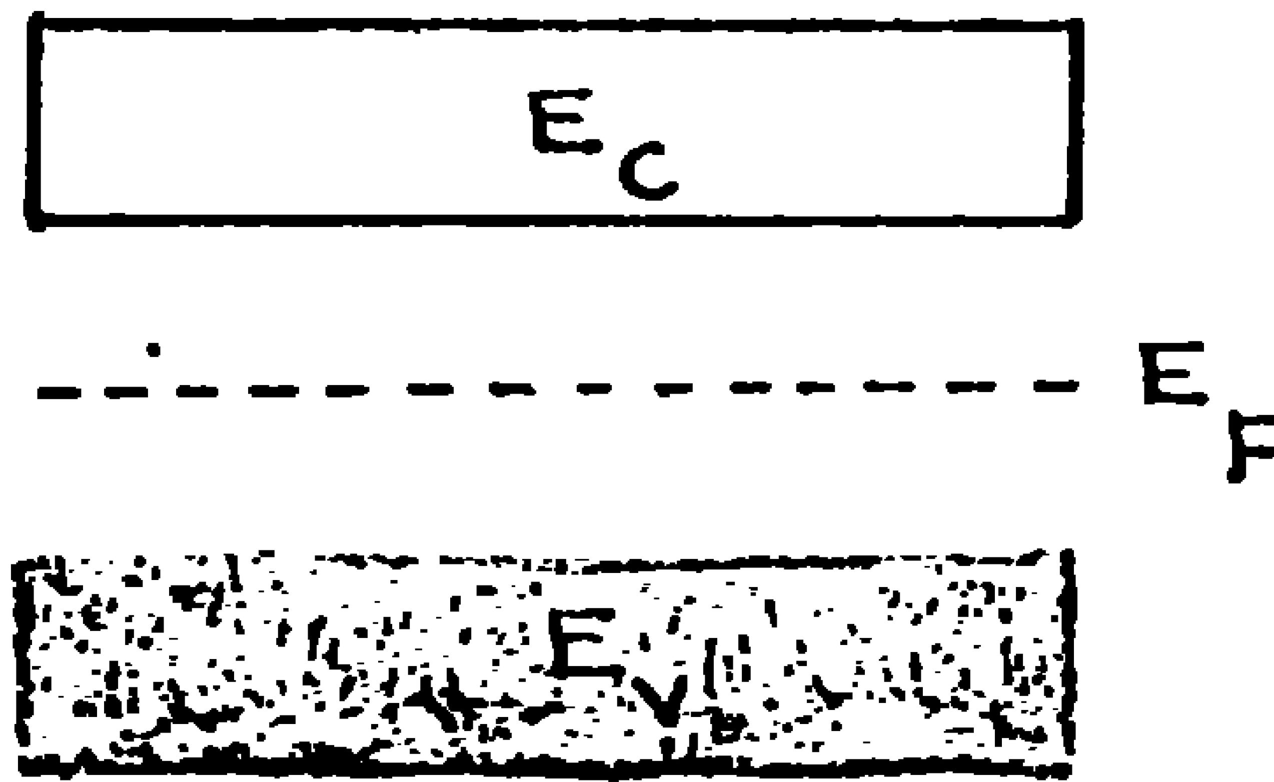
احسب رتبة عدد الالكترونات الحرّ في منطقة الناقلية (E_c) لجسم صلب يحتوي على (10^{+21}) ذرة في درجة حرارة الغرفة (K°) 300 ، باستخدام تابع توزيع (Eermi - Dirac) (F_{FD}) وذلك في الحالتين التاليتين :

١ – من أجل نصف ناقل المعرف بـ $E_g \approx 1,1$ (ev) .

٢ – من أجل عازل معرف بـ : $E_g \approx 5$ (ev) .

الحل :

نعلم أنه في درجة حرارة الصفر المطلق $T = O$ (°K) ، أن جميع الحالات الواقعة أعلى من طاقة فرمي (E_F) تكون خالية ، وان جميع الحالات الواقعة تحتها تكون ممتلئة بحيث يمكن عد (E_F) واقعة في منتصف المسافة بين (E_c) و (E_v) ، تقريباً من أجل أنصاف النواقل والعوازل ، الشكل (12) . ولا يتغير شيء إذا كانت درجة حرارة الغرفة 300 °K .



الشكل (12)

١ – من أجل نصف ناقل ، حيث عرض المنطقة المحظورة يساوي : $E_g = 1,1$ (ev) .

ويكون المقدار التالي : ($E - E_F$) مساوياً :

$$E - E_F \approx \frac{1,1}{2} = 0,55 \ \text{(ev)}$$

وتكون طاقة فرمي الحرارية في درجة الغرفة ($300\,^\circ K$) : $kT = 0,025\ (ev)$

ومنه : $E - E_F / kT = \dfrac{0,55\ (ev)}{0,025\ (ev)} \approx 22$ ويكون تابع توزيع فرمي - ديراك مساوياً :

$$F_{FD}(E) = \frac{1}{e^{(E-E_F)/kT} + 1} \approx \frac{1}{e^{22}} \approx 10^{-10}$$

أي ذرة واحدة من أصل (10^{+10}) ذرة تساهم الكتروناً واحداً في الناقلية .

٢ - من أجل العازل حيث :

$$E - E_F = \frac{5}{2} = 2,5\ \ (ev) \ ؛\ \frac{E - E_F}{kT} = \frac{2,5}{0,025} = 100$$

يكون تابع التوزيع (F_{FD}) مساوياً :

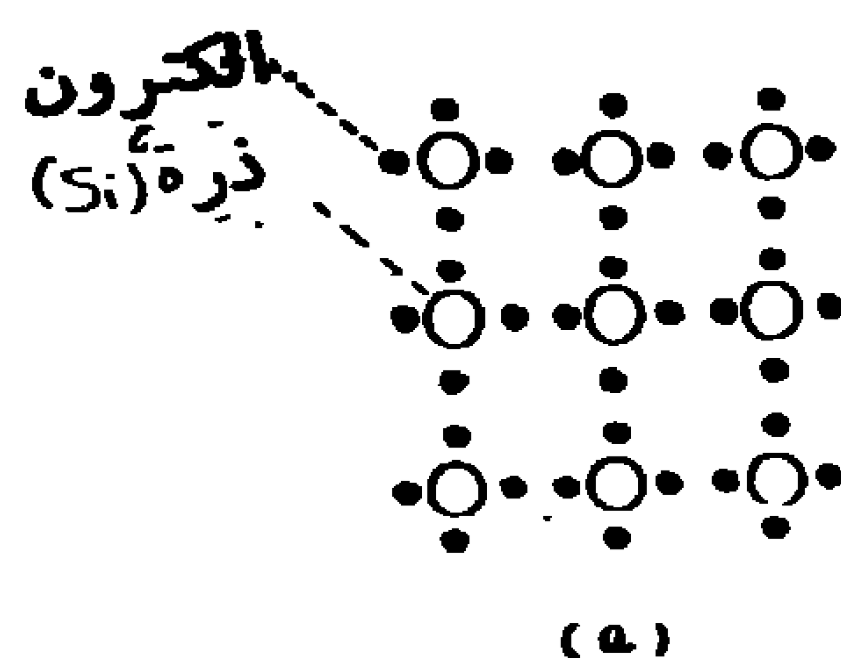
$$F_{FD} = \frac{1}{e^{+100} + 1} \approx \frac{1}{e^{100}} \approx 10^{-44}$$

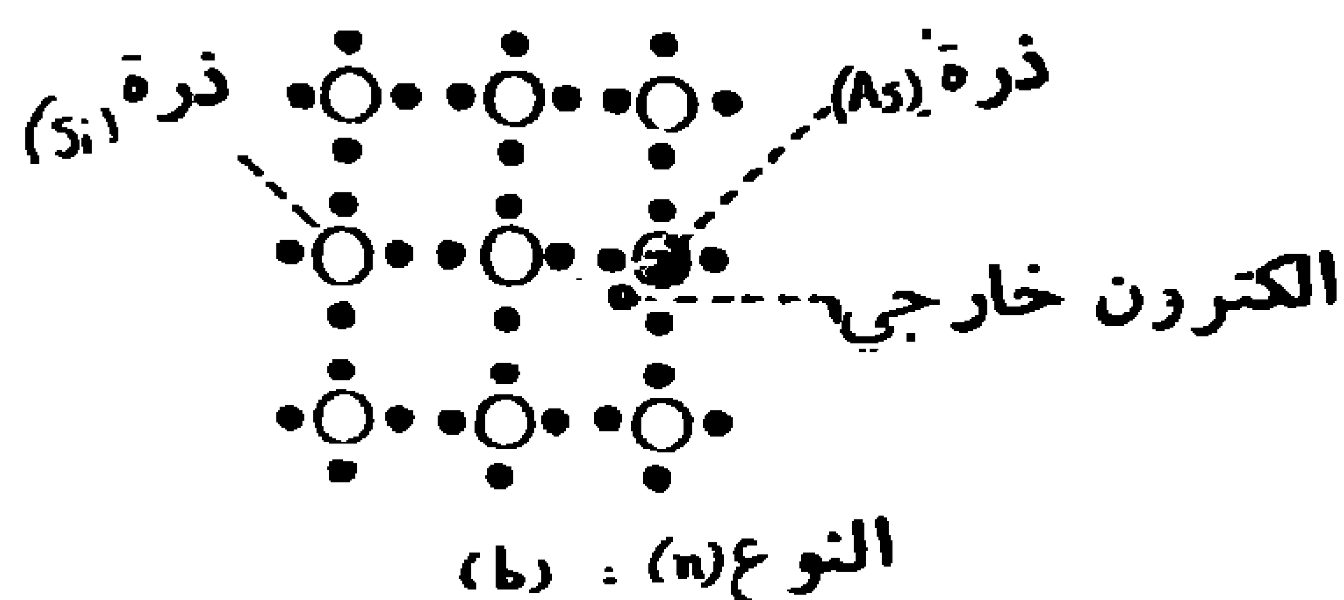
ولما كان لدينا في العينة (10^{+21}) ذرة ، نجد أنه يوجد (10^{+21}) الكتروناً من الكترونات الناقلية ففي نصف الناقل يوجد ($10^{+11} = 10^{-10} \cdot 10^{+21}$) الكتروناً ، وفي العازل يوجد ($10^{-23} = 10^{-44} \cdot 10^{+21}$) الكتروناً فقط .

الشوائب في أنصاف النواقل :

تستخدم في صناعة الأجهزة الالكترونية ، أنصاف نواقل نموذجية مؤلفة من ذرات السيليس ($_{14}Si$) أو من ذرات الجرمانيوم ($_{32}Ge$) : إن كلاً من (Si) و (Ge)

(يحتوي على أربعة الكترونات خارجية تستطيع أن تربط الذرات في شبكتها البلورية المنتظمة ، إن لـ : ($_{14}Si$) مثلاً التمثيل الكوانتي التالي : $1S^2\ 2S^2\ 2P^6\ 3S^2$ ، $3P^2$) فنجد أنه يحتوي في طبقته الكوانتية (n = 3) M على أربعة الكترونات في الحالة (3S) والكترون في حالة (3P) منها . كما هو واضح في الشكل (13 - a) .





الشكل (13)

- بلورة (Si) : (a) - أربع الكترونات خارجية حول كل ذرة من ذرات (Si) .

(b) - بلورة (Si) المشوبة بالزرنيخ (As) حيث يتحرك الالكترون الخامس حركة حرّة في البلورة .

ويكون لكل من السيليس (Si) والجرمانيوم (Ge) مميزات أساسية لدى استخدامها في صناعة الالكترونيات وبخاصة عندما تحتوي البلورة في تركيبها على

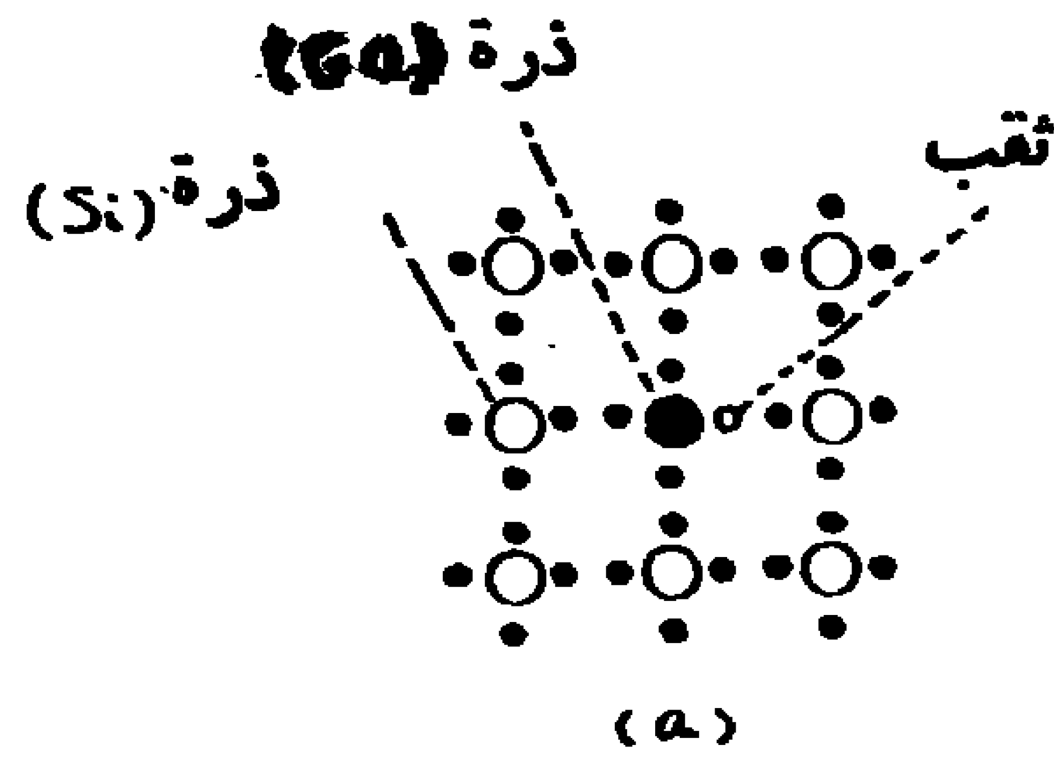
نسبة ضئيلة جداً من الشوائب ، كأن تكون هـذه النسبة تسـاوي جزءاً مـن أصـل (10^{+6}) أجزاء تقريباً ، فنقول عندئذٍ إن نصف الناقل مشوب .

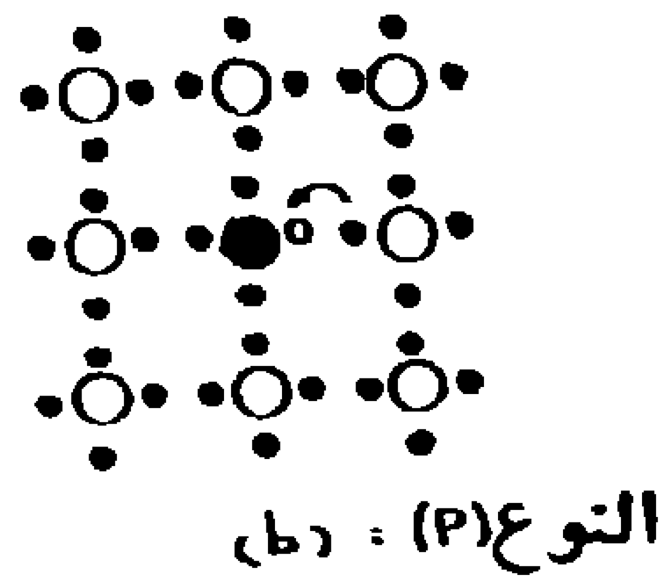
هذا وتوجد طريقتان في إدخال الشوائب إلى أنصاف النواقل : كما في النوع (n) وفي النوع (P) :

١ - لتكن بلورة مؤلفة من ذرات (Si) ولندخل عليها نسبة ضئيلة جداً مـن ذرات الزرنيخ ($_{33}$As) الذي تحتوي الـذرة الواحـدة منهـا على خمسـة الكترونـات خارجية ، كما في الشكل (b - 12) ، فيتحرك الالكترون الخامس منها حركة حـرة (تقريباً) ، تماماً مثلما تتحرك الالكترونات الحرة في الناقلة ، ويصبح نصف النـاقل المشوب بهذه النسبة الضئيلة من الشوائب ، ضعيف الناقلية لوجود هذا العدد القليل من الالكترونات الخارجية في الزرنيخ ، وقد رأينا في المسألة المحلولة (1) السـابقة ، أن كثافة الكترونات الناقليـة تسـاوي أو مـن رتبـة ذرة واحـدة إلى (10^{+10}) ذرة ، وذلك من أجل شوائب تركيزها يساوي : ($1/10^{+6}$) تقريباً . وهكذا فإن الشوائب في نصف الناقل ، تسيطر على الناقلية بحيـث يمكـن أن نتحكـم بدقـة بوضـع سـوية طاقة الناقلية هذه .

ويسمى نوع البلورة المؤلفة من (Si) المشوب بالزرنيخ (As) ، **نصف نـاقل من النوع (n)** ، (اختصـاراً لكلمـة (négatif) وذلـك بسـبب ان الالكـترون فيـه (سالبة الشحنة) هي المسؤولة عن مرور التيار الكهربائي .

٢ - أما نصف الناقل من النوع (P) فإن مادة الشوائب الداخلـة مـع ذرات السيليس (Si) ، قد تكون مثلاً مؤلفة من عنصر الغاليوم ($_{31}$Ga) الذي يحتوي علـى ثلاثة الكترونات خارجية ، كما في الشكل (a- 14) .





الشكل (14)

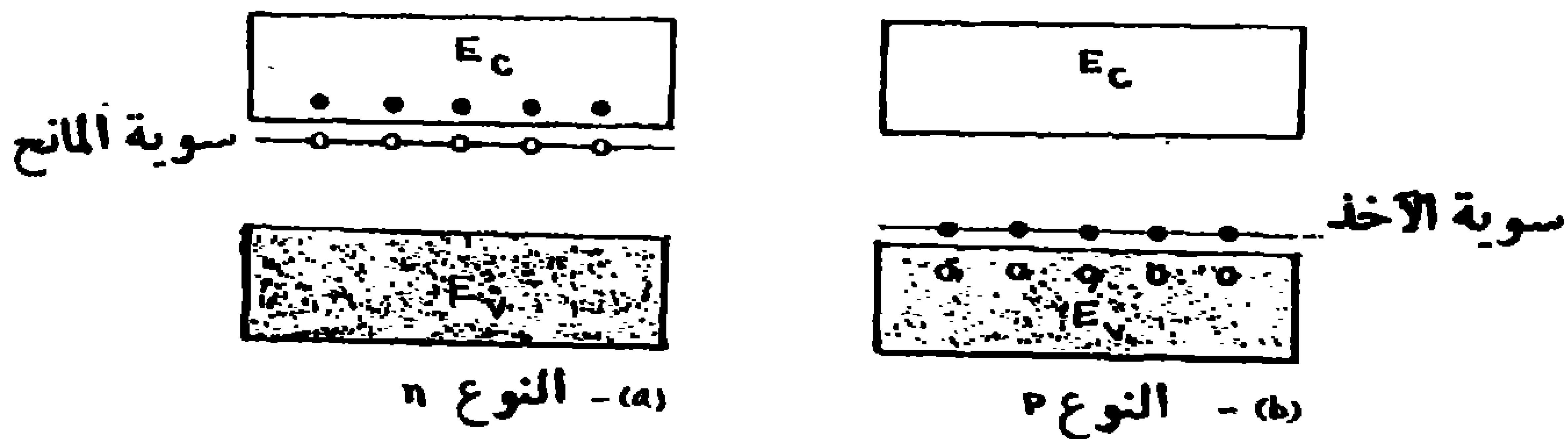
بلورة (Si) المشوبة بالغاليوم (Ga) .

ونلاحظ في بنية الشبكة البلورية ثقباً مرتبطاً بذرة الغاليوم(Ga) الذي له ثلاثة الكترونات خارجية فقط ، ونلاحظ أن أحد الكترونات السيليس (Si) المجاورة للثقب مباشرة ، ينتقل إلى هذا الثقب يحتل مكانه ، ولكنه بهذا الانتقال يترك وراءه فراغاً (أي ثقباً) ، فينتقل الكترون آخر من الكترورونات السيليس (Si) الخارجية الأربعة مجاور لهذا الفراغ (الثقب) ليملأ هذا الثقب (الذي تركه الالكترون الأول) ولتصبح ذرة الـ (Si) معتدلة كهربائياً من جديد بالكتروناتها الأربعة ، الشكل (14 - b) ، وهكذا تتكرر هذه العملية بانتقال الثقوب والتي تعني انتقال الشحنات الموجبة لهذه الثقوب ، بحيث أن الثقب الموجب يمثل فراغاً تركة أحد الكترونات ذرة (Si) ، وبانتقال الثقوب يحدث انتقال للشحنات الكهربائية الموجبة في نصف الناقل المؤلف من (Si) المشوب بالغاليوم (Ga) ، ولما كانت الثقوب في هذه المرة هي المسؤولة عن التيار الكهربائي ، فإنه يطلق على هذا النوع

من انصاف النواقل المشوبة أسم : **نصف الناقل من النوع (P)** ، (أختصاراً لكلمة . (Positif)

ملاحظة : إن كلاً من النوعين ، النوع (n) والنوع (p) في أنصاف النواقـل المشوبة هو غير مشحون كهربائياً (أي ليست فيه أية شحنة كهربائية) .

هذا ، وطبقـاً لنظريـة المنـاطق ، فـإن الشـوائب في أنصـاف النواقـل المشـوبة تُحدث حالات اضافية من الطاقة بين منطقتين التكافؤ (E_v) والناقلية (E_c) كما هو في الشكل (15 - a - b) ، فمن أجل نصف ناقل من النوع (n) ، تكون سوية طاقة الشوائب الاضافية متوضعة قريباً جداً من المنطقة الناقلية (E_c) وتحتها مباشرة ، كما في الشكل (15 -a) بحيث أن طاقة صغيرة تكفي لانتقال الكترون ما منها إلى منطقـة الناقية (E_c) ، فمن أجل نصف ناقل من (Si) المشـوب بالغـاليوم (Ga) ، يحتـاج الالكترون للانتقال من هذه السوية إلى المنطقة (E_c) ، إلى طاقة من رتبة (ev) 0,05 علماً أن مثل هذه انتقالات تحصل في درجـة حـرارة الغرفـة (°K) T= 300 ، ولما كانت الكترونات هذه السوية مرتبطة بمنطقة الناقلية (E_c) ، فإنه يطلق عليهـا اسـم (donor level **سويات المانح**) .



الشكل (15)
سويات طاقة الشوائب في أنصاف النواقل المشوبة .

أما أنصاف النواقل من النوع (P) ، فإن سويات طاقة الشوائب تتوضع قريباً جداً من منطقة التكافؤ وتقع مباشرة فوق هذه المنطقة (الشكل b - 15) ، فيطلق عليها أسم **سوية الآخذ** (acceptor level) . لأن الالكترونات تنتقل إليها من منطقة التكافؤ (E_v) ، مخلّفةً وراءها ثقوباً موجبة في منطقة التكافؤ (E_v) . بحيث ان الكترونات أخرى من (E_v) تنتقل إلى هذه الثقوب من جديد وتتكرر هذه العملية بانتقال الثقوب ، كما ذكرنا آنفاً .

المتصل الثنائي (الديود Diode)

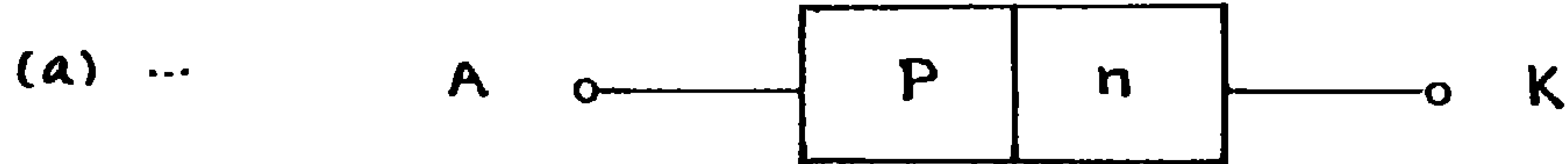
تستخدم المتصلات الثنائية والترنزيستورات في دارات الالكترونيات الحديثة حتى أصبحت المكونات الأساسية فيها ، فصنعت منها دارات صغيرة الأبعاد وصلت أبعادها حداً من الصغر بحيث أن دارة مساحتها سنتمر مربع تحتوي على ألفٍ من الديودات والترنز يستورات والمقاومات وغير ذلك من أجزائها المكونة للدارة الالكترونية .

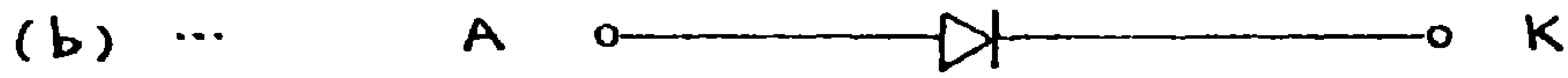
المتصل الثنائي (P- n) :

المتصل الثنائية (Pn) أو ما يسمى بالديود (Diode) هو التحام نصف ناقل من النوع (n) بنصف ناقل آخر من النوع (P) ونحصل على وصلة (Junction) وهي منطقة الالتحام . الشكلان (1 ، 2) . ولما كان نصف الناقل الواحد منهما معتدلاً كهربائياً فإن لدى التحام نصفي الناقلين ببعضهما ، نجد أن عدداً صغيراً من الالكترونات يسري في جوار الوصلة من نصف الناقل من النوع (n) إلى نصف الناقل من النوع (P) ليملأ عدداً صغيراً من الثقوب ، إذ يفقد النوع (n) شحنة موجبة ويكتسب النوع (P) شحنة سالبة .

هذا ويبين الشكل (a - 1) تمثيلاً رمزياً للمتصل الثنائية ، حيث يرمز له بالشكل (b - 1) ويسمى القطب المتصل بنصف الناقل من النوع (p) ،وهو (A) ، (Anode) المصعد ، ويسمى القطب الآخر المتصل بنصف الناقل من النوع (n) وهو (K) ، (Cathode) المهبط وعند تشكيل المتصل الثنائي ، وتنتشر من كل نوع من نصف الناقل المشوب إلى النوع الآخر الكترونات وثقوب ، فتنتشر الثقوب من المنطقة (p) إلى المنطقة (n) وتنتشر الالكترونات من المنطقة (n) إلى المنطقة (p) ، وقد مثلنا انتشارها على الشكل (2) بسهمين متصلين ، وينشأ بسبب انتشار

الشحنات في منطقة التماس (d) شحنتان فراغيتان متعاكستان بالاشارة ، تظهر شحنة موجبة في المنطقة (n) تكونها الثقوب التي جاءت إليها ، بينما تظهر شحنة سالبة في المنطقة (P) تكونها الالكترونات التي جاءت إليها . وينشأ . في منطقة التماس بينما فرق في الكمون (V_o) يسمى حاجز الكمون كما هو واضح في الشكل (b- 2) ويبلغ ارتفاع حاجز الكمون في المتصل الثنائي المصنوع من الجرمانيوم (Ge) قيمة من رتبة $V_o \approx -0.6$ (ev) .

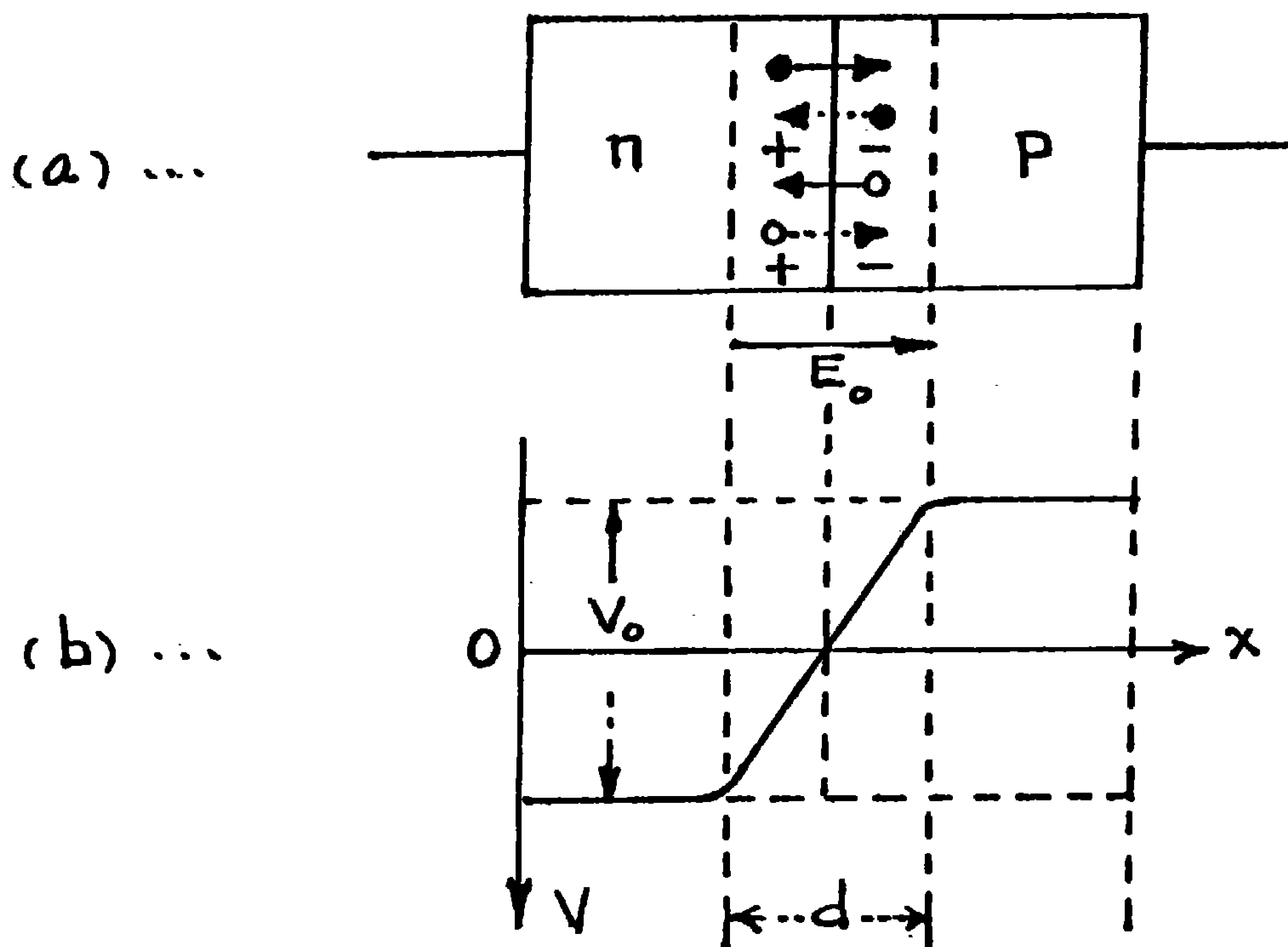




الشكل (1)

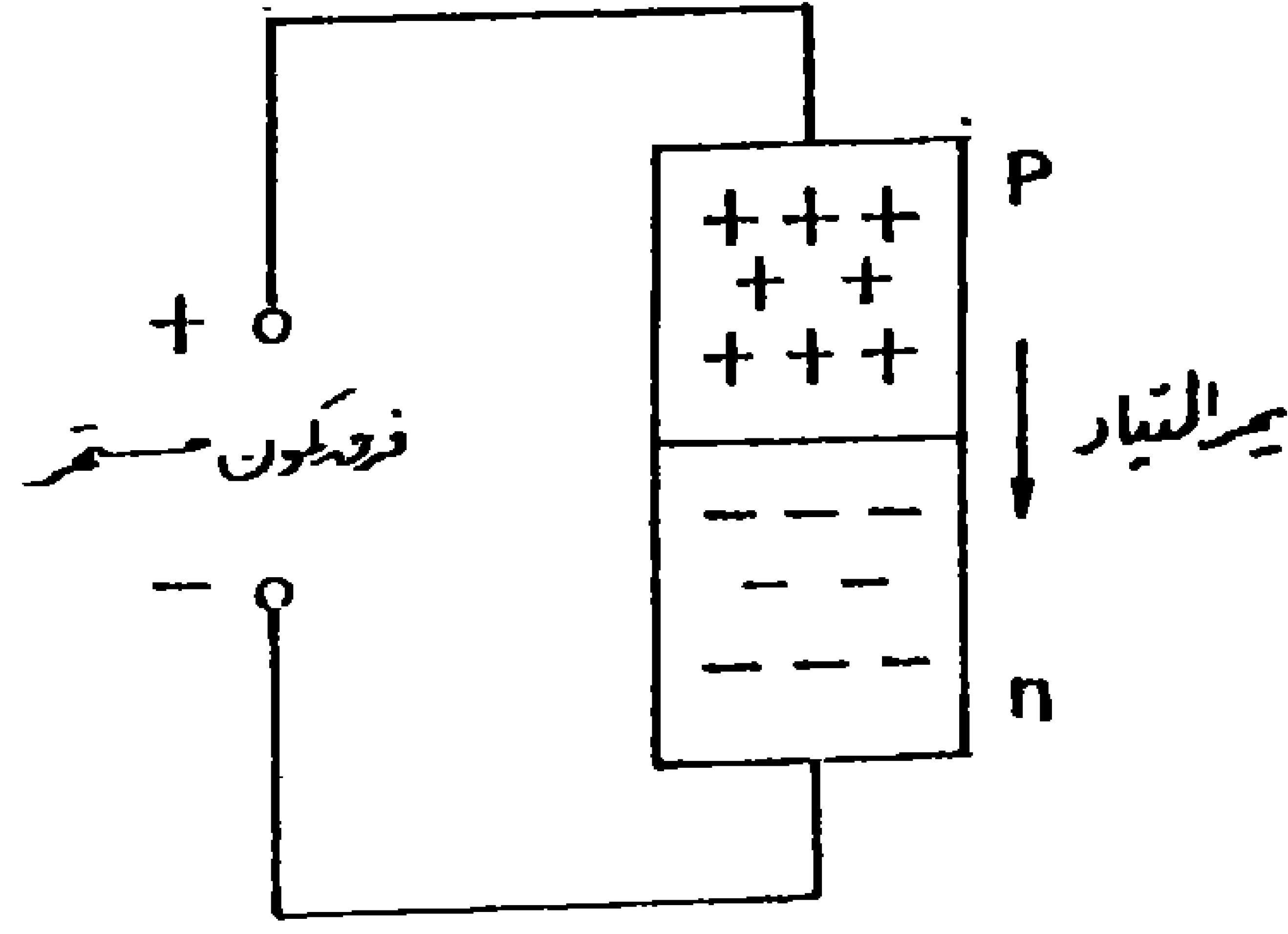
هذا وان وجود فرق في الكمون في منطقة التماس (d) ، دليل على وجود حقل كهربائي فيها يتجه من المنطقة (n) إلى المنطقة (p) ويتولد عنه قوة جهتها تعاكس حركة الالكترونات والثقوب على السواء وتسبب هذه القوة انتقالاً للثقوب من المنطقة (n) إلى المنطقة (p) وانتقالاً للالكترونات من المنطقة (p) إلى المنطقة (n) يسمى الانتقال الجرفي ، وأشير إليه بالشكل (2 - a) بسهمين منقّطين ، وهكذا عند درجة حرارة معينة (T) ، يكون المتصل الثنائي في حالة توازن ديناميكي في كل لحظة ، إذ ينتشر ضمن منطقة

التماس عدد معين من الثقوب والالكترونات في اتجاهين متعاكسين وينجرف بتأثير الحقل الكهربائي عدد مساوٍ لها من الثقوب والالكترونات في إتجاهين متعاكسين لإتجاه الانتشار .

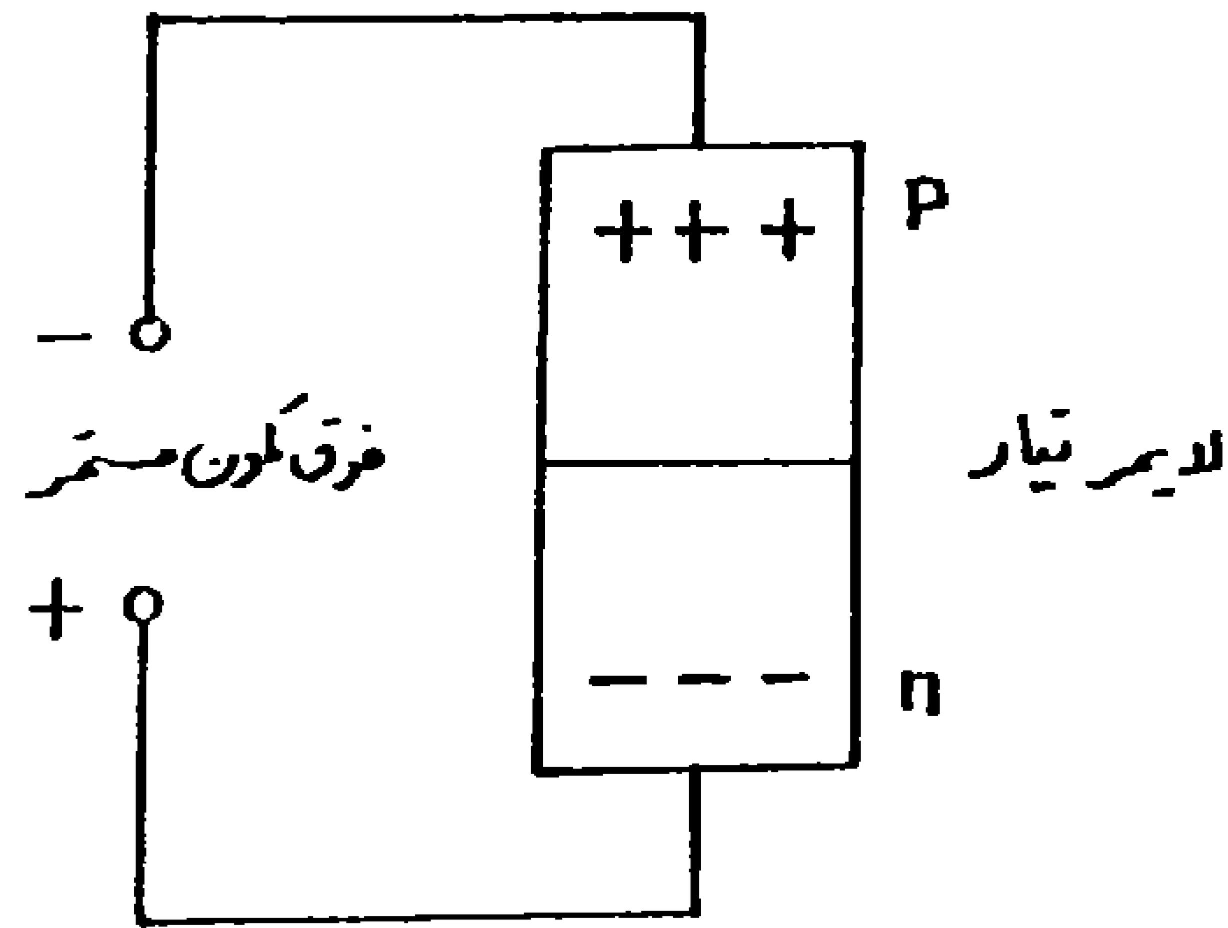


الشكل (2)

– إذا طبقنا فرقاً في الكمون مستمراً (من بطارية مثلاً) على طرفي المتصل الثنائي بحيث يكون قطب البطارية الموجب متصلاً بالطرف (p) وقطبها السالب متصلاً بالطرف (n) ، كما في الشكل (3-a) ، فإن الجهد الخارجي يعاكس فرق الكمون الداخلي في الديود .



(a) – التغذية الأمامية



(b) – التغذية العكسية

الشكل (3)

ويقال عن الديود في هذه الحالة . إنه في حالة **تغذية أمامية** ، فإذا كان الجهد كبيراً ومن رتبة (v) 0,3 (بالنسبة للجرمانيوم Ge) ومن رتبة (v) 0,6 (النسبة للسيليسيوم Si).

فإن تياراً كهربائياً يسري في الدارة وهي في درجة حرارة الغرفة T = 300 (°K) ، لأن الثقوب الموجبة في نصف الناقل من النوع (p) تتدافع مع الطرف الموجب للبطارية ، إن الالكترونات تتدافع في نصف الناقل من النوع (n)

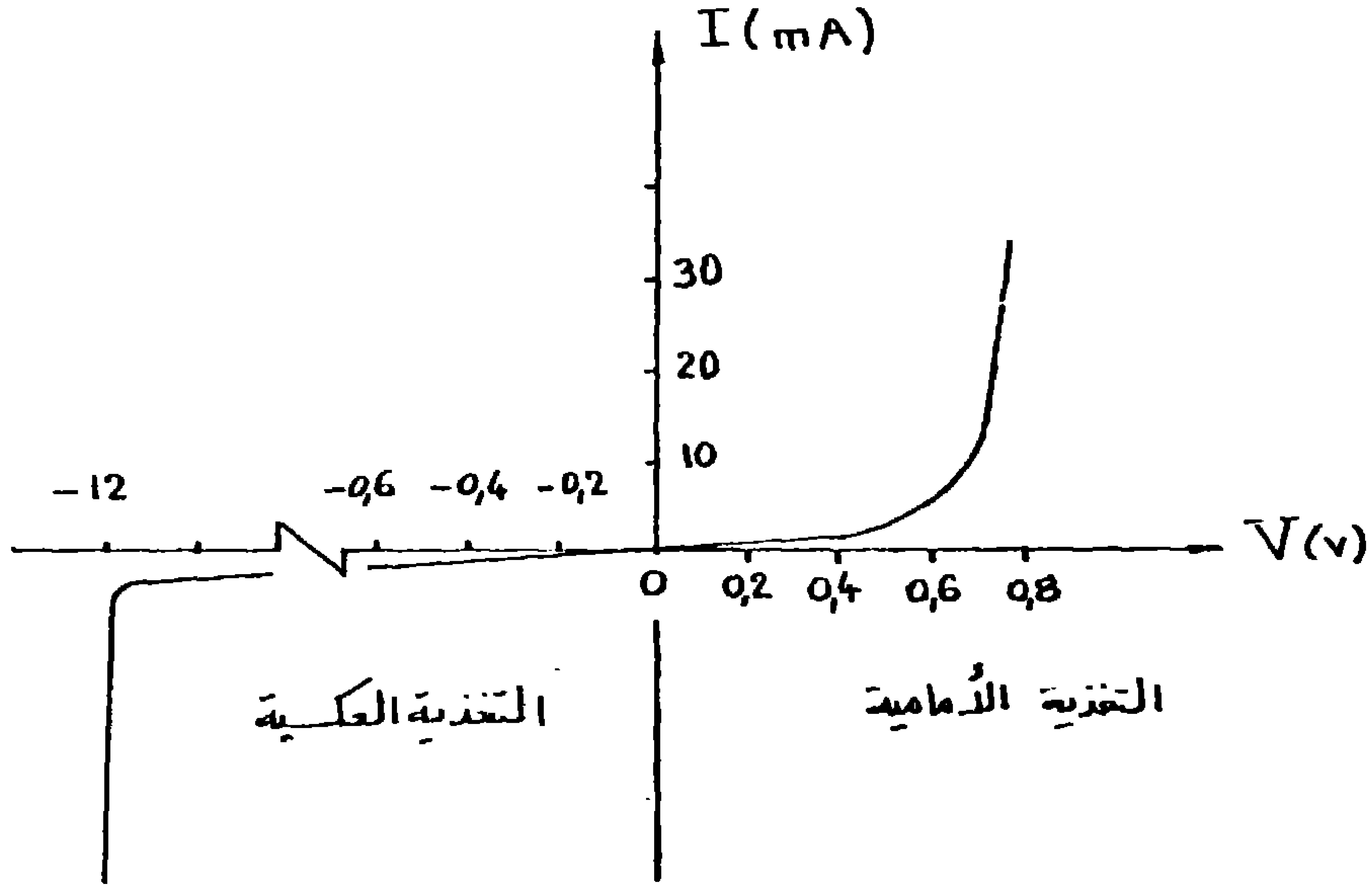
مع الطرف السالب للبطارية ، أما داخل الوصلة في الديود ، فإن الثقوب والالكترونات تتلاقى معاً بحيث تمتلئ الثقوب بالالكترونات ، فيمر تيار كهربائي في الدارة .

- أما إذا عكسنا وصل الدارة ، كما في الشكل (b - 3) ، بحيث يصبح الديود في هذه الحالة ، بما تسمى حالة **التغذية العكسية** ، فإنه لا يمر أي تيار في الدارة من أجلها ، لأن القطب السالب من البطارية تجذب الثقوب الموجبة ، بينما يجذب قطبها الموجب الالكترونات (السالبة) ، فلا تتلاقى الثقوب والالكترونات معاً داخل وصلة الديود وبالتالي لا يمر تيار كهربائي في الدارة .

المنحني المميز للديود :

لنرسم المنحني المميز للديود ، الذي يمثل تحولات الجهد (V) المطبق على طرفيه بدلالة شدة التيار الكهربائي (I) الذي يسري في الدارة ، الشكل (4) ، وذلك في الحالتين : حالة التغذية الأمامية ، وحالة التغذية العكسية ، ونلاحظ على المنحني أن شدة التيار الكهربائي الذي يسري في الدارة في حالة التغذية العكسية للديود العادي ، صغيرة جداً حتى إنه تهمل في كثيرمن الحالات العملية ، إذ يكون في درجة حرارة الغرفة من رتبة (μ A) بالنسبة للجرمانيوم (Ge) ، ومن رتبة (PA) بالنسبة لـ (Si) .

ولكن شدة شدة التيار هذه تزداد ازدياداً سريعاً بإزدياد درجة الحرارة ، علماً أنه في درجات حرارة من رتبة (°C) 200 ، يتلف الديود العادي ولا يصلح للاستعمال عندئذٍ .



الشكل (4)

تحولات شدة التيار (I) بدلالة الجهد (V) المطبق على طرفي ديود عادي

مسألة محلولة (1) :

نستخدم الشكل (4) من أجل المنحني المميز لديود عادي مطبق على طرفيه جهد مستمر يساوي (v) 4 وموصولة بمقارمة (R) ، فإذا مرّ فيه تيار شدته تساوي 10(mA) ، فالمطلوب احسب (R) .

الحل : نجد من الشكل (4) مقدار الجهد الموافق لـ : I=10 (mA) ، هو V= 0,7 (V) . فيكون فرق الكمون بين طرفي المقاومة (R) مساوياً :

$$4\,(V) - 0{,}7\,(V) = 3{,}3\,(V)$$

وبالتالي تكون قيمة المقاومة (R) مساوية :

$$R = \frac{V}{I} = \frac{3,3 \quad (v)}{10^{-2} \quad (A)} = 330 \quad (\Omega)$$

تغير شدة التيار (I) بتغير درجة الحرارة (T) :

تعتمد الناقلية الكهربائية اعتماداً كبيراً على درجة حرارة الديود (T) ، فنجد أن شدة التيار الكهربائي في دارة الديود العادي تزداد ازدياداً كبيراً بازدياد درجة حرارته (T) ، خاصة في حالة التغذية العكسية ، بينما لا تزداد بتلك النسبة في حالة التغذية الأمامية وتخضع تحولات شدة التيار (I) بدلالة درجة الحرارة (T) في حالتي النغذية الأمامية والعكسية إلى القانون التالي :

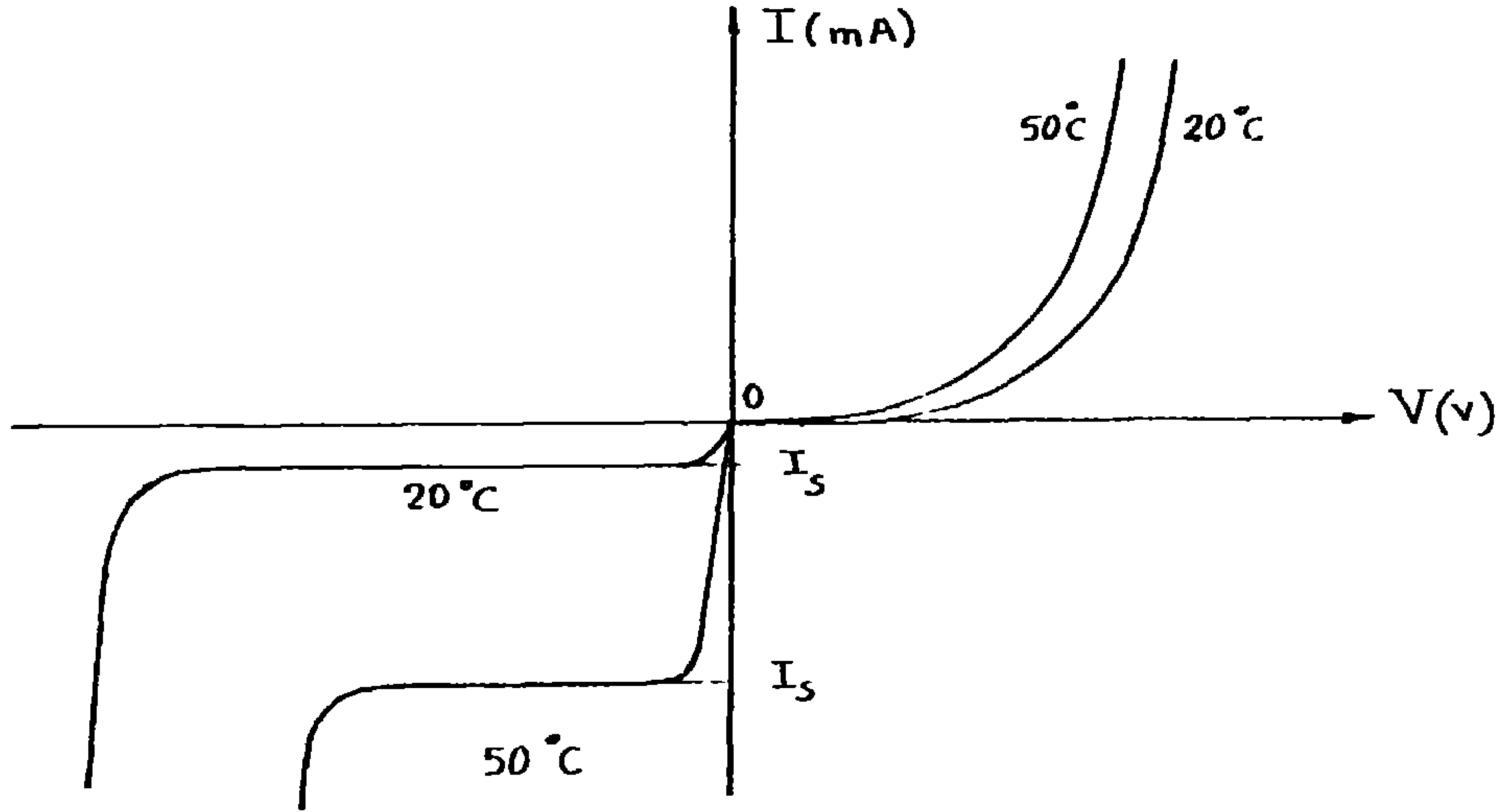
$$I (T) = I_s (e^{e.v/kT} - 1) \qquad \dots (1)$$

حيث : (I_s) هو تيار الاشباع في حالة التغذية العكسية ، كما في الشكل (5) .

: (V) فرق الكمون المطبق على طرفي الديود العادي . حيث : ($V>o$) في حالة التغذية الأمامية و($V<o$) في حالة التغذية العكسية ، (e) الشحنة العنصرية .

: (k) ثابت بولتزمان ($k = 8,617.10^{-5}$ (ev/°K) ، (T) درجة الحرارة المطلقة.

ويبين الشكل (5) المنحني المميز : $I = f (v)$ من أجل درجتين من درجات الحرارة هما ($20 (°c)$ و($50 (°c)$) ، وذلك في حالتي التغذيتين الأمامية والعكسية ، هذا وإن زيادة درجة الحرارة .



الشكل (5)

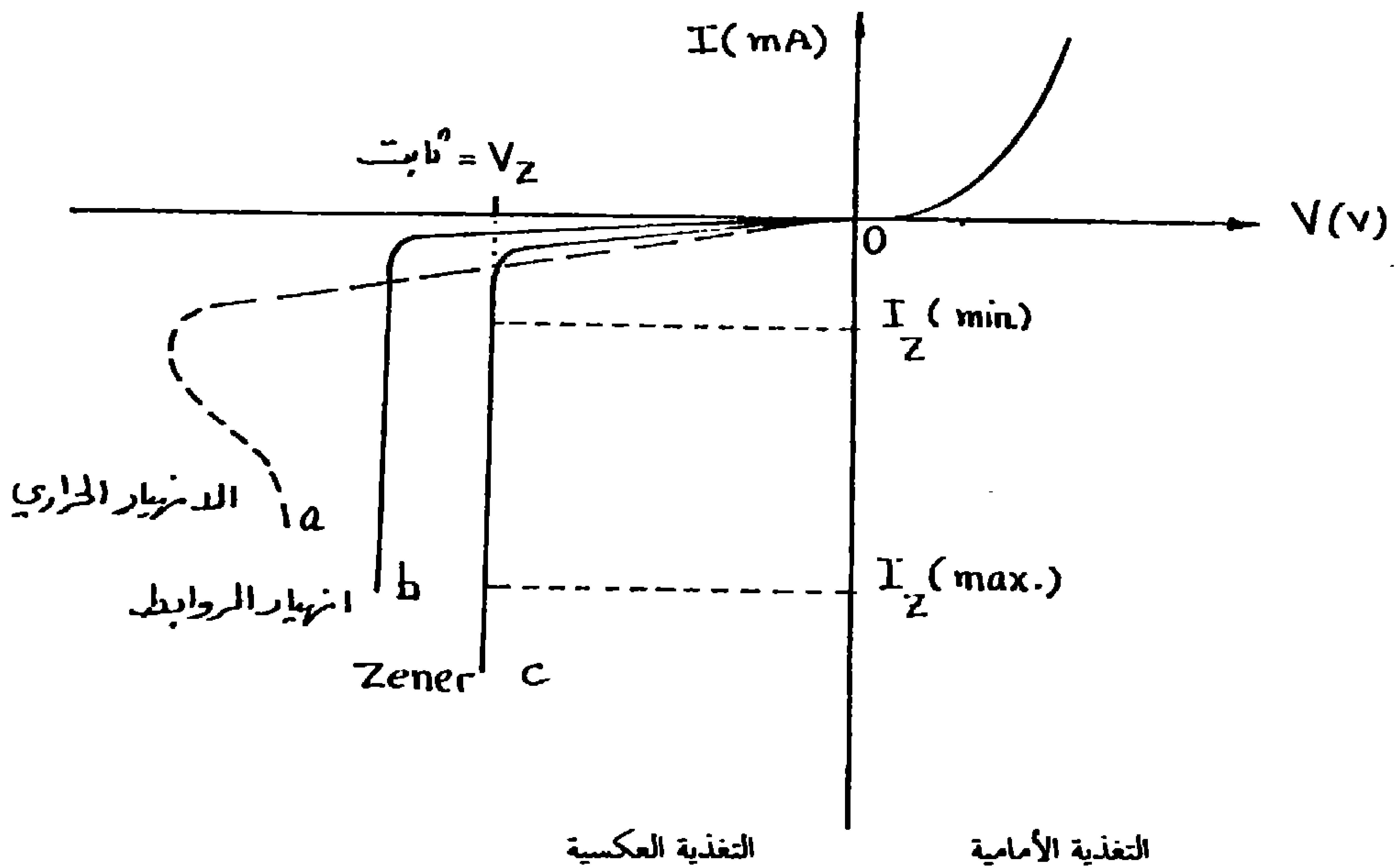
تحولات شدة التيار $I = f(V)$ بدلالة V فرق الكمون المطبق على طرفي الديود وذلك من أجل درجتين من درجات الحرارة هما $t_1 = 20\,^\circ C$, $t_2 = 50\,^\circ C$

يؤدي إلى زيادة الالكترونات والثقوب ، بخاصة في التغذية العكسية ، مما يحدث زيادة كبيرة في التيار العكسي ، بينما لا يزداد هذا التيار بالنسبة نفسها في حالة التغذية الأمامية .

ديود (Zener) واستخدامه في تثبيت الجهد :

يستخدم ديود (Zener) في تثبيت الجهد حتى قيمة معينة ثابتة $|V|=V_Z$ يطلق عليها اسم كمون (Zener) وذلك خلال مجال واسع من شدة التيار $|\,I\,|$

(السالب في حالة التغذية العكسية) المحصور في المجال التالي: $I_z\ (min) \leq I \leq I_z\ (max)$، كما في الشكل (6) .



الشكل (6)

تحولات شدة التيار I (السالب) في ديود (Zener) في التغذية العكسية من أجل :

(a) – ظاهرة انهيار الروابط حيث تكون منطقة الالتحام (d) في الديود عريضة .

(b) – ظاهرة (Zener) حيث تكون منطقة الالتحام (d) في الديود ضيقة .

(c) – ظاهر الانهيار الحراري في الديود .

١ – الحالة الأولى – عرض منطقة الالتحام (d) كبير – نستخدم حالة التغذية العكسية في الديود ، فعندما يزداد فرق الكمون | V | ، (السالب) ، بين طرفي الديود ازدياداً كبيراً ، فإن شدة التيار |I| ، (السالب) تزداد ازدياداً كبيراً أيضاً حتى تصل ، من أجل جهد معين : $(V = V_z)$.

يسمى جهد (Zener) ، إلى قيم أكبر بـ : (100) مرة وحتى بـ : (1000) مرة مما هو عليه في الديود العادي . حيث تحصل كل من الثقوب والالكترونات في منطقة التحام العريضة (b) ، على طاقة حركية عالية تكفي ، لدى اصطدامها في جواهر بلورة نصف الناقل ، أن تفكك روابط جواهرها وينجم عن ذلك تأين في الذرات ، وعندها تتجاذب الالكترونات والذرات المتأينة فتمرّ أو تساهم في مرور تيار كبير في الدارة ، وتعرف هذه الظاهرة ، باسم ظاهرة انهيار الروابط (الشكل 6 - b) .

– أما إذا كان عرض منطقة التحام (b) ضيقاً ، وعندما نستخدم التغذية العكسية أيضاً ، فإنه بازدياد الجهد (السالب) |V| بين طرفي الديود ، فإن التيار العكسي | I | (السالب) ، يزداد بشكل مفاجيء بحيث تتوافر للثقوب والالكترونات المسافة الكافية في منطقة الالتحام (d) الضيّقة ، لكي تتسارع (كما في الحالة الأولى) ، وبالتالي تكون لها طاقة حركية كبيرة لتحدث التأين ، وإنما تحدث ظاهرة أخرى هي مفعول (Zener) ، إذ يحدث حقل كهربائي شديد $\left(\vec{E}\right)$على طرفي منطقة الالتحام يولد قوة كهربائية ساكنة تستطيع اقتلاع الالكترونات من ذرات بلورة نصف الناقل ، فيزداد بالتالي ، تركيز كلٍ من الالكترونات والثقوب مما يؤدي إلى ازديادٍ كبير في التيار | I | ، وقد تكون قيمته محصورة في مجالٍ واقع بين نهايتين : صغرى I_z (min) و عظمى I_z (mix) ، كما في الشكل (6) :

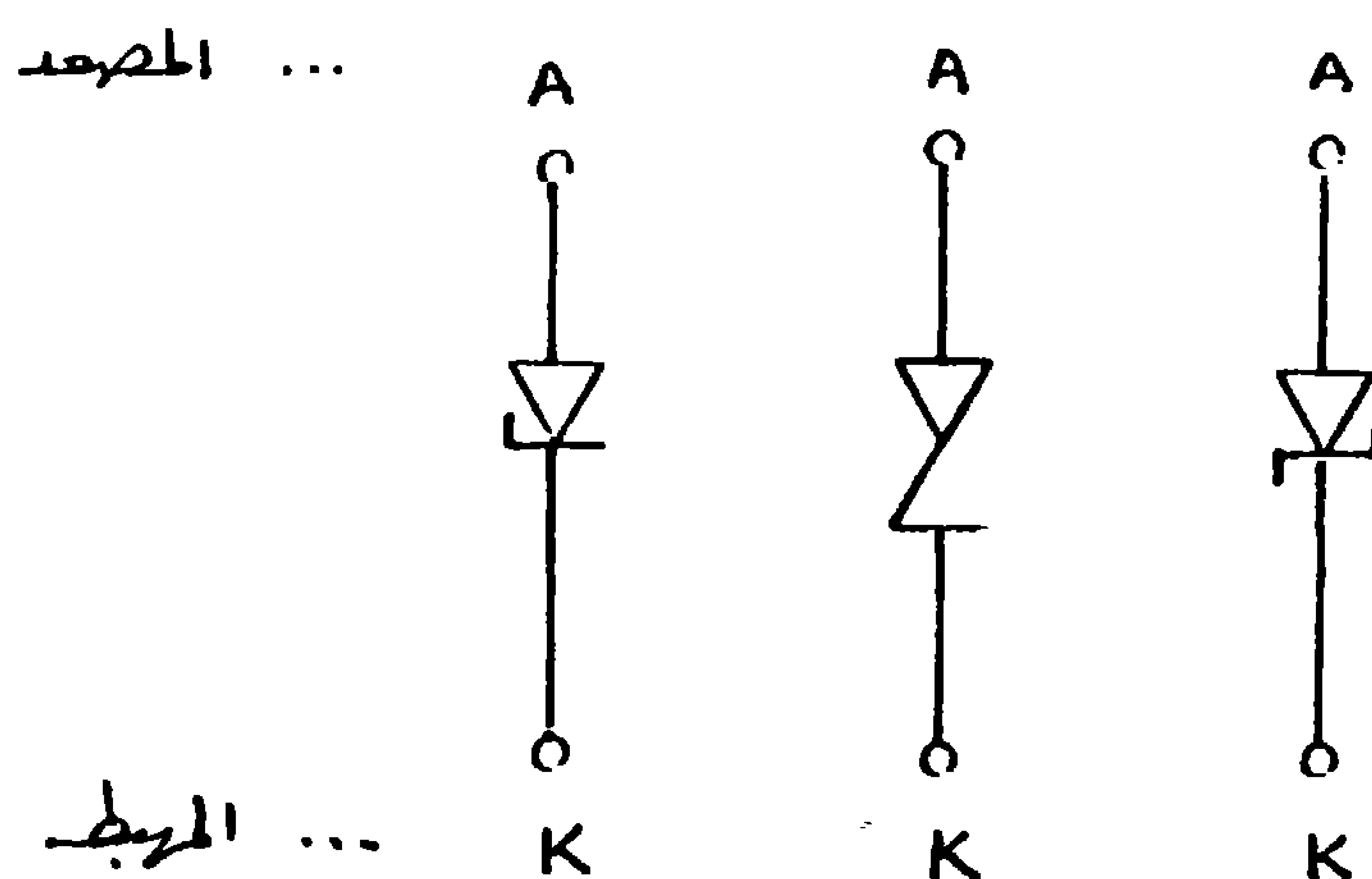
$$I_z\,(min) \leq I_z \leq I_z\,(mix)$$

لشدة تيار (Zener) $|I_z|$ وذلك من أجل **قيمة ثابتة** لجهدٍ $|V_z|$ يسمى **جهد (Zener)** . (السالب) ، وتستخدم هذه الحالة عملياً ، فيما يعرف باسم **تثبيت الجهد في ديود (Zener)** .

٢ - الانهيار الحراري :

إن زيادة فرق الكمون المطبق على الديود في حالة التغذية العكسية على قيمة معينة ، يؤدي إلى ازدياد في الطاقة الضائعة فيه على شكل طاقـة حراريـة ، وبالتـالي يؤدي إلى تحطيم البنية البلورية كلياً في المادة نصف الناقلة ، فيتلف الديود في منطقـة الالتحام ، فيحصل ازدياد مفاجيء في التيار أولاً ثم نقصان فيه بعد ذلك ، وتسـمى هذه الظاهرة بالانهيار الحراري ، حيث يتلف من أجلها الديود (الشكل 6-a) .

وأخيراً يمثل الشكل (7) رموزاً ثلاثة مستخدمة لتمثيل ديود (Zener) .



الشكل (7)

رموز ديود (zener)

ملاحظة :

تصنع ديودات (Zener) بحيث يكون كمون (Zener) ، V_z فيها يـتراوح بـين فولت واحد وحتى بضع مئات من الفولطات .

المتصل الثنائي النفقي – Tunnel Diode

يتألف الثنائي النفقي من قطعتين من أنصاف النواقل المشوية (n) و (p) ملتحمتين بمنطقة (d) صغيرة جداً (وهي أصغر مما في الديودات الأخرى بـ : 100 مرة أو حتى بـ : 1000 مرة) .

ويعتمد هذا الديود في عمله على مفعول النفق ، ويتميز هذا الديود أيضاً بأن له حاجزاً كمونياً عالياً (V_o) وهو أعلى من حاجز الكمون في الديود العادي بمرتين على أقل تقدير .

– وعندما يطبق على طرفيه جهد يتزايد تدريجياً ، فإن تياراً ينشأ في دارته مؤلفاً من ثلاثة أنواع : تيار انتشار الشحنات ، والتيار المعاكس الناجم عن الحقل الكهربائي $(\vec{E})$ ، وأخيراً عن التيار النفقي الذي نحن بصدده ، والناجم عن عبور الالكترونات لحاجز الكمون (V_o) المتواجد في منطقة التماس بين المنطقتين (n) و (p) في الديود النفقي ، والتي ، طبقاً لقوانين الميكانيك الكوانتي ، تستطيع عبور هذا الحاجز بالمفعول النفقي حتى ولو لم تكن طاقتها مساوية طاقة حاجز ارتفاع الكمون ، أو بتعبير آخر : يمكن لهذه الالكترونات أن تعبر حاجز الكمون حتى عندما تكون طاقتها أصغر من طاقة حاجز الكمون . ولكن يشترط في ذلك أن تتوافر في الجهة الثانية من الحاجز ، سويات طاقة خالية (غير شاغرة) كي تستطيع هذه الالكترونات الانتقال إليها وأن تشغرها بعد اجتيازها حاجز الكمون . ومع ذلك يمكن ايضاح عملية آلية عمل الديود النفقي كيفياً ودون اللجوء إلى الميكانيك الكوانتي ، بالاستعانة بمفهوم المناطق على النحو التالي :

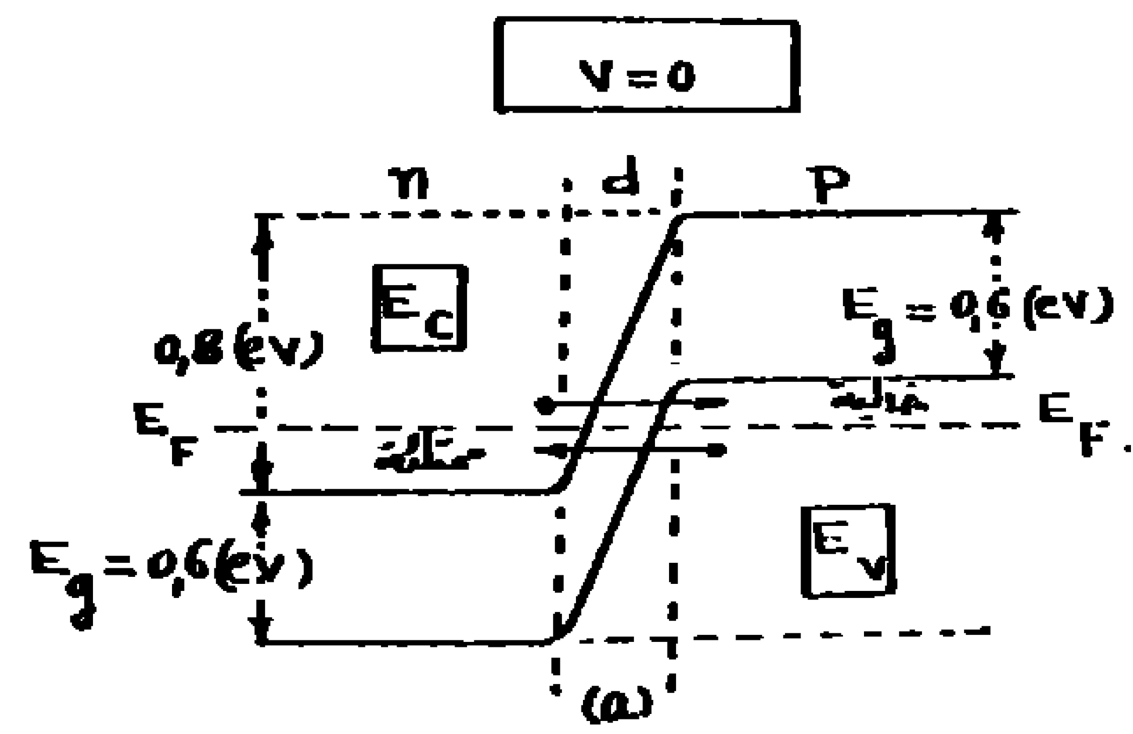
– ليكن لدينا ديود نفقي مصنوع من مادة الجرمانيوم المشوب ، الشكل (8)، ولنفرض أن طاقة ارتفاع حاجز الكمون فيه تساوي : $V_o = 0,8$ (ev) ، وليكن عرض المنطقة المحظورة بين منطقة الناقلية (E_c) ومنطقة التكافؤ (E_v) تساوي : $E_g = 0.6$ (ev) .

أولاً – لنفرض أنه لا يوجد جهد مطبق بين طرفي الديود النفقي أي : ($V = o$) كما في الشكل (8-a) ، فنجد أن عدداً متساوياً من الالكترونات النفقية يجتاز منطقة الالتحام (d) وتنتقل في الاتجاهين على السواء من (n) إلى (p) ومن (p إلى (n) ، بحيث يكون التياران متساويين في الاتجاهين ، أي تكون محصلتهما معدومة ، فلا يمر أي تيار .

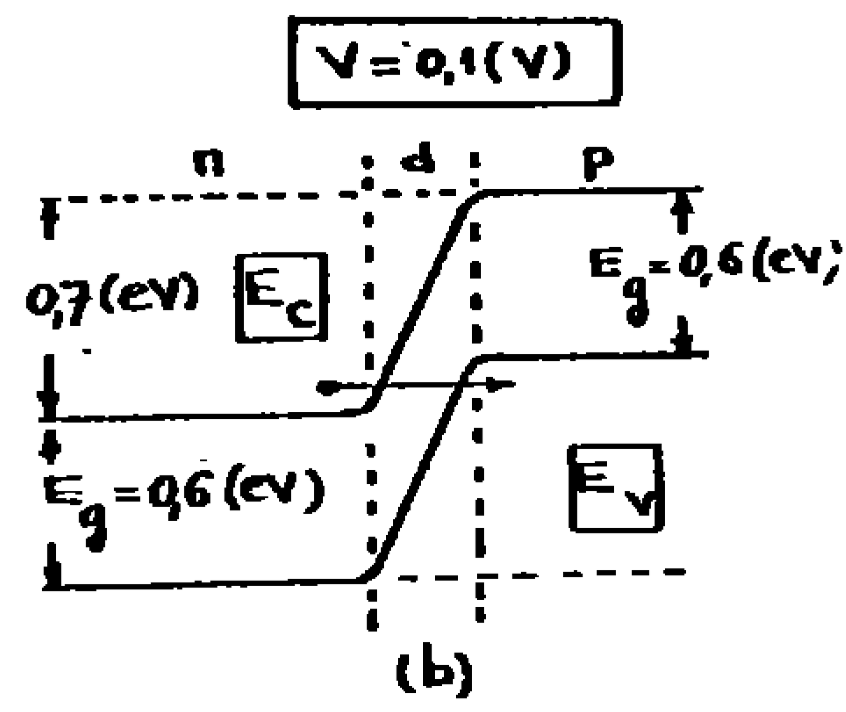
ثانياً – لنطبق جهداً صغيراً على طرفي الديود النفقي في حالة التغذية الأمامية، وليكن هذا الجهد مساوياً : $V = 0,1$ (v) . لما كان ارتفاع حاجز الكمون مساوياً فرضاً : ($V_o = 0,8$ (ev) ، فإنه سينخفض بمقدار 0,1 (ev) ويصبح مساوياً :

$$Vo - V = 0,8\ (ev) - 0,1\ (ev) = 0,7\ (ev)$$

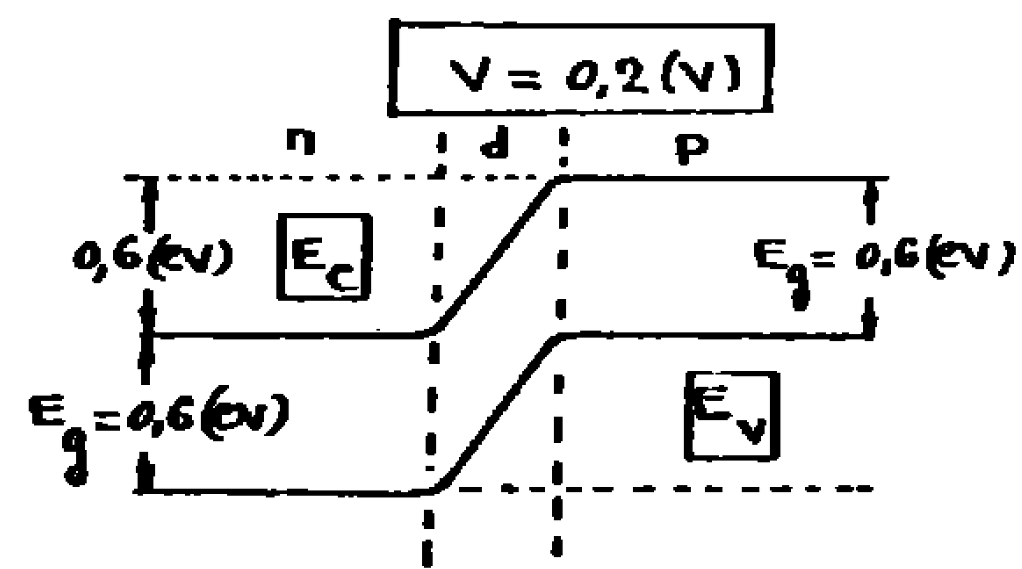
فيمر تيار نفقي أعظمي من (n) إلى (p) ، (يضاف إليه التيار العادي الكبير الناجم عن انتشار الشحنات والتيار المعاكس الناجم عن الحقل الكهربائي $\vec{E}$) ، الشكل (8-b) ، أما ما يتعلق بالانتقال من (p) إلى (n) في الاتجاه المعاكس ، فلا يمر أي تيار في هذا الاتجاه (ويكون معدوماً فيه) وذلك لعدم توافر سويات طاقة خالية في المنطقة (E_c) يمكن أن تنتقل إليها الالكترونات في هذا الاتجاه (من p إلى n) .


V = 0
n
d
P
E_c
E_g = 0,6 (eV)
0,8 (eV)
E_F
E_F.
E_v
E_g = 0,6 (eV)

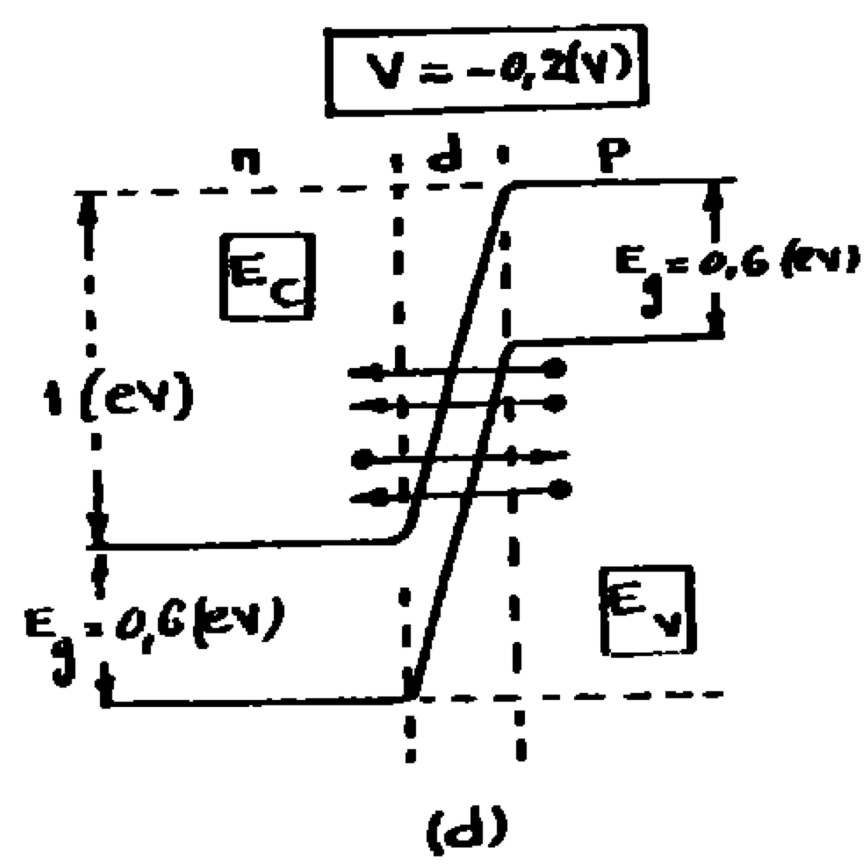
(a)


V = 0,1 (V)
n
d
P
0,7 (eV)
E_c
E_g = 0,6 (eV)
E_v
E_g = 0,6 (eV)

(b)


V = 0,2 (V)
n
d
P
0,6 (eV)
E_c
E_g = 0,6 (eV)
E_v
E_g = 0,6 (eV)

(c)


V = -0,2 (V)
n
d
P
E_c
E_g = 0,6 (eV)
1 (eV)
E_v
E_g = 0,6 (eV)

(d)

الشكل (8)

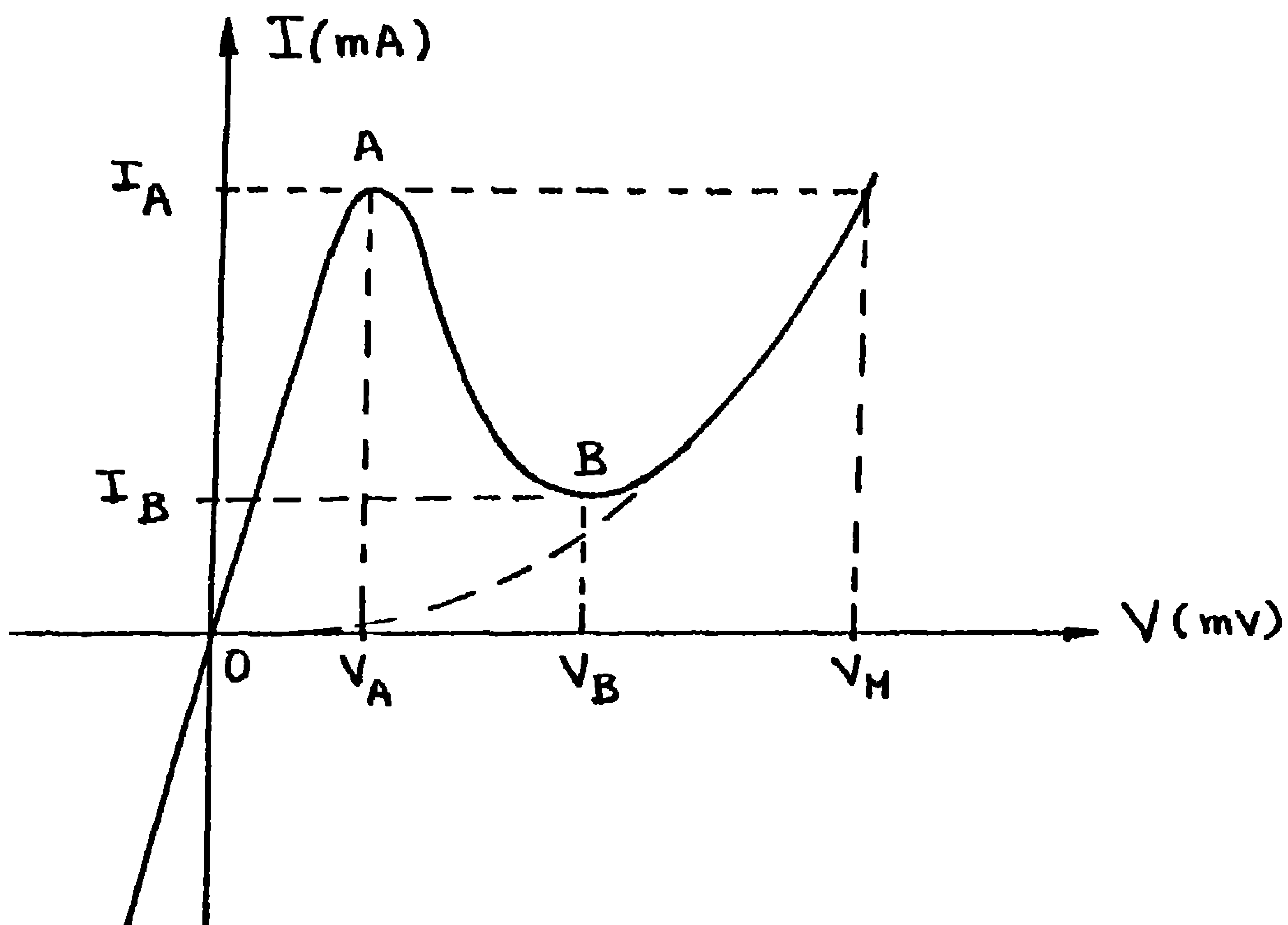
ثالثاً – عندما يزداد الجهد المطبق على طرفي الديود النفقي ازدياداً بطيئاً حتى يصبح مساوياً : $V = 0{,}2\ (v)$ ، الشكل (8-c) ، فإن التيار النفقي يتناقص حتى ينعدم، لأن ارتفاع حاجز الكمون ينخفض بمقدار $0{,}2\ (ev)$ ويصبح مساوياً : $V_o - V = 0{,}8\ (ev) - 0{,}2\ (ev) = 0{,}6\ (ev)$ أي يساوي عرض المنطقة المحظورة : $E_g = 0{,}6\ (ev)$ بين المنطقتين (E_c) و (E_v) ، وتصبح مقاومة الديود النفقي سالبة : ($r < o$) في هذه الحالة .

وعندما يزداد فرق الكمون أيضاً ويصبح كبيراً جداً ، فإن التيار النفقي يصبح مهملاً (أي معدوماً) بينما تزداد محصلة التيارين ، التيار الناجم عن انتشار الشحنات ، والتيار المعاكس الناجم عن وجود الحقل الكهربائي $(\vec{E})$ ، كما هو الحال من أجل ديود عادي .

رابعاً – أما في حالة التغذية العكسية ، الشكل (8-d) ، فإن التيار النفقي $|I|$، يزداد بشكل كبير بازدياد فرق الكمون $|V|$ المطبق على طرفي الديود النفقي .

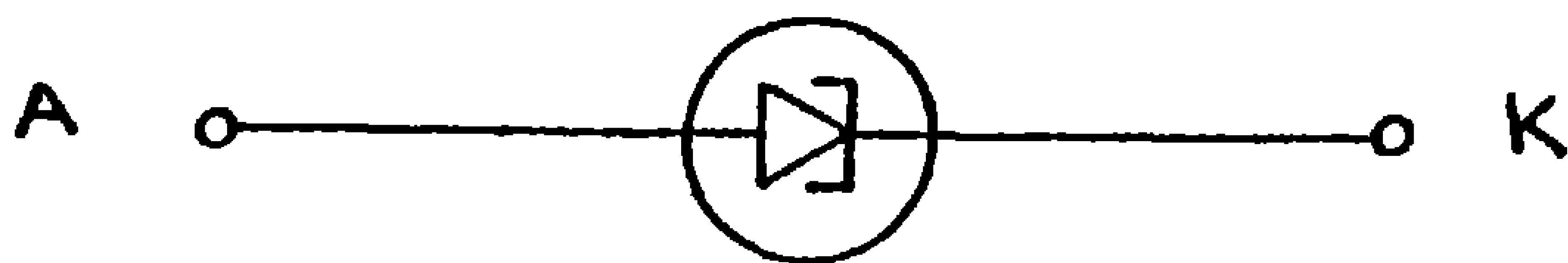
ويمثل الشكل (9) تحولات التيار النفقي (I) بدلالة الجهد المطبق على طرفيه (V) في حالتي التغذية الأمامية والتغذية العكسية للديود النفقي (المنحني المستمر) ومقارنته مع الديود العادي (المنحني المنقّط) . ونلاحظ أن شدة التيار تأخذ القيمة نفسها (I_A) من أجل جهد يساوي (V_A) ومن أجل جهدٍ (V_M) يسمى فرق الكمون المباشر .

وفيما يلي رمز للديود النفقي ، الشكل (10) .



الشكل (9)

تحولات التيار النفقي (I) من الصفر حتى (I_A) الموافق للذروة (A) في حالة التغذية الأمامية ، ثم يتناقص حتى (I_B) الموافق للنهاية الصغرى (B) وذلك بازدياد الجهد من (V_A) إلى (V_B) حيث تكون مقاومة الديود النفقي سالبة ، ثم يزداد التيار العادي (مع انعدام التيار النفقي عملياً) فيعمل الديود النفقي عمل ديود عادي في المجال من (V_B) وحتى أعلى من (V_M) : (فرق الكمون المباشر)



الشكل (10)

رمز للديود النفقي

استخدامات الديود النفقي :

إن من أهم استخداماته هي التالية :

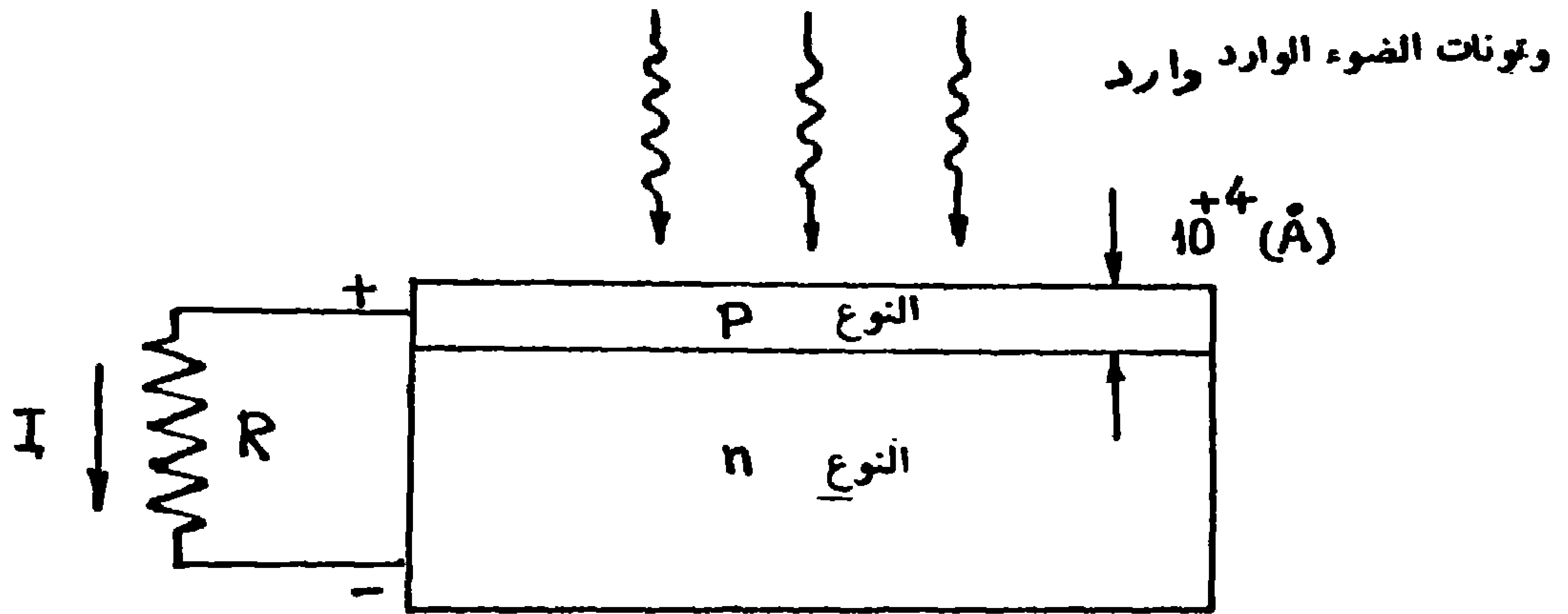
١ - يستخدم في المجال $(V_A \le V \le V_B)$ ، الشكل (9) ، أي من أجل كمونات توافق المجال المحصور بين الذروة (A) للمنحني وبين النهاية الصغرى (B) ، تكون مقاومة الديود النفقي سالبة ، وفي هذا المجال يستخدم في دارة الهزازة الكهربائية (Oscillator) لتوليد اهتزازات ذات تواترات عالية جداً ومن رتبة الـ : (GHz) .

٢ - يستخدم كمفتاح تحويل سريع ، لأن الانتقال النفقي خلال حاجز كمونه ، إنما يتم خلال زمن قصير جداً هو زمن الاستجابة أو زمن التحليل وهو من رتبة تتراوح بين 10^{-12} (s) و 10^{-4} (s) .

٣ - يستخدم في كثير من الأجهزة الالكترونية وفي الحاسبات الالكترونية .

ديود الخلية الشمسية

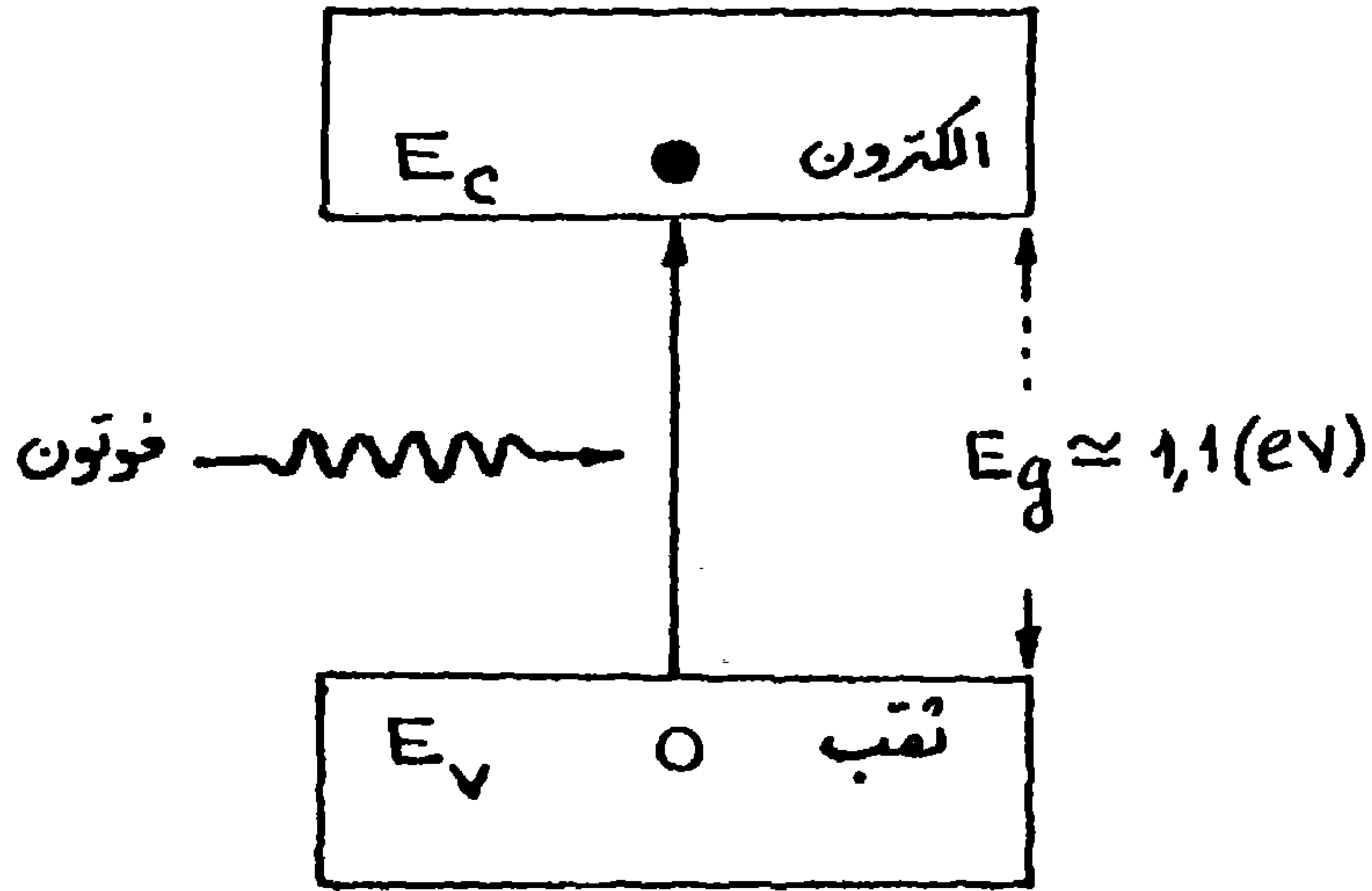
يتألف ديود الخلية الشمسية من متصل ثنائي (p - n) مصنوع من السيليس (si) ومؤلف من قطعتين : قطعة من نصف ناقل من النوع (p) وقطعة من نصف ناقل من النوع (n) ، فإذا ورد فوتون ضوئي على المنطقة (p) منه ، فإنه يتولد زوج مؤلف من الكترون وثقب وان الالكترونات الناجمة عن هذا التحويل من فوتونات الضوء تولد تياراً كهربائياً ملائماً (I) يسري في مقاومة (R) موصولة بالمنطقتين (p) و (n) ، كما في الشكل (1) .



الشكل (1)
تخطيط لديود الخلية الشمسية

فإذا كانت طاقة الفوتون الواررد (E_γ) أكبر من طاقة المنطقة المحظورة (E_g) الفاصلة بين المنطقتين : منطقة الناقلية (E_c) ومنطقة التكافؤ (E_v) ، حيث تكون (E_g) في السيليس من رتبة $E_g \approx 1,1$ (ev) ، فإنه لدى اصطدامه بالنوع (p) ، فإنه يحرض الكتروناً من منطقة التكافؤ (E_v) إلى منطقة الناقلية (E_c) ، كما في الشكل (2) مولّداً بذلك ثقباً في (E_v) التي تصبح غنيّةً بالثقوب من تكرار عملية تحريض فوتونات الضوء ، إلا أن بعضاً من الالكترونات التي تولدت بالتحريض المذكور قد يعود ويتحدّ من جديد مع بعض الثقوب مشكلاً بعض الفوتونات ولكن أغلب الالكترونات الكثيرة ، تتحرر من المتصل الثنائي فتتركه وهي خاضعة لحقل كهربائي $\left(\vec{E}\right)$ ، ينشأ في المجال المحصور بين الالكترونات والثقوب ، فيعمل على تسريع تلك الالكترونات . فيحدث فائض منها في المنطقة (n) ، كما يحدث فائض من الثقوب في المنطقة (p) ، وتكون النتيجة أن يتولد فرق كمون بينهما ، وهو من

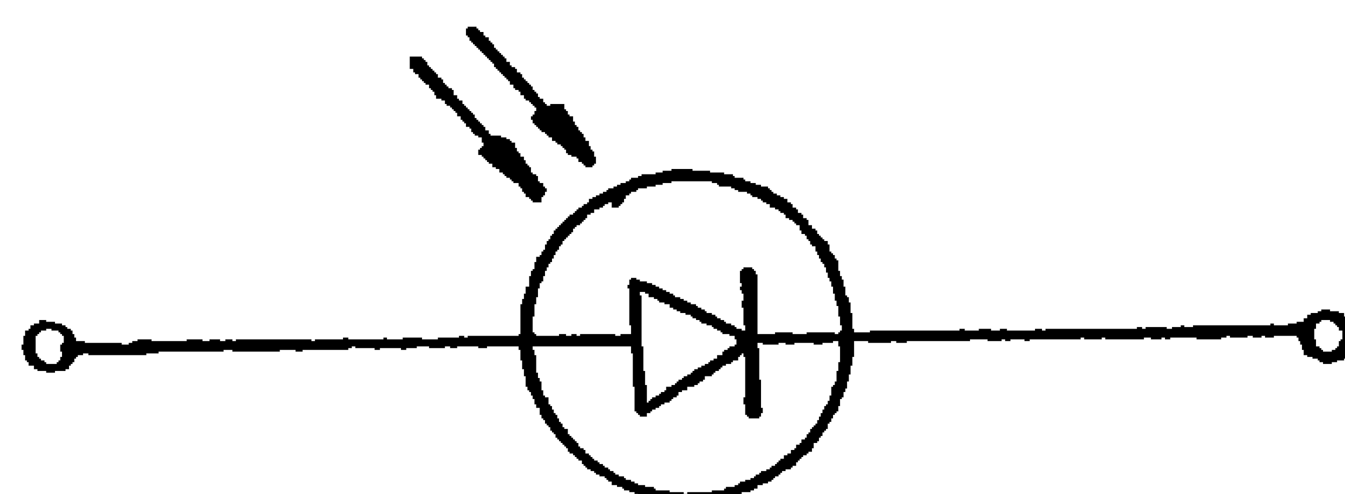
رتبة $V \approx 0,6\,(v)$ بالنسبة للسيليس ، فإذا وصلنا بـين هـاتين المنطقتـين (p) و (n) بمقاومة خارجية (R) ، حصل تيار كهربائي (I) وبالتالي ، تكون متناسبة مع شـدة الضوء الوارد .



الشكل (2)
تحويل طاقة الفوتون إلى (الكترون - ثقب)

هذا ويصنع الفوتو - ديود مـن مـادة السيليس في أغلـب الحـالات ، بحيـث يكون سطح المنطقة (p) أكبر ما يمكن لاستقبال أكـبر عـدد ممكـن مـن الفوتونـات الواردة عليه ، وبحيث تكون سماكة المنطقة (p) المعرضة للضـوء صغيرة جـداً ومـن رتبة (10^{+4} °A) بحيث أن الالكترونات الحاصلة عن تحريض الفوتونات لهـا ، تصـدر عن المتصل الثنائي قبل أن تتحدّ من جديد مع بعض الثقوب الحاصلة . هذا وعندمـا تنتقل الالكترونات في المتصل الثنائي ، من المنطقة (p) إلى المنطقة (n) ، فإن كمون المنطقة (p) يصبح موجباً ، ويصبـح كمـون المنطقـة (n) سـالباً ، وهكـذا يصبح

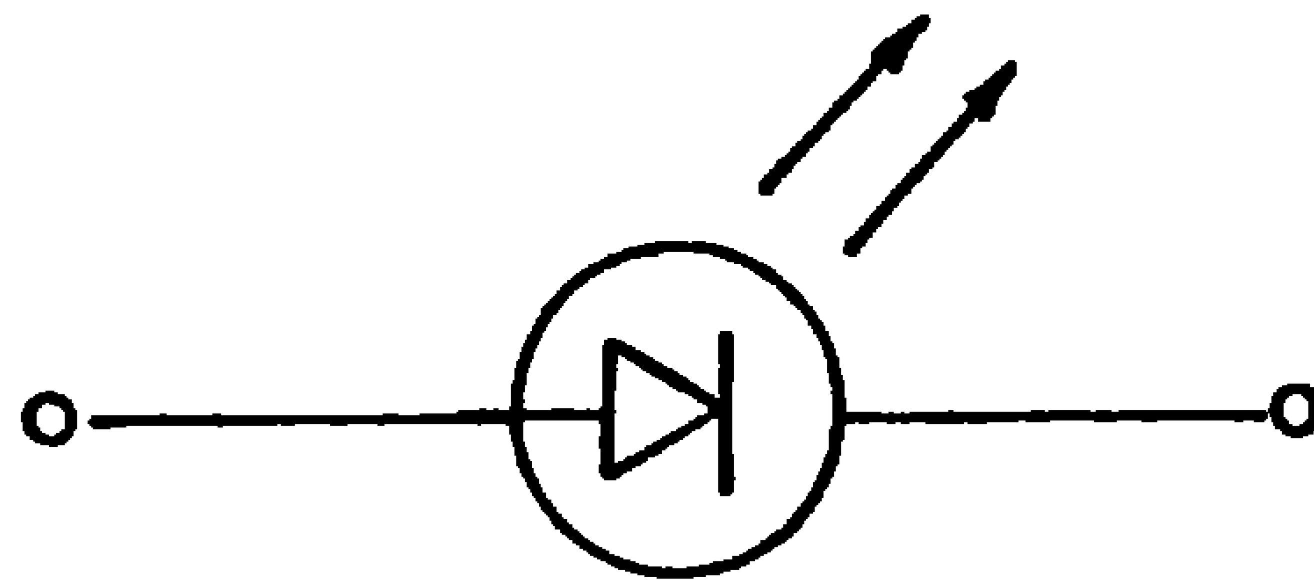
الفوتو - ديود مصدراً لتحويل الضوء إلى طاقة كهربائية ، وأخيراً يمثل الشكل (3) ، الفوتو - ديود رمزياً :



الشكل (3)
الفوتو - ديود

الديود المُصدر للضوء (LED)

يتألف الديود المُصدر للضوء (LED) ، (أي : Light - Emitting Diode) ، من متصل ثنائي (p - n) يتميز بمجال واسع من التغذية لكي تحدث تركيزاً كبيراً من الاالكترونات في المنطقة من النوع (p) من الديود ، وثقوباً كثيرة في منطقته (n) ففي تلك الشروط ، يُصدر الديود ضوءاً عندما تتحد الالكترونات مع الثقوب بحيث أن عمل الديود (LED) يعاكس عمل الفوتو – ديود في الخلية الشمسية ، بحيث ينتقل الكترون الناقلية من المنطقة (E_c) إلى منطقة التكافؤ (E_v) ، عكس حالة الشكل (2) ، ليملأ الثقب وليتحد معه مشكلاً فوتوناً ، ولحصول ذلك لا بد من تطبيق فرق كمون خارجي على طرفي الديود ليعادل الطاقة الصادرة على شكل ضوء من الديود ، بحيث نصل القطب الموجب من الكمون الخارجي بالمنطقة (p) ونصل القطب السالب منه بالمنطقة (n) فيحدث عندئذٍ بين طرفي المتصل الثنائي (p - n) حقل كهربائي تتحرك بموجبه الالكترونات من المنطقة (n) إلى المنطقة (p) وتتحرك الثقوب من المنطقة (p) إلى المنطقة (n) وبذلك تتصادم الالكترونات والثقوب مع بعضها وتتحد فتحدث فوتونات الضوء الذي يبرز من الديود (LED) في مجال الضوء الأحمر من الطيف . ويستخدم الديود المصدر للضوء (LED) في الأجهزة الالكترونية وبخاصة في الحاسبات الالكترونية ، ويبين الشكل التالي ، الشكل (4) رمزاً للديود المُصدر للضوء (LED) .



الشكل (4)
الديود المُصدر للضوء

الديود كاشف للجزيئات ، ويسمى كاشف الحاجز السطحي

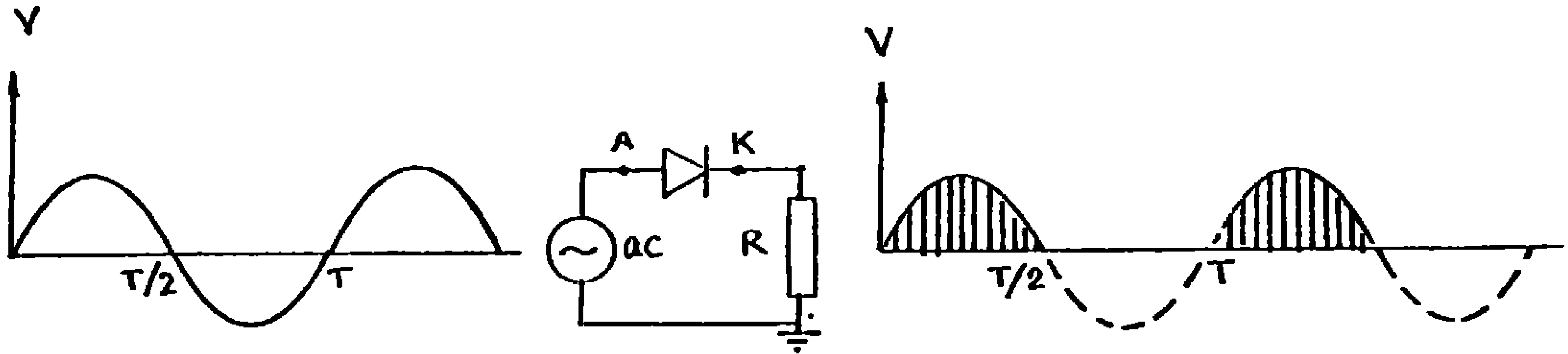
: (Surlace - bbarrier détecter)

ويتألف من متصل ثنائي (p - n) يتميز بأنه له مجالاً واسعاً في التغذية العكسية ، بحيث لا يمر فيه أي تيار وهو في حالته الطبيعية ، ولكن عندما يمر خلاله جزيء ذو طاقة عالية (كالالكترون مثلاً) ، فإنه يُحدث أزواجاً مؤلفة من الالكترونات والثقوب ذات طاقة أدنى من طاقة الجزيء الوارد ، وتكون النتيجة أن مردود هذا الجزيء يؤدي إلى حدوث نبضة (أو إشارة) تدل على مروره ويتناسب ارتفاعها مع طاقته .

التقويم بوساطة المتصل الثنائي
(Redressement)

١ – التقويم نصف الموجي :

تعتمد فكرة التقويم بوساطة المتصل الثنائي ، على أنـه إذا طبقنـا بين طرفيه (A) و (K) فرق كمون متناوباً جيبياً (نأخذه من محوّلة مثلاً (v) 6 متصلة بمأخذ المدينة) ، فإنه يمرّر نصف الموجة الموجب في الشكل (1) ، ولا يمرر نصف الموجة السالب منه ، أما إذا عكسنا طرفي الثنائي (A) و (K) كما في الشكل (2) ، فإنه يمرّر نصف الموجة السالب من هذا الكمون ولا يمرّر نصف الموجة الموجب منه . لقد فرضنا فيما سبق أن كمون المصعد (A) موجب بالنسبة للأرض وجيبياً من الشكل التالي :



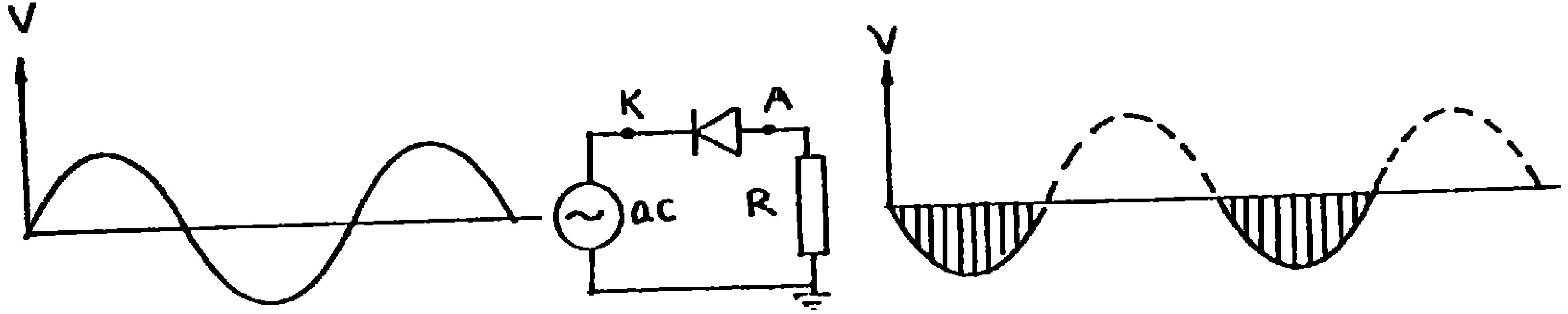
الشكل (1)

$$V = V_{max.} . \sin\omega t \qquad ... (1)$$

إن فرق الكمون (V_e) بين طرفي المقاومة (R) في الشكل (1) ، يساوي من أجل :

$$V_R = V \qquad ... \qquad T/2 \geq t \geq o$$

ومن أجل : $T \geq t \geq T/2$ ... $V_R = O$



الشكل (2)

حيث : (T) هو دور التيار المتناوب المستخدم في الدارة ، يمكن حساب القيمة الوسطية (V_o) لفرق الكمون (V_R) خلال دورٍ واحد (T) كما يلي :

$$V_o = \frac{1}{T} \int_0^{T/2} V_{max.} . \text{Sin}\omega t . dt = \frac{V_{max}}{\pi}$$

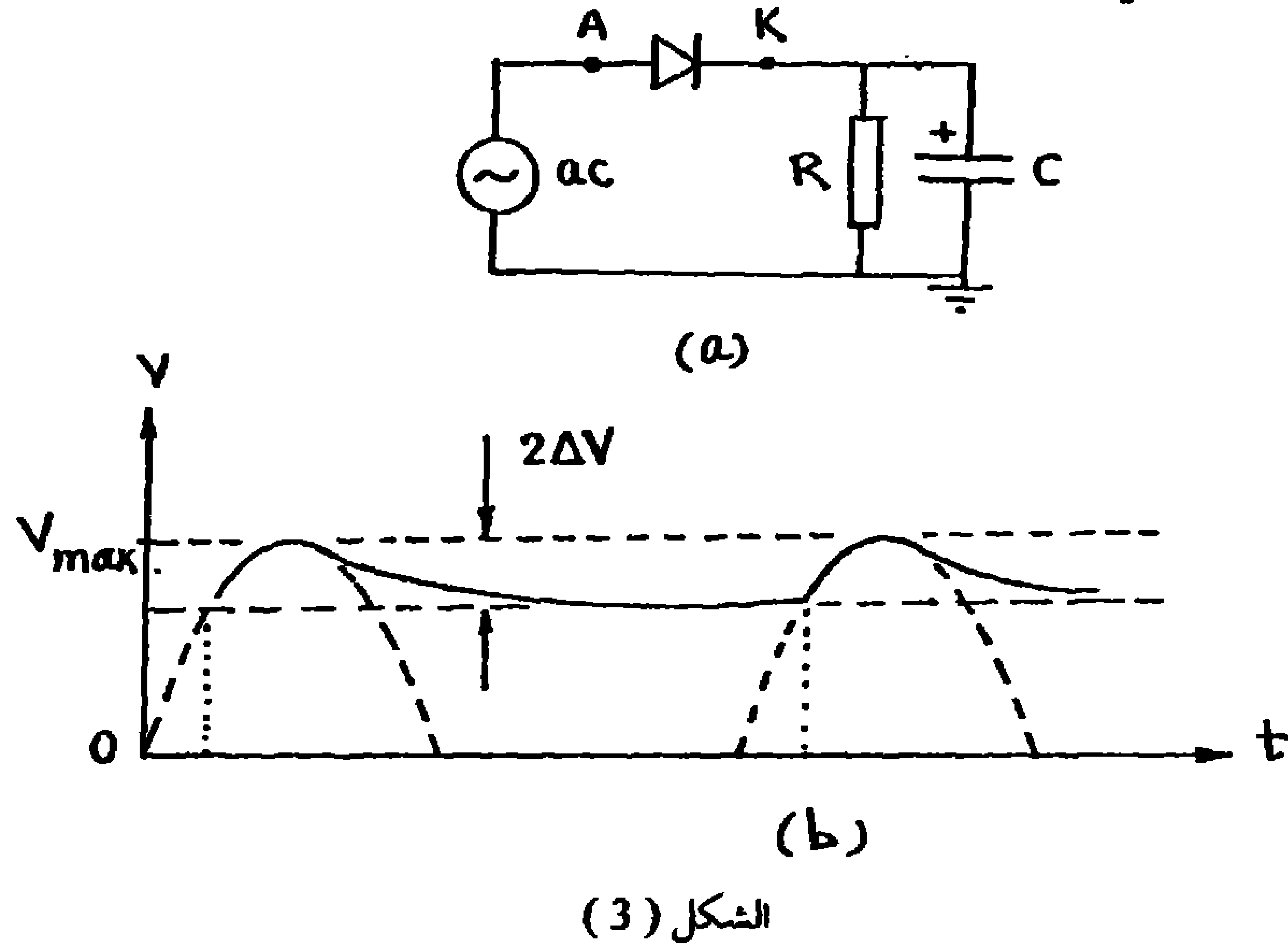
$$V_o = \frac{V_{max}.}{\pi} \qquad \dots (2)$$

ملاحظة :

يتضمن الكمون (V_R) ، بالإضافة إلى القيمة المستمرّة (V_o) الواردة في المعادلة (2) ، سلسلةً من الكمونات الجيبية ، نحصل عليها من سلسلة (Fourier) كما يلي :

$$V_R = \frac{V_{max.}}{\pi} \left(1 + \frac{\pi}{2} \text{Sin}\omega t - \frac{2}{3} \text{Cos}\omega t + \dots \right) \qquad \dots (3)$$

- إذا أضيف إلى الدارة في الشكل (1) ، مكثفة سعتها (C) ، فنحصل على الشكل (3) ويمكن ملاحظته تجريبياً على شاشة راسم الإشارة (وهو منحنٍ مقوم تقويماً نصف موجي) .



الشكل (3)

تعريف عامل التموّج (γ) :

يعرف عامل التموّج التجريبي (γ_{exp}) بالعلاقة التالية :

$$\gamma_{exp.} = \frac{\Delta V}{V_o} \qquad \dots (3)$$

حيث : (V_o) هي القيمة الواردة في المعادلـة (2) ، و ($2\Delta V$) هـو مقـدار التغير في الكمون بوجود المتصل الثنائي مـع المقاومـة ومـع المكثفـة كمـا في الشـكل (3) .

ويعرف عامل التموّج النظري ($\gamma_{th.}$) بالعلاقة التالية :

$$\gamma_{th.} \frac{T}{2RC} \qquad \dots (4)$$

حيث : ($\tau = RC$) هو زمن تفريغ المكثفة (C) في الدارة .

(T) هو دور الحركة الاهتزازية الجيبية لتيار المدينة ويساوي لدينا :

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{50 \ (Hz)} = 0.02 \ (S) \qquad \dots (5)$$

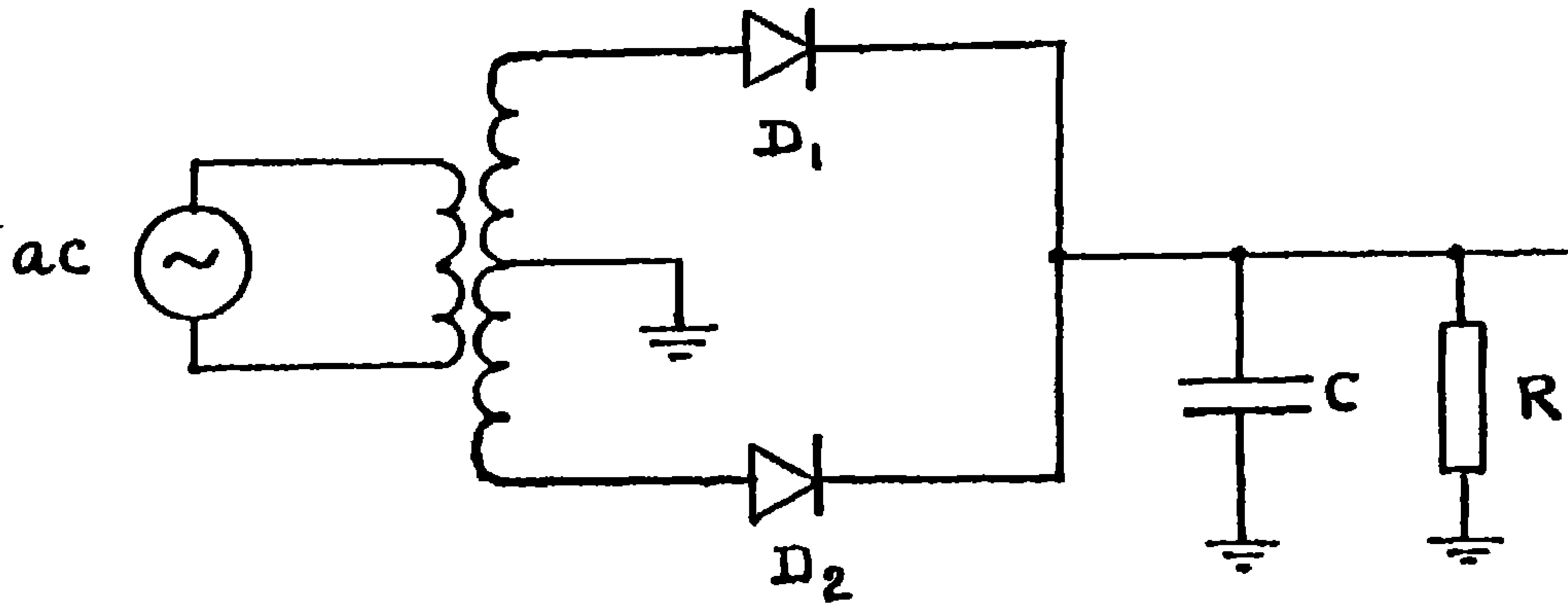
٢ – التقويم الموجي الكامل :

وهو تقويم يعتمد على استخدام الموجة الجيبية بكاملها وتستخدم لذلك طريقتان :

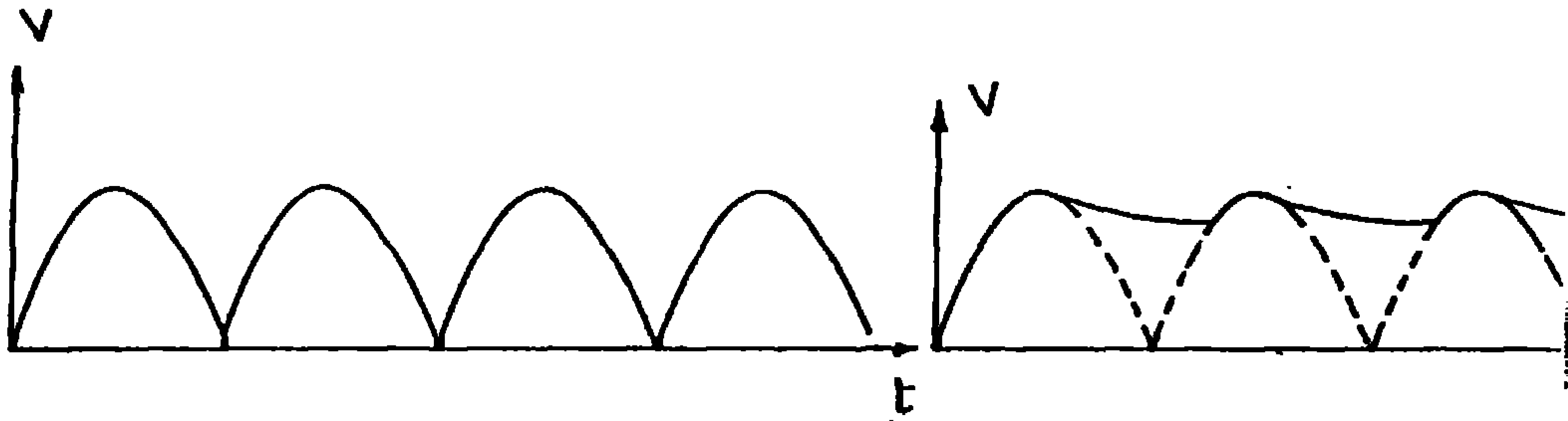
الطريقة الأولى (باستخدام ثنائيتين) والطريقة الثانية (باستخدام جسر مؤلف من أربع ثنائيات) :

الطريقة الأولى :

نصل الدارة كما هو مبين في الشكل (4) ، أولاً بدون المكثفة ، ثانياً بوجودها ، فنلاحظ أنه عندما يكون الثنائي (D_1) في حالة تغذية أمامية ، فإن الثنائي (D_2) يكون ففي حالة تغذية عكسية ويتم ذلك خلال النصف الأول من الدور (T) ، أما خلال النصف الثاني من الدور (T) ، فإن (D_1) فيصبح في حالة تغذية عكسية و(D_2) في حالة تغذية أمامية ونحصل على الشكل (5 - a) بدون المكثفة (C) ، أما بوجودها منحصل على الشكل (5 - b) ، وفي هذه الحالة تزداد القيمة المستمرة للكمون فتتضاعف وتصبح مساوية ($V_o = 2V_{max.}/\pi$) كما يصبح عامل التمّوج النظري مساوياً : $\left(\gamma_{th.} = \frac{T}{4RC}\right)$.



الشكل (4) – الطريقة الأولى :دارة التقويم الموجي الكامل .



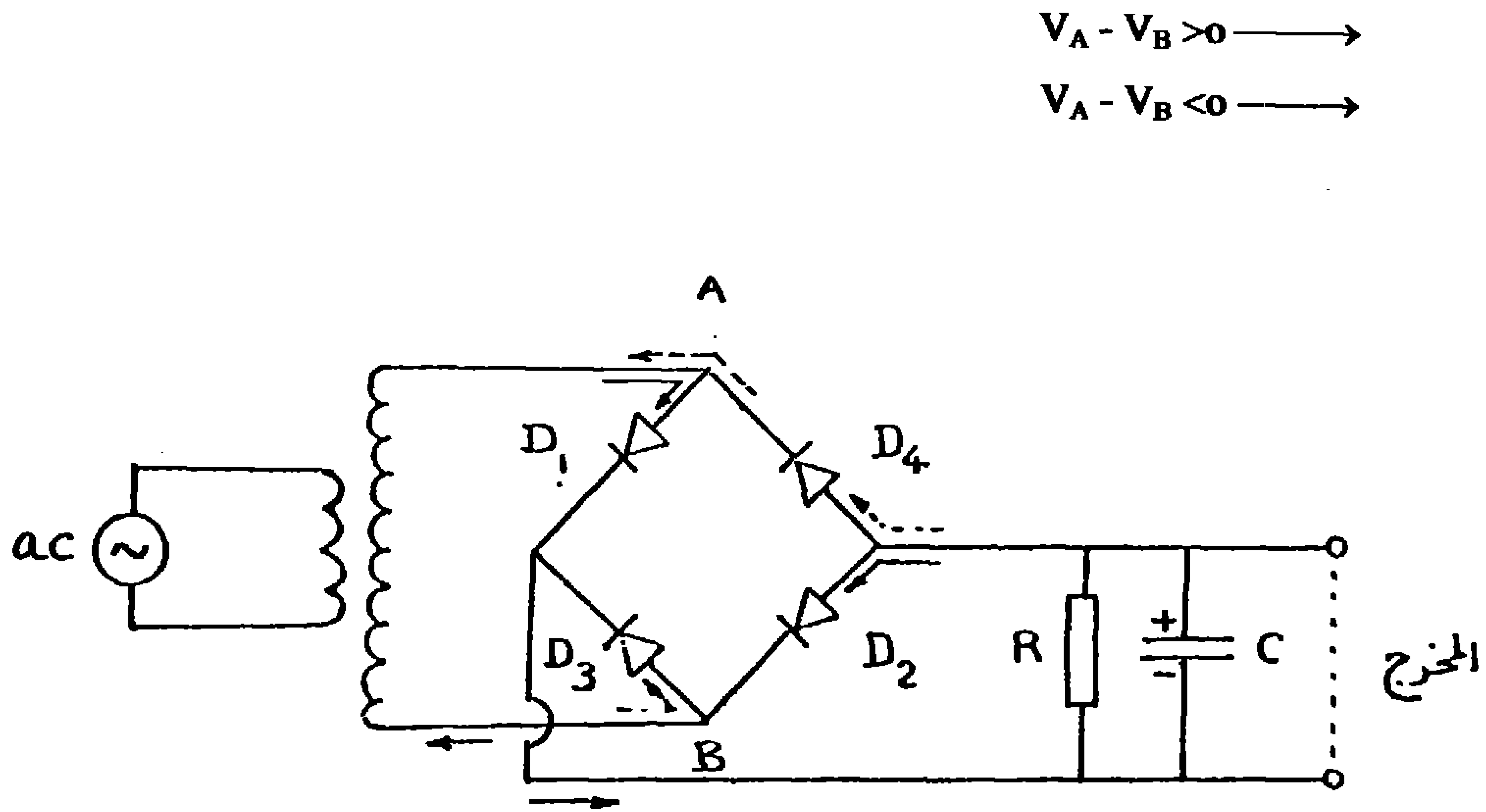
(b) – بوجود مكثفة (c) في الدارة (a) – بدون مكثفة (c) في الدارة

الشكل (5) – التقويم الموجي الكامل – (a) – كمون المخرج بدون مكثفة (c) في الدارة .

(b) – كمون المخرج بوجود مكثفة (c) في الدارة

الطريقة الثانية :

وتستخدم فيها جسراً مؤلفاً من أربعة ديودات كما في الشكل (6) التالي :



الشكل (6)

الطريقة الثانية : التقويم الموجي الكامل بوساطة جسر مؤلف أربع ثنائيات ، حيث ($V_A - V_B$) هو فرق الكمون بين النقطتين (A) و(B) ويكون موجباً من أجل السهم المستمر ، وسالباً من أجل السهم المخطط

تتميز هذه الطريقة بأنها لا تستخدم محولة تحتوي على نقطة الأرضي في دارتها الثانوية .

إن الثنائيين D_1 و D_2 يمران التيار خلال النصف الأول من الدور حيث يكونان في حالة تغذية أمامية ، أما الثنائيان D_3 و D_4 فيمران التيار خلال النصف الثاني من الدور .

- هذا ويعد دارات التقويم مهمة لأن أكثر خطوط الجهد هي متناوبة (ac) بينما نجد أن الدارات الالكترونية تستخدم في أغلب الحالات كموناً مستمراً (dc)، لهذا نجد أن المتصلات الثنائية كثيرة الاستخدام في جميع مجالات الدارات الالكترونية بما في ذلك الراديو والتلفزيون (TV) والحاسبات والكومبيوتر .

الترنزيستور (Transistor)

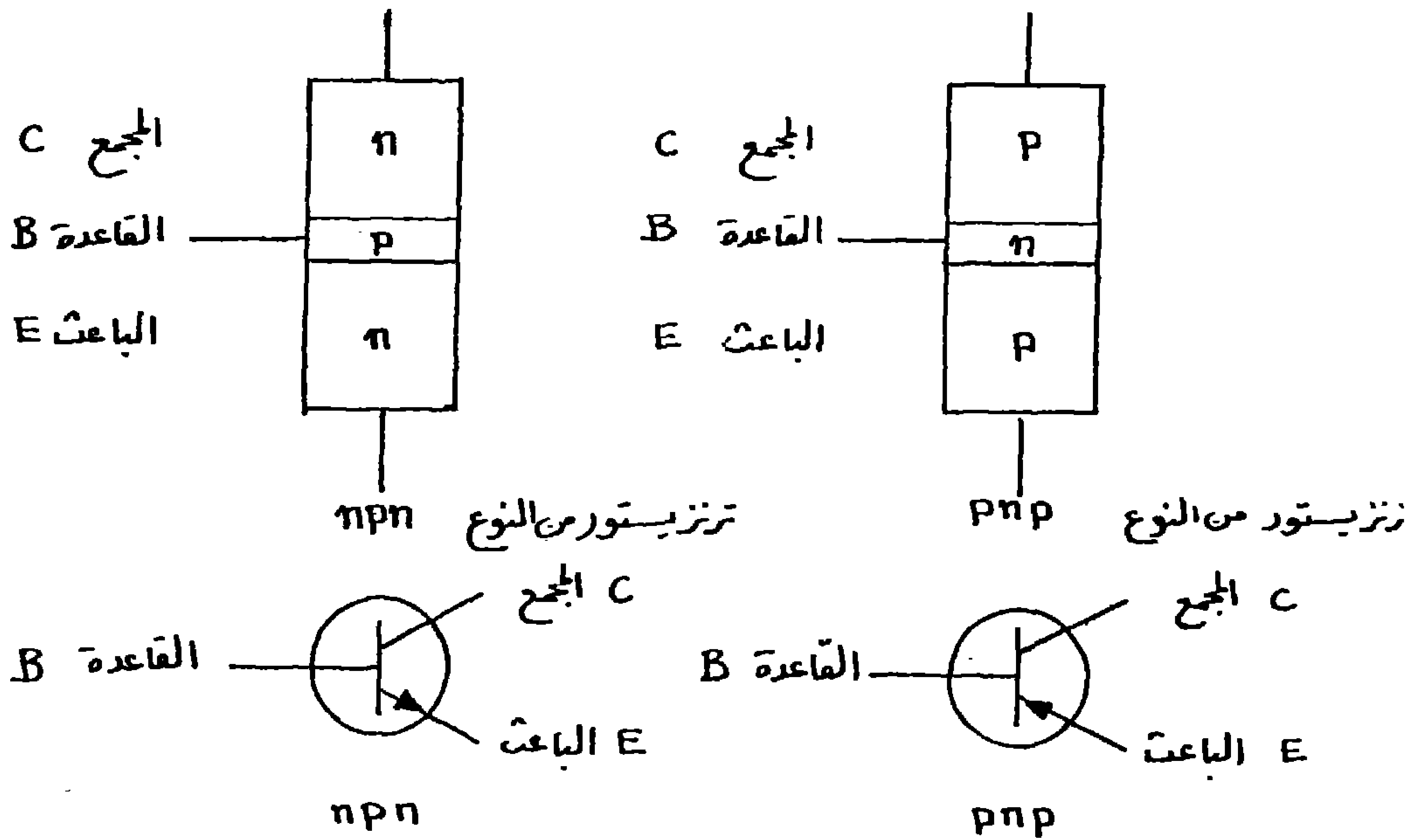
يتألف الترنزيستور من ثلاثة أنصاف نواقل تشكل مساريه الثلاثة وهي :

- الباعث (E) ، (Emitter) ، وهو نصف ناقل مشوب بنسبة أكبر مما للمسريين الآخرين .
- القاعدة (B) ، (Base) ، وهو نصف ناقل رقيق جداً تبلغ سماكته من رتبة (0,02 mm) .
- المجمع (C) ،(Collector) .

يوجد نوعان من الترنزيستور هما (npn) و (pnp) كما في االشكل (1) ، النوع الأول منهما ، يتألف من نصف ناقل من النوع (P) يشكل القاعدة ، يحصرانها نصفا ناقل من النوع (n) يؤلفان الباعث والمجمع وهما من نوعٍ واحد وأكثر سماكة من القاعدة . أما النوع الثاني (pnp) فيتألف من قاعدة مصنوعة من نصف ناقل من النوع (n) يحصرانها كل من الباعث والمجمع المصنوعين من نصف ناقل من النوع (p) وهكذا نجد ان الترنزيستور مؤلف من متصلين ثنائيين (pn) .

الترنزيستور (pnp) :

يستخدم الترنزيستور (pnp) كما في الشكل (2) لتضخيم كمون اشارة جيبية عندما نطبقها على مدخل دارة الترنزيستورالمذكور ، فنحصل عليها مضخمةً في مخرج دارته وبين طرفي مقاومة الحمولة (R_L) / ويطلق على هذه الدارة في الشكل (2) عندئذٍ اسم التضخيم بوساطة الترنزيستور (pnp) في وصلة الباعث (E)/ وهي أكثر الوصلات استخداماً في التضخيم في دارات الترنزيستور (بحدود 95% من داراته) .



الشكل (1)

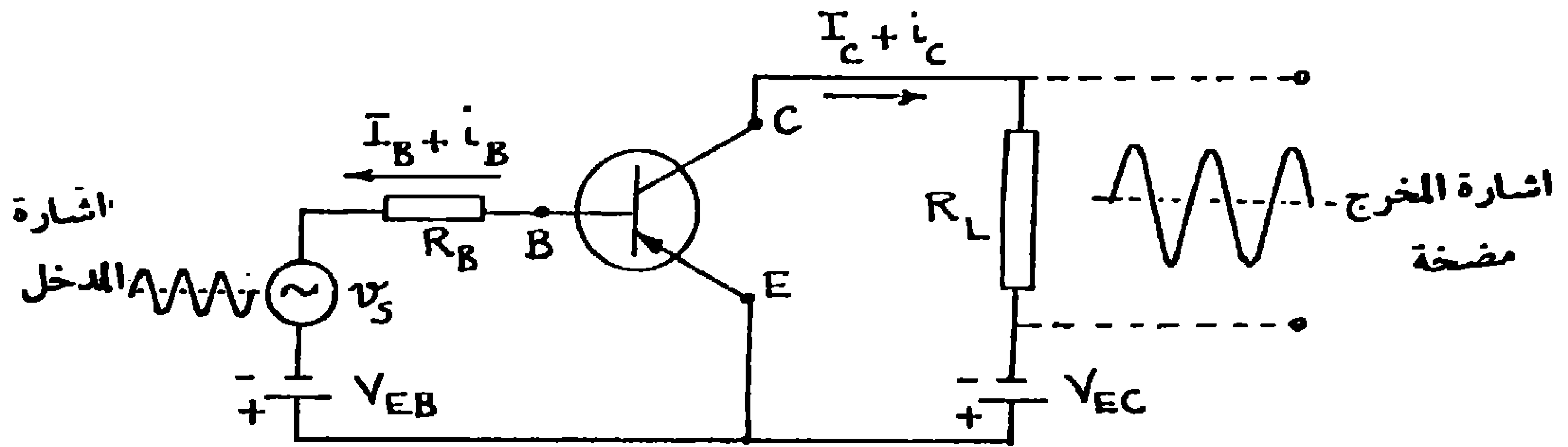
تخطيط لترنزيستور من النوع (npn) ورمزه .

ولترنزيستور من النوع (pnp) ورمزه .

يحتفظ الباعث (E) بالسهم الذي يشير إلى جهة التيار المار في الدارة وذلك في الاستعمالات الطبيعية

(وهذه الجهة هي فرضية) .

حيث يتم ادخال الاشارة (كمون اشارة جيبية مثلاً) بين القاعدة (B) والباعث (E) ،فنحصل عليها مضخمةً بين طرفي مقاومة الحمولة (R_L) أي بين المجمع (C) والباعث (E) .



الشكل (2)

ترنزيستور (pnp) مستخدم في الدارة كمضخم (للكمون ، وللتيار) ، إن تغيراً صغيراً في تيار القاعدة (i_B) ، يحدث تغيراً في تيار المجمع (i_C) ، كذلك إن اشارة ذات ارتفاع كموني صغير في دارة القاعدة تنتج بعد التضخيم إشارة ذات ارتفاع كموني كبير في دارة المجمع عبر مقاومة الحمواة (R_L)

تتألف الدارة من المتصل الثنائي الثنائي باعث E – قاعدة B) الموصول بالتغذية الأمامية عن طريق البطارية (V_{EB}) ومعها على التسلسل كمون متناوب (V_S) يعطي اشارة صغيرة الارتفاع (ويعد اشارة المدخل ففي الدارة) بحيث يكون تيار القاعدة مساوياً المجموع التالي :(I_B) التيار الناجم عن فرق الكمون بين طرفي البطارية (V_{EB}) والتيار المتغير (i_B) الناجم عن كمون الاشارة المتناوب (V_S) ، ولما كان (V_s) في لحظةٍ ما (t) موجباً أو سالباً ، فإن فرق الكمون (V_{EB}) ينبغي أن يكون كبيراً ليضمن تغذية أمامية دائمة بين المتصل الثنائي (باعث E – قاعدة B) مهما تغير الكمون (V_s) .أما تيار المجمع فيتألف هو أيضاً من قسمين : تيار مستمر (I_c) ناجم عن البطارية (V_{EC}) وتيار متناوب (i_c) . علماً أن (I_c) يعطي بدلالة (I_B) بالعلاقة التالية :

$$I_c = \beta . I_B \qquad \dots (1)$$

حيث : (β) تمثل الربح في تضخيم التيار $\left(\beta = \frac{E_c}{I_B}\right)$ حيث يكون محصوراً بين القيمة (10) وعدة مئات .

حيث : (I_B) هو التيار عند مدخل الترنزيستور في الدراة ، الشكل (2) .

: (I_c) هو التيار عند مخرج الترنزيستور .

وتكون الدارة المؤلفة من المتصل الثنائي (قاعدة B - مجمع C) موصولة بالتغذية العكسية .

هذا وان التيار المتناوب (i_c) هو أيضاً يعطي بدلالة (i_B) بالعلاقة التالية :

$$i_c = \beta . i_B \qquad \dots (2)$$

فيكون لدينا تضخيم في التيار المتغير مع الزمن (المتناوب) : $\left(\beta = \frac{i_C}{i_B}\right)$.

هذا وإن وجود التيارين (I_c) و (I_B) ضروريان لعملية الترنزيستور . ان كمون اشارة المدخل (V_s) تتناسب طرداً مع تيار القاعدة (i_B) حسب قانون أوم كما يلي :

$$i_B = \frac{v_s}{R_B + r_B} \qquad \dots (3)$$

حيث : (r_B) هي مقارمة الترنزيستور الداخلية بين الباعث (E) والقاعدة (B) .ولدينا بالمثل عبر مقامة الحمولة (R_L) في المخرج حيث يتناسب الكمون (V_L) بين طرفيها مع شدة تيار المجـ ـمع (i_c) أي :

$$V_L = i_c . R_L \qquad \dots (4)$$

وباستخدام المعادلة (2) نحصل على مايلي :

$$i_c = \beta . i_B = \beta \frac{v_s}{R_B + r_B} \qquad \dots (4)$$

وبالتالي نحصل على **الربح في تضخيم الكمون** للمضخم المستخدم في الدارة (2) التالي :

$$\text{الربح في تضخيم الكمون} = \frac{v_L}{v_S} = \beta \frac{R_L}{R_B + r_B} \qquad \dots (5)$$

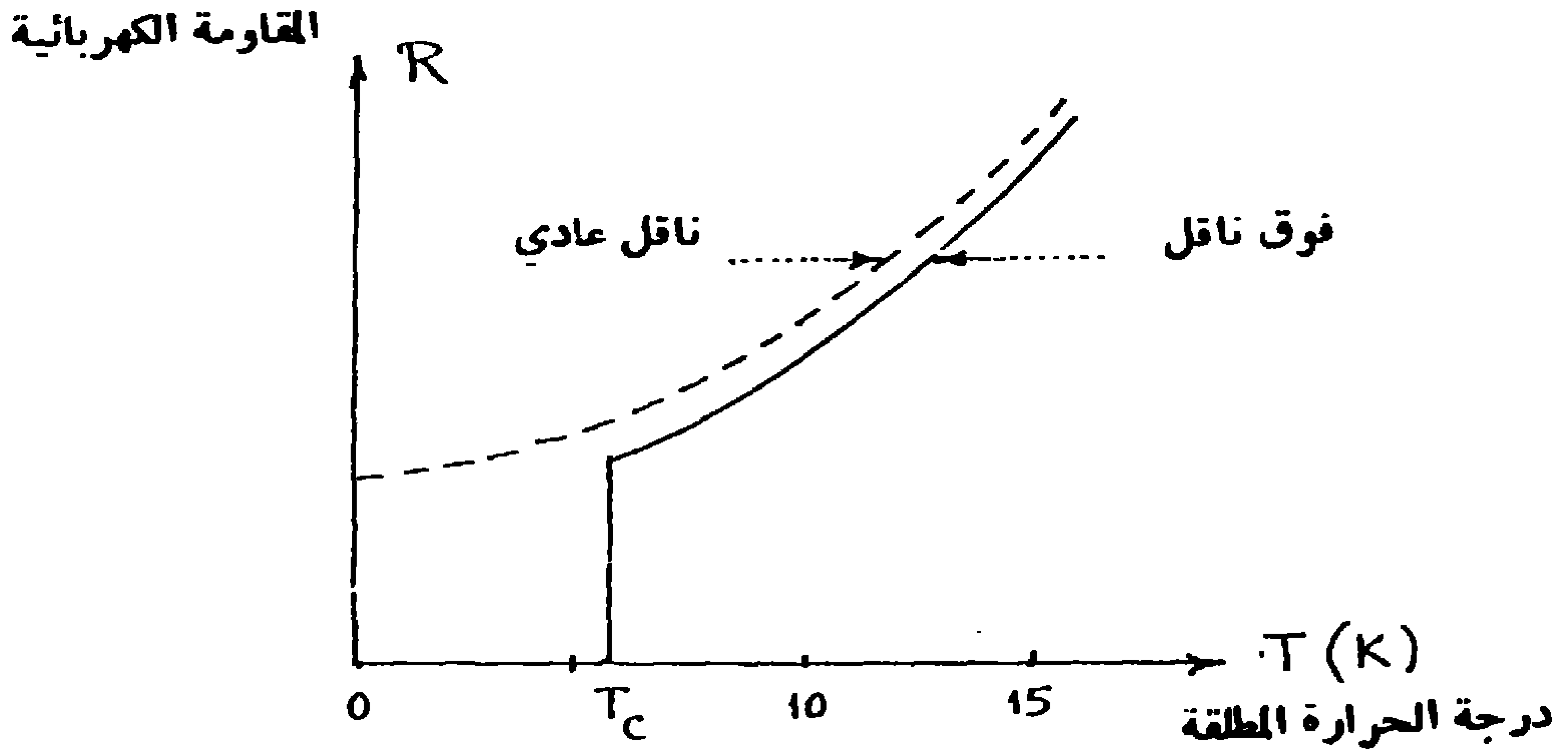
هذا وعندما نصل على التسلسل عدة ترنزيستورات من النوع الوارد في الدارة ، الشكل (2) فإننا نحصل بدلاً من كمون صغيرة جداً في المدخل الترنزيستور الأول ، على كمون كبير جداً في مخرج الترنزيستور الأخير . ونشير أخيراً إلى أن فرق الطور بين كموني المدخل والمخرج يساوي في مثالنا (180°) ، والخلاصة فإن مضخم الترنزيستور السابق في وصلة الباعث يتصف بربح عال سواء كان ذلك في تضخيم التيار أم في تضخيم الكمون أم في تضخيم الاستطاعة ، ويتصف بمقاومة صغيرة في مدخله وبمقاومة مرتفعة في مخرجة .

الناقلية الفائقة

Superconductivity

تتميز بعض المواد التي يطلق عليها اسم نواقل فائقة ببعض الخصائص الأساسية التالية :

أولاً : إن لها مقاومة كهربائية نوعية (P) معدومة في درجات الحرارة المنخفضة جداً في المجال أدنى من درجة حرارتها الحرجة (T_c) ، (وبالتالي تكون مقاومتها الكهربائية المعينة في المجال أدنى من درجة حرارتها الحرجة (T_c) ، (وبالتالي تكون مقاومتها الكهربائية المعينة بالعلاقة $R = P\frac{\ell}{S}$ معدومة في ذاك المجال) ، كما يوضح ذلك الشكل (1) :



الشكل (1)

تحولات المقاومة الكهربائية (R) لناقل فائق (المنحني المستمر) ولناقل عادي (المنحني المخطط) بدلالة درجات الحرارة المطلقة (T) المنخفضة جداً ونلاحظ أن مقاومة الناقل الفائق تنعدم من أجل درجة حرارته الحرجة (T_c)

لقد لاحظ (K . Onnes) عام (1911) انعدام المقاومة الكهربائية لبعض مواد الناقلية الفائقة عندما تخضع للتبريد في دارة حتى درجات حرارة أدنى من درجة حرارتها الحرجة (T_c) . وقد قيست أدنى قيمةٍ لها ، فكانت مساوية : $T_c \approx 0,015$ (K) لمادة النيوبيوم (Niobium) ، وتختلف قيمة (T_c) باختلاف المواد الفائقة كما يبين ذلك الجدول (I) . هذا ولما كانت مقاومة الناقل الفائق معدومة في درجات حرارة أدنى من (T_c) ، فقد لوحظ أن للناقل الفائق تياراً مُحرَّضاً يدوم إلى اللانهاية دون أن تنتقص شدته كما في المثال التالي :

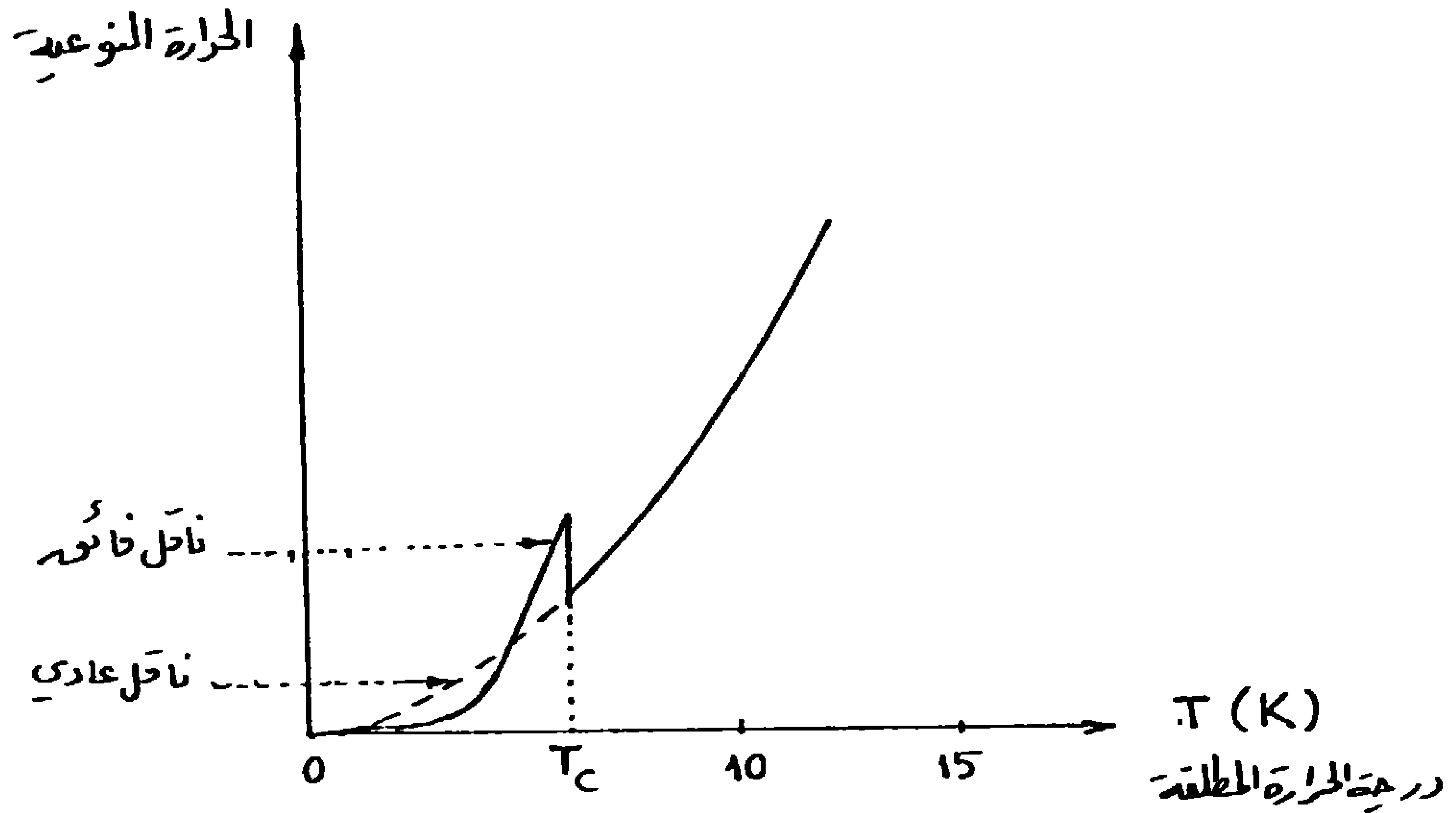
لنفرض حلقة من مادة ناقلٍ فائق ، وليكن سطحها معامداً لحقل مغناطيسي خارجي (B) .

الجدول (I)

العنصر الفائق	الدرجة الحرجة Tc (°K)	بعض المركبات الفائقة	الدرجة الحرجة T_c (K)
Al	1,14	Nb_3Sn	18,05
Hg	4,15	Nb_3Ge	23,2
In	3,40	NbN	16,0
Pb	7,19	V_3Ga	16,5
Sn	3,72	V_3Si	17,1
Ta	4,48	La_3In	10,4

فإذا مابردناها إلى ما دون درجة حرارتها الحررة (T_c) ، ثم حذفنا الحقل المغناطيسي عنها ، فإننا نلاحظ تياراً كهربائياً يسري فيها لمدة تدوم زمناً طويلاً غير محدود .

ثانياً : يتميز الناقل الفائق أيضا ، بأن حرارته النوعيـة ، تعـاني تغيراً مفاجئـاً عند درجة حرارته الحرجة (T_c) كما هو واضح ففي الشكل (2) .



الشكل (2)

تحولات الحرارة النوعية بدلالة درجة الحرارة المطلقة (T) في المجال درجات الحرارة المنخفضة جداً ؛ من أجل ناقل فائق (المنحني المستمر) ، ومن أجل ناقل عادي (المنحني المخطط ويلاحظ تغيّر مفاجئ في قيمة الحرارة النوعية من أجل الناقل الفائق عند درجته الحرجة (T_c) .

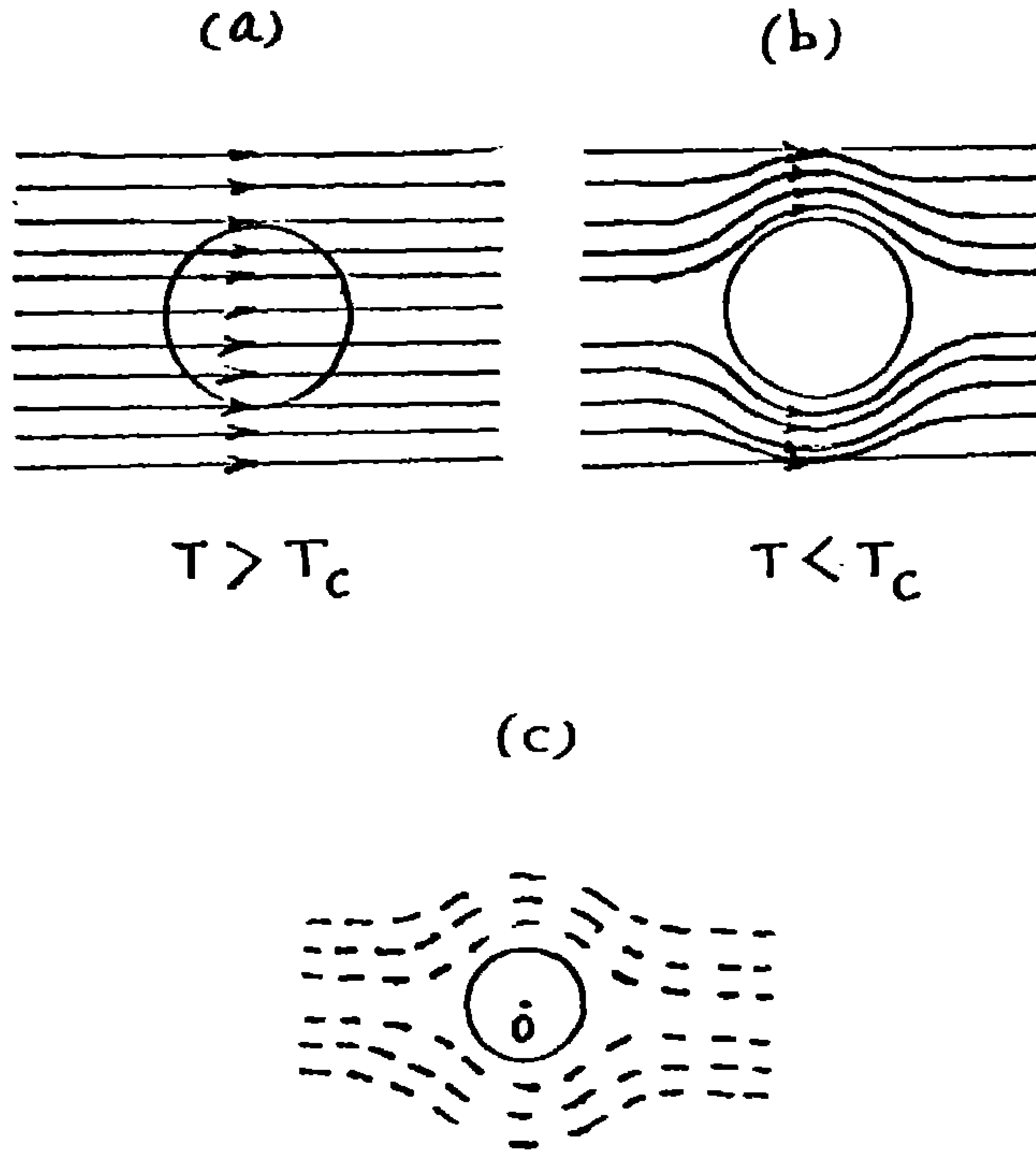
ثالثاً : لنفـرض نـاقلاً فائقـاً يخضـع إلى حقـل مغناطيسـي خـارجي منتظـم (B) ، فعندما تزداد شدة هذا الحقل ، نجـد أن درجـة حـرارة النـاقل الفـائق (T_c)

تتناقص ويستمر تناقصها بازدياد (B) حتى تزول صفة الناقلية الفائقة عن الناقل الفائق من أجل قيمة لشدة الحقل المغناطيسي (B_c) تسمى الحقل المغناطيسي الحرج.

والآن لنفرض مادة فائقة درجة حرارتها ($T > T_c$) ولنطبق عليها حقلاً مغناطيسياً صغيراً بحيث يكون ($B < B_c$) ، ولنبرد هذه المادة إلى مادون درجة حرارتها الحرجة (T_c) لتصبح مادةً فائقة فطبقاً لقانون (Faraday) ، فإن الحقل المغناطيسي في المادة الفائقة لايتغير ، وطبقاً للميكانيك التقليدي ، فإن شدة الحقل المغناطيسي في المادة الفائقة تبقى ثابتة ، ومع ذلك فقد لوحظ تجريبياً أنه عندما نبرد المادة الفائقة وهي في الحقل المغناطيسي إلى درجة أدنى من (T_c) فإن المادة الفائقة لا تسمح لخطوط القوة المغناطيسية الموافقة للحقل (B) ، بالمرور عبرها أو اختراقها كما هو واضح في الشكل (3) وقد أكتشف هذه الظاهرة كل من (Meissner) و (Ochsenfepd) عام (1933) وتُعرف اليوم بأسم مفعول ما يسنر (Meissner) . ويمكن تفسيره على النحو التالي :

إن الميكانيكية التي تمنع بموجها خطوط القوة المغناطيسية من اختراق المادة فوق الناقلة ، هي أن تياراً فائقاً يتحرض ويحدث على سطح المادة فوق الناقلة ، بتأثير الحقل المغناطيسي الدائم الخاري (B) .

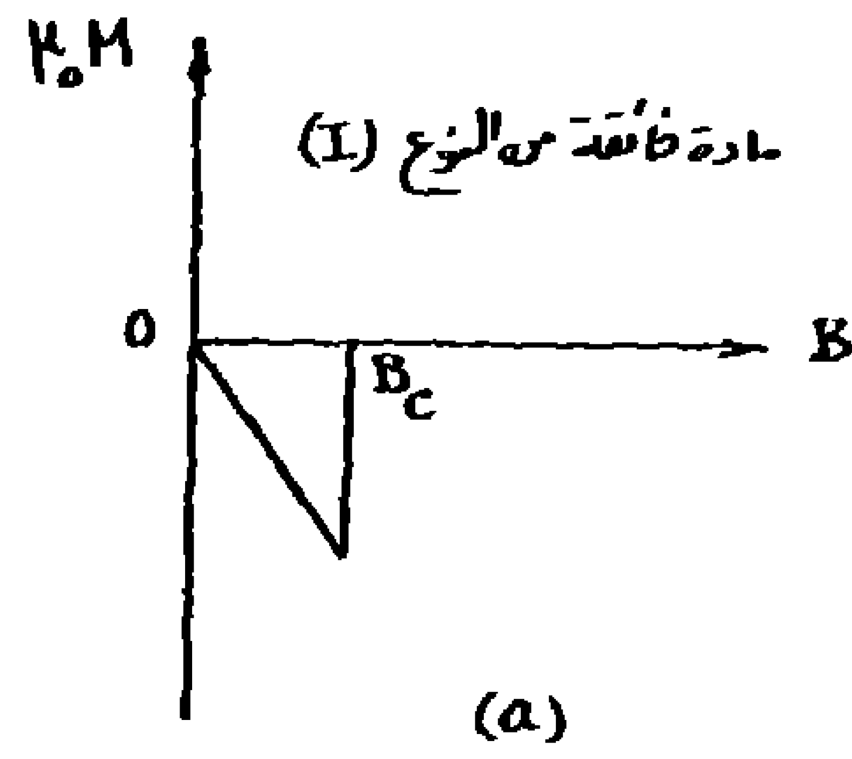
فينجم عن ذلك ظاهرة عدم اختراق خطوط القوة المغناطيسية للكرة المصنوعة من مادة فوق ناقلة كما هو واضح في الشكل (b - 3) ، كما أن ظاهرة (Meissner) تظهر أيضاً بدوران أسطوانة فوق ناقلة حول محورها الأفقي المار من النقطة (O) كما في الشكل (C - 3) والتي تخضع لحقل مغناطيسي خارجي منتظم (B) ، بحيث أن خطوط القوة المغناطيسية المحرَّضة على سطح الأسطوانة تتدافع مع خطوط القوة المغناطيسية للحقل المغناطيسي الدائم والحقل المغناطيسي المحرَّض .

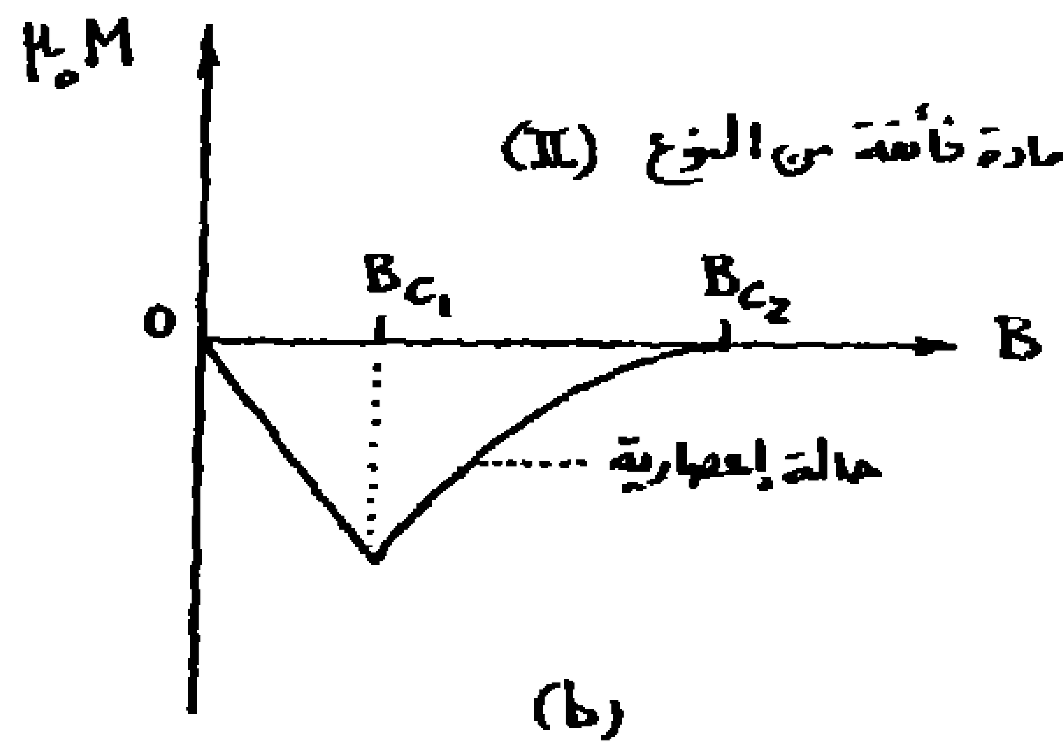


الشكل (3)

(a) - عبور خطوط القوة لحقل مغناطيسي خارجي (B) عبر كرة ناقلة عادية وهي في درجة (T > Tc) ، (b) - عدم عبور خطوط القوة عبر كرة فوق ناقلة وهي في درجة حرارة (T < Tc) ، (c) - مفعول (Meissner) يظهر في دوران الأسطوانة فوق ناقلة حول محورها المعامد لسطح الورقة والمار من النقطة (O) ، والخاضعة لحقل مغناطيسي خاري منتظم (B) .

هذا وإن ظاهرة التمغنط في المواد فوق الناقلة ، يبينها الشكل (4) من أجل كلٍ من النوعين (I) و (II) للمواد فوق الناقلة ، فإذا طبقنا حقلاً مغناطيسياً خارجياً (B) على مادة فائقة من النوع (I) ودرسنا تحوّل التمغنط ($\mu_0 M$) ، حيث : μ_0 يمثل سماحية الخلاء (N/A^2) $\mu = 4\pi.10^{-7}$ / بدلالة شدة الحقل المغناطيسي الخارجي المطبق على تلك المادة ، فإننا نحصل على الشكل الوارد في الشكل (4 - a) .





الشكل (4)

تحولات التمغنط (μ_0 M) بدلالة الحقل المغناطيسي الخارجي (B) المطبق على المادة الفائقة من النوع (I)، الشكل (a) ، ومن النوع (II) ، الشكل (b)

(a) – نلاحظ في حالة المادة الفائقة من النوع (I) أن محصلة الحقل المغناطيسي معدومة من أجل ($B < B_c$) لأن الحقل المغناطيسي المحرَّض والمتولد عن سطح الناقل الفائق يساوي ويعاكس تماماً شدة الحقل المغناطيسي (B) المطبق عليه ، أما من أجل ($B > B_c$) ، فإن المادة فوق الناقلة تصبح ناقلاً عادياً وأن التمغط يكون ضئيلاً لدرجة لا يظهر على سلّم الشكل .

(b) – نلاحظ في حالة المادة الفائقة من النوع (II) ، أن الحقل المغناطيسي يبدأ باختراق المادة الفائقة بدءاً من القيمة (B_{c1}) للحقل المغناطيسي الخارجي المطبق عليها حتى القيمة (B_{c2}) وفي هذا المجال تبقى المادة فوق الناقلة ، أما من أجل ($B > B_{c2}$) ، إن الناقل الفائق يصبح نلقلاً عادياً .

ونلاحظ أن الحقل المغناطيسي المحرَّض (μ_0 M) ، يساوي ويعاكس الحقل المغناطيسي (B) الخارجي المطبق على المادة الفائقة في المجال ($B < B_c$) ، وتكون المادة الفائقة في هذه الحالة عندئذٍ ، مادة مغناطيسية معاكسة مثالية (أي مادة ديا مغناطيسية مثالية) . هذا وتستخدم المادة الفائقة من النوع (I) من أجل قيم (B_c)

التي تكون عادة صغيرة جداً في تلك المواد ، تستخدم في صناعة ملفات المغانط الفائقة .

إن ثمة نوعاً آخر من المواد فوق الناقلة تسمى المواد الفائقة من النوع (II) ، التي تتألف من بعض الخلائط المعدنية أو من بعض المعادن الخاصة ، ويكون لها منحني تمغنط كما هو واضح ي الشكل (b - 4) ، ويكون سلوكه في المجال ($B < B_c$) شبيهاً بسلوك المواد الفائقة من النوع (I) ، أما ففي المجال ($B_c \le B \le B_{c1}$) فتكون قيمة الحقل الحرج (B_{c2}) للمواد الفائقة من النوع (II) أكبر بعدة مرات أو بمائة مرة مما للمواد الفائقة من النوع (II) . **مثال** : إن الخليطة المعدنية ($Nb_3\,Ge$) هي من المواد الفائقة من النوع (II) ولها حقل حرج أعظمي (B_{c2}) يساوي : (تسلا T) $B_{c2} = 24$. وتستخدم المواد الفائقة من النوع (II) في صناعة المغانط الفائقة في مجالات الحقول المغناطيسية العالية .

ويكون سلوك المواد الفائقة من النوع (II) مماثلاً لسلوك المواد الفائقة من النوع (I) في المجال ($B < B_{c1}$) كما ذكرنا ، أما سلوكها في المجال ($B_{c1} \le B \le B_{c2}$) فيختلف كثيراً عن سلوك النوع (I) ، ويقال عنها في هذا المجال إنها في حالة إعصاررية .

نظرية (BCS) :

نشر كلٌ من (J.Bardeen) و (L.Cooper) و (b.Schrieffer) عام (1957) ، نظريةً تتعلق بدراسة وسلوك المواد فوق الناقلة عُرفت باسمهم اختصاراً : نظرية (BCS) ، التي تفيد بأن الالكترونات في مادة فوق ناقلة تتحد مع بعضها على شكل أزواج (مثنى – مثنى) أي أن كل الكترونين منها يتحد مع بعضهما عندما يكون لهما سبينان متساويان ومتعاكسان ، محصلتهما معدومة ($S = 0$) ، ويشكلان جملة

مؤلفة من جزيء وحيد ذي سبين معلوم (S = 0) هو بـوزون (boson) لا يخضـع لمبدأ (pauli) بحيث أن جميع هذه البوزونـات (وهـي بوزونـات cooper) في المـادة ذات الناقلية الفائقة ، وهي في حالتها الأساسية ، تكون متماثلةً في حالتها الكوانتيـة ومتساوية في طاقاتها .

إن الالكترونات الحرة في أية مادة فائقة تتجاذب مع ايونات الشـبكة الموجبـة بالتأثير الكولومبي ، وإن اصطدام الكترون فائق بالشـبكة يُحـدث اهـتزازاً فيهـا وإن التأثـير المتبـادل بين هـذا الالكـترون وبـين الشـبكة تكـون نتيجـة اصـدار لفوتـــون (phonon) ولكن ذلك يتبعه امتصاص لهذا الفوتون من قبل الكترون آخـر لـه نفـس التأثير المتبادل مع الشـبكة ، هـذا وإن تبـادل الفوتـون بـالإصدار والامتصـاص بـين الكترونين في الشبكة يؤدي إلى قوة جاذبـة بينهمـا تتغلـب عـادة على قـوة التدافـع الكولومبي القائمة بينهما ، وتكون المحصلة أن قوة تجاذب تربط كـل الكـترونين مـع بعضهما في زوج (cooper) بطاقةٍ كامنة من رتبة 10^{-3} (ev) ، فـإذا مـا حدثـت مثـل هذه الأزواج في ناقل ، أصبح الناقل فائقاً . أما الطاقـة الرابطـة بـين الالكـترونين في هذا الزوج (والتي تشـبه الطاقـة الرابطـة بـين ذرتـي H في ذرة H_2) فتسـمى **طاقـة الناقلية الفائقة المحظورة** ويرمز لهـا بـالرمز (E_g) وتكـون في درجـة الصفـر المطلـق معطاة بالعلاقة التالية :

$$E_g = 3,52.\ k.\ T_c \qquad \ldots (1)$$

حيث : (k) هو ثابت بولتزمان .

: (T_c) هي درجة الحرارة الحرجة للمادة فوق الناقلة .

مسألة محلولة (1) :

احسب طاقة الناقلية الفائقة المحظورة (E_g) لمادة الزئبق فوق الناقلة طبقاً لنظرية (BCS) علماً أن ثابت بولتزمان يساوي : $k = 1,38.\ 10^{-23}$ (J/K) .

وأن $T_c = 4,15$ (k) للزئبق . وقارن نتيجتك مع القيمة التقريبية التي تساوي : E_g (exp.) = $1,65.10^{-3}$ (ev) .

الحل :

نستخدم العلاقة (1) : $E_g = 3,52.\ k.\ Tc$ للزئبق .

نعوض عددياً :

$$E_g = \frac{3,52\left(1,38.10^{-23}\ JK\right)\left(4.15k\right)}{1,602.10^{-19}\left(J\right)}$$

$E_g = 1,26\ .\ 10^{-3}$ (ev)

وهذه النتيجة تختلف عن القيمة التقريبية :

E_g (exp.) = $1,65.10^{-3}$ (ev)

بمقدار (24%) .

لما كان الارتباط بين الالكترونين في زوج (cooper) يحدث بتبادل فوتون (phonon) بينهما ، طاقته تساوي ($\hbar\omega_D$) ، حيث ($\omega_D = 2\pi f_D$) هو التواتر الدائري للفوتون والذي يسمى تواتر ديباي (Debye) ، والذي يتناسب طرداً مع درجة الحرارة الحرجة (T_c) للمادة الفائقة . فإن الطاقة الرابطة في هذا الزوج تُعطى العلاقة (1) و (2) ، وقد وجدنا في المسألة السابقة أن هذه الطاقة الرابطة (E_g)

هي من رتبة 10^{-3} (ev) (وهي كما نرى أصغر بكثير من الطاقة المحظورة (E_g) في نصف الناقل النموذجي والتي هي من رتبة (ev) 1) .

$$\hbar\omega_D = E_g = 3{,}52\ k.T_c \qquad \dots (2)$$

مسألة محلولة (2) :

إن معدن الرصاص (pb) يصبح مادة فائقة في درجات حرارة أدنى من : $T_c = 7{,}175\ (k)$.

فالمطلوب :

١ – احسب طاقة الارتباط بين الالكترونين في زوج (cooper) في الرصاص الفائق .

٢ – احسب كلاً من تواتر ديباي (f_D) والطول الموجي الموافق له (λ_D) في الفوتون في الرصاص الفائق في درجة حرارة أدنى بقليل من (T_c) للرصاص الذي يتشكل فيها زوج (cooper) .

المعطيات :

$k = 1{,}38.\ 10^{-23}$ (J/k) ، $e = 1{,}602.10^{-19}$ (cb) ، $c = 3{,}10^{+8}$ ($m.s^{-1}$) ، $\hbar = 0{,}658.10^{-15}$ (ev.s) .

الحل :

١ً – لايجاد طاقة الارتباط (E_g) نطبق العلاقة (1) $E_g = 3{,}52\ k.T_c$

نعوض عددياً :

$$E_g = \frac{3,52(1,38.10^{-23}\,J/K)(7,17K)}{1,602.10^{-19}(J/ev)}$$

$E_g = 2,18.10^{-3}$ (ev)

٢ً – إن طاقة الفوتون تُعطى حسب المعادلة (2) :

$\hbar\,\omega_D = 2\pi\,\hbar\,f_D = 2,18.10^{-3}$ (ev)

نعوض عددياً :

$$f_D = \frac{2,18.10^{-3}(ev)}{2\pi\hbar} = \frac{2,18.10^{-3}(ev)}{2\pi(0,658.10^{-15}\,ev.s)}$$

$f_D = 5,27.10^{+11}$ (Hz)

أما الطول الموجي (λ_D) فيساوي :

$$\lambda_D = \frac{c}{f_D} = \frac{3.10^{+8}(m/s)}{5,27.10^{+11}(1/s)} = 0,569.10^{-3}(m)$$

$\lambda_D = 0,569$ (mm)

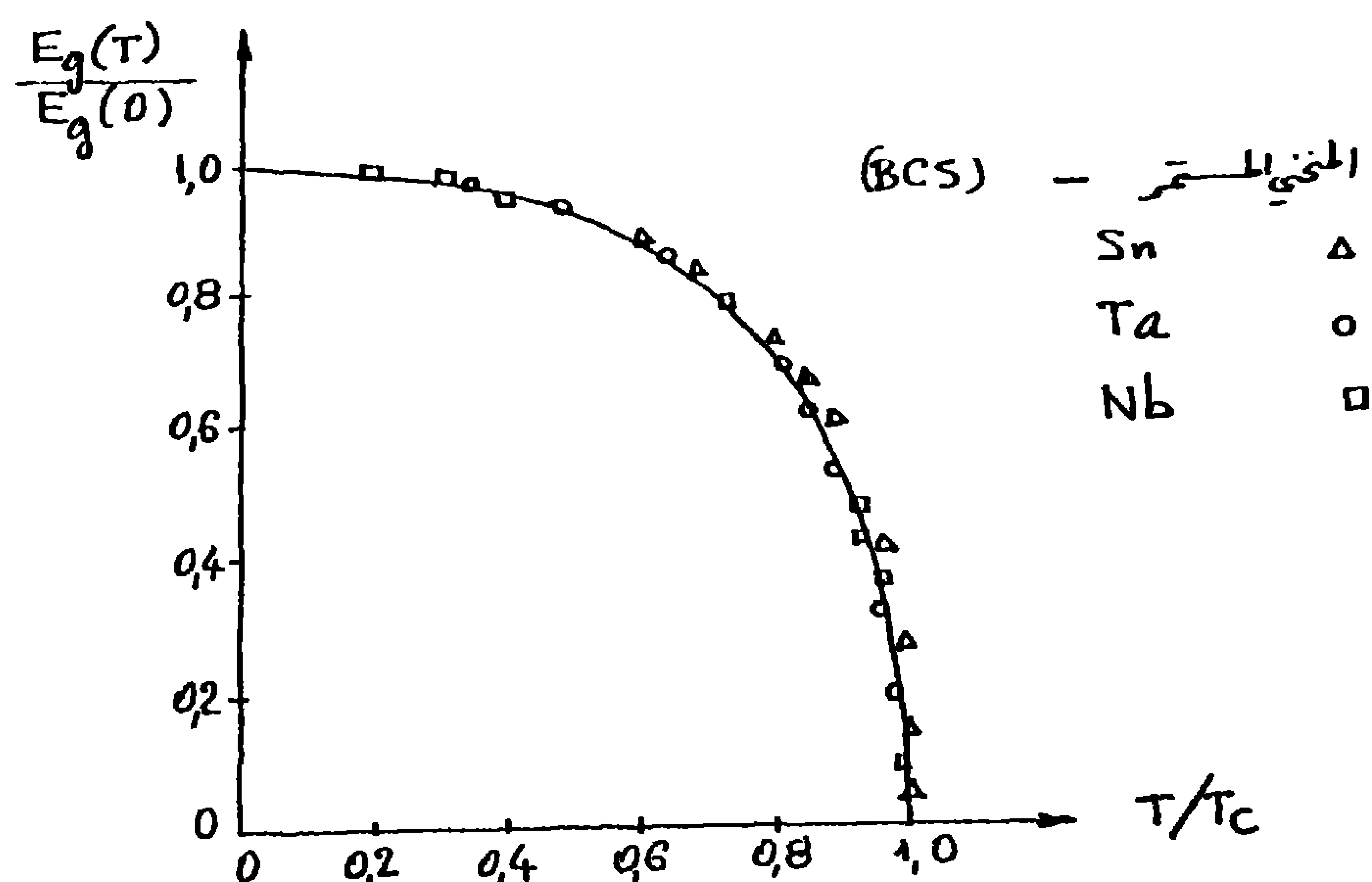
تحولات طاقة الارتباط (E_g) بدلالة درجة الحرارة (T) :

لندرس تحولات طاقة ارتباط الالكترونين في زوج (cooper) طبقاً للنظرية (BCS) بدلالة درجة الحرارة (T) ، فنجد أن بعض أزواج (copper) تتلاشى وتتحول إلى الكترونات فردية بازدياد درجة الحرارة (T) بحيث تتناقص قيمة (E_g). وإن الشكل (5) ، يبين تحولات : $E_g(T)/E_g(o)$ بدلالة درجة الحرارة النسبية (T/T_c) فنجد أن الطاقة النسبية تتناقص بازدياد درجة الحرارة النسبية من ($T = o$) إلى ($T = T_c$) . ونجد تطابقاً جيداً بين المنحني المستمر الذي تتوقعه نظرية (BCS) مع النقاط التجريبية الموافقة لكلٍ من المواد الفائقة التالية :

القصدير (Sn) المشار إلى نقاطه التجريبية في الشكل بمثلثات صغيرة (Δ) .

التنتاليوم (Ta) المشار إلى نقاطه التجريبية في الشكل (5) بدوائر (O) .

والنيوبيوم (Nb) المشار إلى نقاطه التجريبية في الشكل بمربعات صغيرة (□).

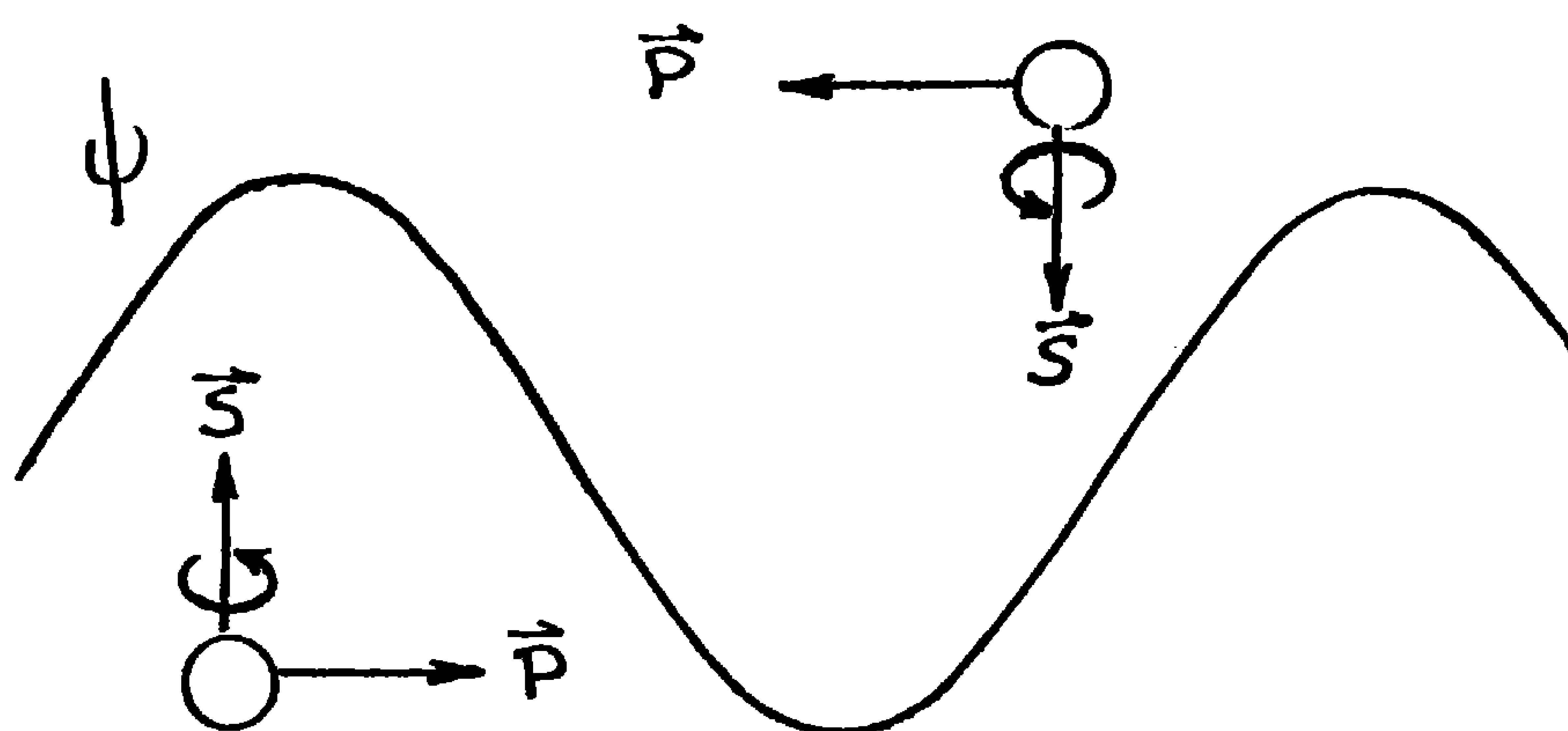


الشكل (5)

تحولات الطاقة المحظورة النسبية : $E_g(T)/E_g(o)$ بدلالة درجة الحرارة النسبية (T/T_c) ، والمقارنة بين المنحني المستمر الذي تعطيه نظرية (BCS) والنقاط التجريبية لثلاث مواد اقة هي : القصدير (Sn) المشار إلى نقاطه بالمثلثات (Δ) والتنتاليوم (Ta) المشار إلى نقاطه بدوائر (O) والنيوبيوم (Nb) المشار إلى نقاطه التجريبية بمربعات صغيرة (□)

الحالة الكوانتية لزوج (Cooper) :

عندما لا يوجد تيار فوق ناقل داخل مادة فائقة وهي تحت الدرجة الحرجة (T_c) وبالتالي عندما لا يوجد تدفق ϕ للالكترونات فوق ناقلة بها ، فإن الاندفاعين في الكتروني زوج (cooper) يكونان متساويين مقداراً ومتعاكسين اتجاهاً كما في الشكل (6) . أما إذا كان ثمة تيار فوق ناقل في المادة الفائقة ، فمعنى ذلك أن محصلة اندفاعي الالكترونين في زوج (cooper) غير معدومة وبالتالي يكون فرق (Δp) في اندفاعي الالكترونين يؤدي إلى فصل الالكترونين في زوج (cooper) بمسافة صغيرة جداً من رتبة المسافة الذرية . أما سبينا الالكترونين في زوج (cooper) فهما متساويان مقداراً ومتعاكسان اتجاهاً كما في الشكل (6) وبحيث تكون محصلتهما معدومة ويشكلان جزيئاً وحيداً سبينه معدوم ($S = 0$) هو بوزون (cooper) الذي لا يخضع لمبدأ (Dauli) ، ونمثله بتابع موجي (ψ) وحيد مترابط ، له سعة ثابتة وطور ثابت في كل نقطةٍ من نقاط انتشاره في الفراغ .



الشكل (6)

تمثيل زوج (cooper) - حيث سبينا الالكترونين متساويان مقداراً ومتعاكسان اتجاهاً - وحيث اندفاعهما متعاكسان اتجاهاً ويختلفان مقداراً اختلافاً ضئيلاً (Δp) - ويُمثّل زوج (cooper) بتابعٍ موجي مترابط وحيد (ψ)

تكميم التدفق :

لتكن حلقة مصنوعة من مادة فائقة وليكن سطحها (A) ويسري فيها تيار بحيث أن تدفقاً مغناطيسياً (ϕ_m) يسري خلالها يساوي :

$$\phi_m = B_n.A$$

حيث : (B_n) هو الحقل المغناطيسي المعامد لسطح الحلقة والناجم عن مرور التيار فيها . ونعلم أنه طبقاً لقانون (Faraday) إذا تغيّر التدفق (ϕ) في حلقة فإن ثمة قوة محركة كهربائية تتحرض فيها ، ويكون تغير هذه القوة المحركة الكهربائية متناسباً طرداً مع تغير هذا التدفق ، ولكن لما كانت القوة المحركة الكهربائية معدومة لأن المقاومة معدومة فإننا نستنتج أن التدفق (ϕ_m) عبر الحلقة الفائقة ثابت لا يتغير.

وطبقاً للميكانيك الكوانتي للمادة الفائقة ، يكون التدفق الكلي (ϕ_m) خلال الحلقة مكمماً ويعطى بالمعادلة التالية :

$$\phi_n = n\left(\frac{\pi\hbar}{e}\right) \qquad \dots (3)$$

حيث :($n = 1 ، 2 ، 3 ...$) هو عدد صحيح ، فنجد من المعادلة (3) أن قيم (ϕ_m) مكممة وأن أصغر قيمة لها توافق القيمة ($n = 1$) وتكون مساوية :

$$\phi_n = \frac{\pi\hbar}{e}$$

ويطلق عليها اسم فلوكسون (fluxon) وهي واحدة التدفق . وتساوي :

$$\text{(fluxon)} \quad \dots. \qquad \phi_1 = \frac{\pi\hbar}{e} = 2,0678.10^{-15}\left(T.m^2\right)$$

وواحداتها هو (تسلا . متر مربع = $T.m^2$) .

درجات الحرارة العالية نسبياً في الناقل الفائق :

لقد وجد كل من (Bednorz) و (Muller) عام (1987) أن خليطة مؤلفة من اكسيد اللانتانوم والباريوم والنحاس . تصبح ناقلاً فائقاً ي درجة الحرارة الحرجة $T_c = 30$ (k) ، وفيما بعد عام (1987) اكتشفت خليطة مؤلفة من اكسيد النحاس ومن الايتريوم والباريوم ، ($YBa_2Cu_3O_7$) تصبح ناقلاً فائقاً في الدرجة $T_c = 92$ (k)، ولما كان ثمة عدة أنواع من أكاسيد النحاس ، فقد وجد أن الخليطة التالية : (Ti Ba Ca Cuo) تصبح ناقلاً فائقاً في درجة عليا $T_c = 125$ (k) هذا ونفيد أن جميع درجات الحرارة الحرجة العليا للنواقل الفائقة ، قد اكتشفت من أجل النوع (II) من النواقل الفائقة التي لها حقل مغناطيسي خارجي حرج يساوي (تسلا T) $B_{c2} = 100$ ، الشكل (4) .

رموز واصطلاحات القوة للأساس 10 :

المضاعف	المصطلح	الرمز	المضاعف	المصطلح	الرمز
10^{18}	إكسا	E	10^{-18}	آتو	a
10^{15}	بيتا	P	10^{-15}	فيمتو	f
10^{12}	تيرا	T	10^{-12}	بيكو	p
10^{9}	جيغا	G	10^{-9}	نانو	n
10^{6}	ميغا	M	10^{-6}	ميكرو	μ
10^{3}	كيلو	K	10^{-3}	ميلي	m
10^{2}	هيكتو	h	10^{-2}	سنتي	c
10^{1}	ديكا	da	10^{-1}	ديسي	d

الأحرف الأبجدية اليونانية :

ρ	P	رو	ι	I	يوتا	α	A	ألفا
σ	Σ	سيغما	k	K	كبّا	β	B	بيتا
τ	T	تاو	λ	^	لامبدا	γ	Γ	غاما
υ	Y	أبسيلون	μ	M	ميو	δ	Δ	دلتا
φ	Φ	فاي	ν	N	نيو	ε	E	إيبسلون
χ	X	كاي	ξ	Ξ	كساي	ζ	Z	زيتا
ψ	Ψ	باي	o	O	اوميكرون	η	H	ايتا
ω	Ω	أوميغا	π	Π	باي	θ	Θ	ثيتا

رموز الواحدات :

بيكريل	B_q	وحدة حرارية	Btu	ضغط جوي	atm	انغستروم	A°	أمبير	A
سنتميتر	cm	كوري	Ci	حريرة	cal	درجة مئوية	°C	كولون	C
قدم	ft	فيمتوميتر	fm	درجة فهرنهايت	°F	الكترون فولط	eV	دينة	dyn
ساعة	h	هنري	H	غرام	g	غاوص	G	جيغاميتر	Gm
ليتر	L	كلفن	K	جول	J	هرتز	Hz	غراي	Gy
رونتجن	R	نيوتن	N	دقيقة	min	الميل	mi	ميغا الكترون فولط	MeV
وات	W	فولط	V	تسلا	T	ثانية	s	سيفرت	Sv
ميكروثانية	μs	سنة	Y	وحدة الكتلة	U	اوم	Ω	ويبر	Wb

بعض الثوابت الفيزيائية :

عدد أفوكادرو $N_A = 6.022137 \times 10^{23}$ مول/جزيء

ثابت بولتزمان $K = 1.380658 \times 10^{-23}$ J/K

مغناطون بور $\mu_B = e\hbar/2m_e = 9.2740154$ J/T

ثابت كولون $K = \frac{1}{4\pi\omega_o} = 8.987\,551\,788 \times 10^9\ Nm^2/c^2$

طول موجة كومبتون $\lambda_c = h/m_e c = 2.426\,31058 \times 10^{-12}\ m$

الشحنة الأساسية $e = 1.602177 \times 10^{-19}\ c$

ثابت الغازات $R = N_A k = 8.314\,51\ J/mol.k = 1.98711\ cal/mal.k$

$= 8.20578 \times 10^{-2}\ Latm/mal.k$

ثابت الثقالة $G = 6.6716 \times 10^{-11}\ Nm^2/Kg^2$

كتلة الالكترون $m_e = 9.109390 \times 10^{-31}\ kg = 510.9991\ kev/c^2$

كتلة البروتون $m_p = 1.672623 \times 10^{-27}\ kg = 938.2723\ Mev/c^2$

كتلة النترون $m_n = 1.674929 \times 10^{-27}\ kg = 939.5656\ Mev/c^2$

سماحية الخلاء $\mu_o = 4\pi \times 10^{-7}\ N/A^2$

ثابت بلانك $h = 6.626076 \times 10^{-34}\ J.S = 4.135669 \times 10^{-15}\ ev.s$

$\hbar = 1.054573 \times 10^{-34}\ J.S = 6.582122 \times 10^{-16}\ ev.s$

سرعة الضوء $C = 2.99792458 \times 10^8\ m/s$

وحدة الكتلة الموحدة $u = 1.660540 \times 10^{-27}\ kg = 931.4932\ Mev/c^2$

بعض المعطيات الفيزيائية :

3.84×10^{8} m	المسافة بين الأرض والقمر	$g = 9.81\ m/s^2$	تسارع الثقالة
1.50×10^{11} m	المسافة بين الأرض والشمس	$R_E = 6370$ Km	نصف قطر الأرض
331 m/s	سرعة الصوت في الهواء الجاف والشرطين النظاميين	$M_E = 5.98 \times 10^{24}$ kg	كتلة الأرض
		$M_s = 1.99 \times 10^{30}$ Kg	كتلة الشمس
$1.29\ kg/m^3$	كثافة الهواء	$Mm = 7.36 \times 10^{22}$ kg	كتلة القمر
$1000\ kg/m^3$	كثافة الماء	$v_E = 11.2$ km/s	سرعة الخروج من الأرض
$L_f = 333.5$ ky/kg	حرارة انصهار الماء	$0°C \equiv 273.15$ k	درجة الحرارة النظامية
$Lv = 2.257$ MJ/kg	حرارة تبخر الماء	1 atm $\equiv$ 101.3 kpa	الضغط النظامي

المراجع

1 - Physics for scientists and Engineers Third Editicn, paul Tipler.

2 - Intro duction to physics for scientists and Engineers, F.J. Bbueche.

3 - Fundamentals of physies Third Edition, D.Halliday and R. Resnick.

4 - University physics, 5th Edittion F.W.Sears, M. W. Zemansky and H. D. Youni.

5 - Concepts of Modern physics Tthiyd Editien A. Beiser.

6 - P. A. Tipler Modern physics.

7 - R. T. Weidner and R. L. Sells, Elementary Modern physics 4th edition.

8 - Krane Kenneth S. Modern physics.

9 - R. Eisbery and R. Resnick Quantum physics of atoms. Molecules, solid Nuclei, and particles.

10 - R. B. Leighton, principles of Modern physics.

11 - F. K. Richtmeyer, E. H. Kennard, and J. N. Cooper, Introduction to mod. physics, 6th Editien.

12 - H. Semat and J. R. Albright, Introduction to atomic and Nuclear physics.

– المصطلحات العلمية –

Absorption spectra	أطياف امتصاص
Abundance of elements	وفرة العناصر
Acceptor states	حالات آخذة
Actinide elements	عناصر اكتينيداتية
Alkali elements	عناصر قلوية
Alkaline erth elements	عناصر قلوية ترابية
Alpha decay	التفكك إلفا
Angular momentutum	اندفاع زاوي
Antiparticle	جسيمات مضادة
Atomic mass unit	وحدة الكتلة الذرية
Band theory ofsolid	نظرية المناطق للجوامد
Barrier penetration	أحتراق الحواجز
Beta decay	التفكك بيتا
Binding energy	طاقة الارتباط
Black body radliattion	اشعاع الجسم الأسود
Bragg diffraction	انعراج براغ

Breeder reactor	مفاعل ولود
Bremsstrahleng	الكبح
Carbon cycle	دورة الكربون
Circular frequency	تواتر دائري
Complementarity	تتام
Compond nucleus	نواة مركبة
Conduction band	منطقة ناقلة
Conservation laws	قوانين الانحفاظ
Contact potential	كمون الاتصال
Correspondence principle	مبدأ التقابل
Covalent band	رابطة التكافؤ
Cross section	مقطع فعال
Cubic lattice	خلية مكعبة
Cutoff wavelength	طول موجة القطع
Decay constant	ثابت التفكك
Degeneracy	انطباق (تحلل)
Densiy of states	كثافة الحالات
Diffraction grating	شبكة انعراج

Diode	ثنائي
Dissociation energy	طاقة الفصل
Donor states	حالات معطية
Doppler shift	انزياح دوبلر
Eigen value	قيمة خاصة
Electrical conductvity	ناقلية كهربائية
Electromagnetic wave	موجة كهرطيسية
Emission spectra	أطياف إصدار
Energy bands	مناطق طاقة
Enrichment	إعناء
Exchage force	قوة متبادلة
Exclusion principle	مبدأ الاستبعاد
Expectation value	قيمة متوقعة
Ferromagnetism	مغناطيسية حديدية
Fine structure	بنية دقيقة (ناعمة)
Fission	إنشطار
Fluorescence	فلورة
Fusion	اندماج

Gamma Decay	التفكك غاما
Group Velocily	سرعة المجموعة
Half life	نصف العمر (الدور)
Halogens	الهالوجينات
Harmonic ocillator	هزّار توافقي
Holes	ثقوب
Hydrogen bonding	الرابطة الهدروجينية
Impurity semicoductor	نصف ناقل مشوب
Inert gases	غازات خاملة
Inertial confinemenit	حصر عطالي
Infinite square well	بئر مربع لانهائي
Insulators	عوازل
Intrinsic spin	سبن داخلي
Ionic bonding	رابطة أيونية
Ionization energy	طاقة التأيين
Isotope	نظير
Junction , p - n	التحام ، P - n
Kinetic energy	طاقة حركية

Length contraction	التقلص الطولي
Linespectra	أطياف خطية
Magnetic confinement	حصر مغناطيسي
Magnetic dipole momeut	عزم ثنائي أقطاب مغناطيسي
Magnetic quantum number	عدد كمومي مغناطيسي
Magnetic susceptibility	طواعية مغناطيسية
Matlic bonds	روابط معدنية
Metastable states	حالات شبه مستقرة
Molecular spectra	أطياف جزيئية
Natural radioactivity	نشاط إشعاعي طبيعي
Normali zation	تنظيم
Nuclear reactors	مفاعلات نووية
Optical spectra	أطياف ضوئية
Orbital magnetic moment	عزم مغناطيسي مداري
Pair production	انتاج الأزواج
Penetrating orbits	مدارات مخترقة
Phase velocity	سرعة الطور
Photodiode	ثنائي ضوئي

Photo electric effect	مفعول كهرضوئي
Populaton inversion	انعكاس سكاني
Positron annihlation	إفناء البوزيترون
Potential step	عتبة كمونية
Probability	احتمال
Probability density	كثافة احتمالية
Proper length	الطول الصحيح
Quanta	كمّات
Radioactive dating	تحديد العمر بالأشعة
Rare earth elemeuts	العناصر الترابية النادرة
Reduced mass	الكتلة المختزلة
Scttering angle	زاوية التبعثر
Semiconductor	نصف ناقل
Shell	طبقة
Simultaneity	آنية
Specific heatt	حرارة نوعية
Statistical physics	فيزياء إحصائية
Stimulatecl emission	إصدار محثوث

Stopping potential	كمون الايقاف
Strangeness	غرابة
Subshell	طبقة جزئية
Super conauctivty	ناقلية فائقة
Super positien principle	مبدأ التراكب
Threshold energy	طاقة العتبة
Time dilation	التمدد الزمني
Tunnel diode	الثنائي النفقي
Uncertainty Principle	مبدأ الارتياب
Valance band	المنطقة التكافؤية
Wave Packet	رزمة موجية
Work function	تابع العمل

الفهرس



صدر باشراف لجنة الانجاز

سعر المبيع للطالب (١٧٥) ل.س

مطبعة الإتحاد